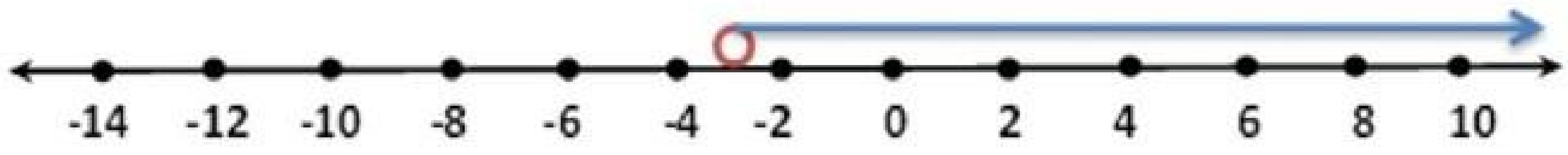
الفصل الأول: تحليل الدوال

التهيئة

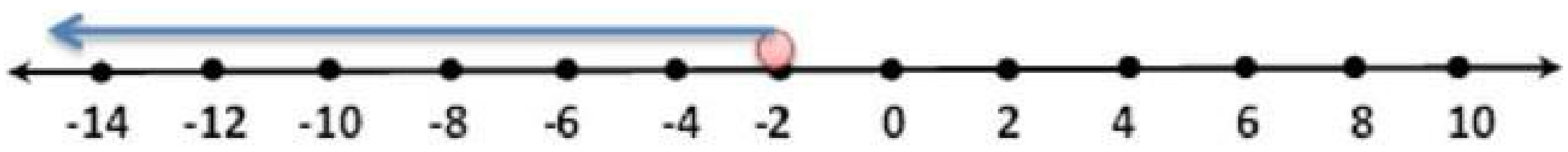
للفصل (1)

مثل كلاً من المتباينات الآتية على خط الاعداد: -

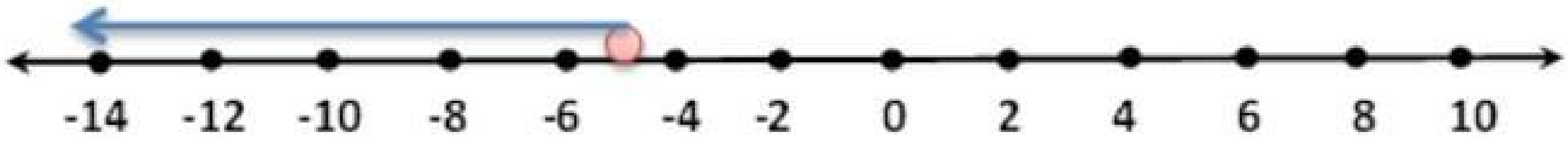
(1) $x > -3$



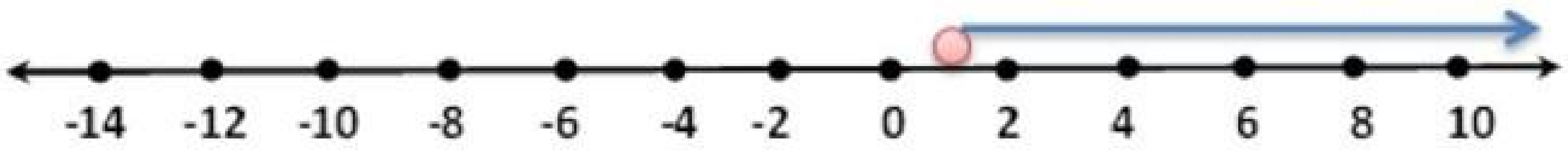
(2) $x \le -2$



(3) $x \le -5$



(4) $x \ge 1$



(5) $x \le 7$

(6) $x > -4$

حل كلاً من المعادلات الآتية بالنسبة إلى y :-

(7) $y - 3x = 2$

$y = 2 + 3x$

(8) $y + 4x = -5$

$y = -5 - 4x$

(9) $2x - y^2 = 7$

(10) $y^2 + 5 = -3x$

$$y^2 = 2x - 7$$
$$y = \pm\sqrt{2x-7}$$

(11) $9 + y^3 = -x$

$$y^3 = -x - 9$$
$$y = \sqrt[3]{-x-9}$$

$$y^2 = -3x - 5$$
$$y = \pm\sqrt{-3x-5}$$

(12) $y^3 - 9 = 11x$

$$y^3 = 11x + 9$$
$$x = \sqrt[3]{11x+9}$$

---

(12) حلوى:

$$12D = n$$
$$D = \frac{n}{12}$$

$$n = 312$$
$$\therefore D = \frac{n}{12} = \frac{312}{12} = 26$$

عدد العبوات الكرتونية = 26 عبوة

أوجد قيمة كل من العبارات الآتية عند القيمة المعطاة للمتغير بجانبها:-

(14) $3y - 4 @ = 2$

$$3\times 2 - 4 = 6 - 4$$
$$= 2$$

(15) $2b + 7 @ = -3$

$$2\times -3 + 7 = -6 + 7$$
$$= 1$$

(16) $x^2 + 2x - 3 @ = -4a$

$$(-4a)^2 + 2\times(-4a) - 3$$
$$16a^2 - 4a - 3$$

(17) $5z - 2z^2 + 1 @ = 5x$

$$5\times(5x) - 2(5x)^2 + 1 =$$
$$25x - 50x^2 + 1$$

(18) $-4c^4+7, c=7a^2$

$$-4\left(7a^2\right)^2+7$$
$$=-196a^4+7$$

(19) $2+3p^2, p=-5+2\text{n}$

$$2+3\left(-5+2n\right)^2$$
$$=2+3\left(25-20n+4n^2\right)$$
$$=2+75-60n+12n^2$$
$$=77-60n+12n^2$$

(20) درجة الحرارة:

$$c=\frac{5}{9}\left(F-32\right)$$
$$F=73^{\circ}f$$
$$c=\frac{5}{9}\left(73-32\right)$$
$$c=22.8^{\circ}c$$

(1 – 1) الدوال

تحقق من فهمك

(1A) $\{1,2,3,4,5,.........\}$

$$\{x\,|\,x\geq 1, x\in N\}$$

(1B) $X\leq -3$

$$\{x\,|\,x\leq -3, x\in R\}$$

(1C) $-1 \le X \le 5$

$$\{X \mid -1 \le X \le 5, X \in R\}$$

(2A) $-4 \le y < -1$

$$[-4, -1]$$

(2B) $a \ge -3$

$$[-3, \infty)$$

(3c) $x < -2, x > 9$

$$(-\infty, -2) \cup (9, \infty)$$

(3A) دالـــــــــة: لأن كل قيمة لـــ x بقيمة واحدة لــ y ؛ إذ لا يمكن للاستهلاك الشهري الحصول على قيميتين مختلفتين في شهر واحد لذا فإن y تمثل دالـــــة في x

(3B) ليـــــست دالـــــــة: لأنه يوجد x مرتبطة بقيمتين من y وعليه فإن y لا تمثل دالـــــة في x

(3C) دالـــــــة: لأن أي خط رأسي يقطع التمثيل البياني في نقطة واحدة فقط

(3D) دالـــــــــة: لأنه عند حل المعادلة بالنسبة لــ y نجد ان كل قيمة لــ x ترتبط بقيمة واحدة لـــ y

$$f(x)=\frac{2x+3}{x^2-2x+1} \quad \text{(4A)}$$

$$f(12)=\frac{2\times(12)+3}{(12)^2-2\times(12)+1}$$
$$=\frac{24+3}{144-24+1}=\frac{27}{121}$$

$$f(x)=\frac{2x+3}{x^2-2x+1} \quad \text{(4B)}$$

$$f(6x)=\frac{2\times(6x)+3}{(6x)^2-2\times(6x)+1}$$
$$=\frac{12x+3}{36x^2-12x+1}$$

$$f(x)=\frac{2x+3}{x^2-2x+1} \quad \text{(4c)}$$

$$f(-3a+8)=\frac{2(-3a+8)+3}{(-3a+8)^2-2(-3a+8)+1}$$
$$=\frac{-6a+16+3}{9a^2-48a+64+6a-16+1}$$
$$=\frac{-6a+19}{9a^2-42a-49}$$

$$f(x)=\frac{5x-2}{x^2+7x+12} \quad \text{(5A)}$$

$$\{x \mid x\neq -3, x\neq -4, x\in R\}$$

(5B) $h(a)=\sqrt{a^2-4}$

$(-\infty,-2]\cup[2,\infty)$

(5c) $g(x)=\dfrac{8x}{\sqrt{2x+6}}$

$(-3,\infty)$

---

(6) سرعة

$$v(t)=\begin{cases} 4t & ,\ 0\le t\le 15 \\ 60 & ,\ 15<t<240 \\ -6t+1500 & ,\ 240\le t\le 250 \end{cases}$$

(6A)

$$v(t)=4t$$
$$\therefore v(5)=4\times 5=20\,mi/h$$

(6B)

$$v(t)=4t$$
$$\therefore v(15)=4\times 15=60\,mi/h$$

(6c)

$$\begin{aligned} &v(t)=-6t+1500 \\ &\therefore v(245)=-6\times 245+1500 \\ &\qquad\qquad\quad =-1470+1500 \\ &\qquad\qquad\quad =60\,mi/h \end{aligned}$$

تدرب وحل المسائل

(1) $x > 50$

$$= \{x \mid x > 50, x \in R\}$$
$$= [50, \infty)$$

---

(2) $x < -13$

$$= \{x \mid x < -13, x \in R\}$$
$$= (-\infty, -13)$$

---

(3) $x \leq -4$

$$= \{x \mid x \leq -4, x \in R\}$$
$$= (-\infty, -4]$$

---

(4) $\{-4, -3, -2, -1, ...\}$

$$= \{x \mid -4 \leq x, x \in Z\}$$

---

(5) $-31 < x \leq 64$

$$= \{x \mid -31 < x \leq 64, x \in R\}$$
$$= (-31, 64]$$

---

(6) $x > 21 \quad x \quad <$ أو19

$$=\left\{x \,\middle|\, x < -19 \quad R \quad > 21 \,, \quad \in \; xx\right\}$$
$$=(-\infty,-19)\cup(21,\infty)$$

(7) $x \ge 67 \quad x \quad \le$ أو61

$$=\left\{x \,\middle|\, x \le 61 \quad R \quad \ge 67 \,, \quad \in \; xx\right\}$$
$$=(\infty,61]\cup[67,\infty)$$

(8) $x > 86 \quad x \quad \le$ أو45

$$=\left\{x \,\middle|\, x \le -45 \quad R \quad > 86, \quad \in \; xx\right\}$$
$$=(-\infty,-45]\cup(86,\infty)$$

(9) المضاعفات الموجبة للعدد 5

$$\left\{x \,\middle|\, x = 5n, n \in N\right\}$$

(10) $x \ge 32$

$$=\left\{x \,\middle|\, x \ge 32, x \in R\right\}$$
$$=[32,\infty)$$

(11) دالــــــــــــــــة لأن كل قيمة لـــ x بقيمة واحدة لـــ y ؛حيث أن ارقام الحسابات لايمكن أن تتشابة

(12) ليـــــست دالـــــــة: لانه يوجد x مرتبطة بقيمتين من y وعليه فإن y لا تمثل دالــــة في x

(13) دالــــــــــــــــة لأن كل قيمة لـــ x بقيمة واحدة لـــ y

(14) دالــــــــــــــــة لأن كل قيمة لـــ x بقيمة واحدة لـــ y

(15) دالــــــــــــــــة لأن كل قيمة لـــ x بقيمة واحدة لـــ y

(16) ليست دالـــــــة لأن كل قيمة لـــ x لها قيمتين من y

(17) ليست دالـــــــة لأن أي خط رأسي يقطع التمثيل البياني في نقطتين؛ أى يوجد لبعض قيم x قيمتين لــــ y

(18) دالـــــــة لأن أي خط رأسي يقطع التمثيل البياني في نقطة واحدة فقط

---

(19) $g(x) = 2x^2 + 18x - 14$

(a)
$$\begin{aligned} g(9) &= 2(9)^2 + 18 \times 9 - 14 \\ &= 2 \times 81 + 162 - 14 \\ &= 162 + 162 - 14 \\ &= 310 \end{aligned}$$

(b)
$$\begin{aligned} g(3x) &= 2(3x)^2 + 18 \times 3x - 14 \\ &= 2 \times 9x^2 + 54x - 14 \\ &= 18x^2 + 54x - 14 \end{aligned}$$

$$g(1+5m)=2(1+5m)^2+18\times(1+5\mathrm{m})-14 \qquad (c)$$
$$=2\times(1+10m+25m^2)+18+90m-14$$
$$=2+20m+50m^2+18+90m-14$$
$$=50m^2+110m+6$$

$$h(\mathrm{y})=-3\,\mathrm{y}^3-6y+9 \qquad \mathbf{(20)}$$

$$h(4)=-3(4)^3-6\times4+9 \qquad (a)$$
$$=-3\times64-24+9$$
$$=-192-24+9$$
$$=-207$$

$$h(-2y)=-3(-2y)^3-6\times(-2\,\mathrm{y})+9 \qquad (b)$$
$$=-3\times(-8\,\mathrm{y}^3)+12y+9$$
$$=24y^3+12y+9$$

$$h(5b+3)=-3(5b+3)^3-6\times(5b+3)+9 \qquad (c)$$
$$=-3(125\,\mathrm{b}^3+225\,\mathrm{b}^2+135\,\mathrm{b}+27)-30\,\mathrm{b}-18+9$$
$$=-375\,\mathrm{b}^3-675\,\mathrm{b}^2-405\,\mathrm{b}-81-30b-18+9$$
$$=-375\,\mathrm{b}^3-675\,\mathrm{b}^2-435b-90$$

$$f(t)=\frac{4t+11}{3t^2+5t+1} \qquad \mathbf{(21)}$$

$$f(-6)=\frac{4\times(-6)+11}{3(-6)^2+5\times(-6)+1} \qquad \text{(a)}$$
$$=\frac{-24+11}{3\times36-30+1}=\frac{-13}{79}$$

$$f(4t)=\frac{4\times 4t+11}{3(4t)^2+5(4t)+1}$$ (b)

$$=\frac{16t+11}{48t^2+20t+1}$$

$$f(3-2a)=\frac{4(3-2a)+11}{3(3-2a)^2+5(3-2a)+1}$$ (c)

$$=\frac{12-8a+11}{3(9-12a+4a^2)+15-10a+1}$$

$$=\frac{23-8a}{18-36a+12a^2+16-10a}=\frac{23-8a}{12a^2-46a+34}$$

$$g(x)=\frac{3x^3}{x^2+x-4}$$ **(22)**

$$g(-2)=\frac{3(-2)^3}{(-2)^2+(-2)-4}$$ (a)

$$=\frac{3\times -8}{4-2-4}=\frac{-24}{-2}=12$$

$$g(5x)=\frac{3(5x)^3}{(5x)^2+5x-4}$$ (b)

$$=\frac{375x^3}{25x^2+5x-4}$$

$$g(8-4b)=\frac{3(8-4b)^3}{(8-4b)^2+(8-4b)-4}$$ (c)

$$=\frac{3(512-768\,b+384\,b^2-64\,b^3)}{(64-64\,b+16\,b^2)+4-4\,b}$$

$$=\frac{1536-2304b+1152b^2-192b^3}{68-68b+16b^2}$$

$$g(m)=3+\sqrt{m^2-4}$$ **(23)**

$$g(-2)=3+\sqrt{(-2)^2-4}$$ (a)

$$=3+\sqrt{4-4}=3$$

$$g(3m)=3+\sqrt{(3m)^2-4}$$ (b)

$$=3+\sqrt{9m^2-4}$$

$$g(4m-2)=3+\sqrt{(4m-2)^2-4}$$ (c)

$$=3+\sqrt{(16m^2-16m+4)-4}$$

$$=3+\sqrt{16m^2-16m}$$

$$=3+4\sqrt{m^2-m}$$

$$t(x)=5\sqrt{6x^2}$$ **(24)**

$$t(-4)=5\sqrt{6(-4)^2}=5\sqrt{6\times 16}$$ (a)

$$=20\sqrt{6}$$

$$t(2x) = 5\sqrt{6(2x)^2} \quad \text{(b)}$$
$$= 5\sqrt{6\times 4x^2}$$
$$= 10|x|\sqrt{6}$$

$$t(7+n) = 5\sqrt{6(7+n)^2} \quad \text{(c)}$$
$$= 5|7+n|\sqrt{6}$$

---

(25) مبيعات:

$$f(t) = 24t^2 - 93t + 78 \quad (a)$$

$$f(1) = 24\times(1)^2 - 93\times(1) + 78$$

= 9 ملايين

$$f(t) = 24t^2 - 93t + 78 \quad (b)$$

$$f(5) = 24\times(5)^2 - 93(5) + 78$$

= 213ملايين

(c) اعتقد ان القاعدة $f(t)$ أكثر دقة في السنوات الأخيرة والتي حققت أعلى مبيعات، حيث ان 213 قريبة 2Ä من 219 ، بينما أكبر 800Ä من 1

حدد مجال كل دالة مما يأتى:

(26) $f(x) = \dfrac{8x+12}{x^2+5x+4}$

$$(-\infty,-4)\cup(-4,-1)\cup(-1,\infty)$$

---

(27) $g(x)=\dfrac{x+1}{x^2-3x-40}$

$(-\infty,-5)\cup(-5,8)\cup(8,\infty)$

(28) $g(a)=\sqrt{1+a^2}$

$(-\infty,\infty)$

(29) $h(x)=\sqrt{6-x^2}$

$\left[-\sqrt{6},\sqrt{6}\right)$

---

(30) $f(a)=\dfrac{5a}{\sqrt{4a-1}}$

$(0.25,\infty)$

---

(31) $f(x)=\dfrac{2}{x}+\dfrac{4}{x+1}$

$(-\infty,-1)\cup(-1,0)\cup(0,\infty)$

---

(32) فيزياء:

T دالة في ℓ: لأن الطول لا يكون سالب مطلقاً

مجال الدالة $[0,\infty)$

أوجد $f(-5)$ و $f(12)$ لكل من الدالتين الاتيتين:

(33) $f(x) = -4x + 3$

$$f(-5) = -4 \times (-5) + 3$$
$$= 20 + 3 = 23$$

$f(x) = 3x^2 + 1$

$$f(12) = 3(12)^2 + 1$$
$$= 3 \times 144 + 1$$
$$= 432 + 1 = 433$$

(34) $f(x) = \sqrt{x+6}$

$$f(-5) = \sqrt{-5+6}$$
$$= \sqrt{1} = 1$$

$f(x) = \frac{2}{x} + 8$

$$f(12) = \frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{12}_{6}} + 8$$
$$= 8\frac{1}{6}$$

(35) عمل:

$$T(x) = 2.1x$$
$$T(7000) = 2.1 \times 7000$$
$$= 14700$$

$$T(x) = 5000 + 2.4x$$
$$T(10000) = 5000 + 2.4 \times 10000$$
$$= 29000$$
$$T(x) = 8000 + 3x$$
$$T(50000) = 8000 + 3 \times 50000$$
$$= 158000$$

---

(36) دالة: لأن الخط الرأسي لا يقطع المنحنى في أكثر من مرة.

(37) لـــيست دالـــة: لأن الخط الرأسي (محور y) يقطع التمثيل البياني في $(0,0)$ و $(0,-4)$

---

(38) رياضة:

(a)
$$D(t) = \begin{cases} 4t & , 0 \le t \le 0.6 \\ 20t & , 0.6 < t \le 6.2 \\ 6t & , 6.2 < t \le 10.7 \end{cases}$$

(b) مجال الدالة: $[0, 10.7]$

---

(39) **هندسة:**

(a)

$$r = \frac{c}{2\pi}$$

$$A = \cancel{\pi} \times \frac{c^2}{4\cancel{\pi^2}_{\pi}} = \frac{c^2}{4\pi}$$

$$A = \frac{c^2}{4\pi}$$

(b)

$$A(4) = \frac{4^2}{4\pi} = 1.27$$

$$A(0.5) = \frac{(0.5)^2}{4\pi} = 0.2$$

(c) كلما زاد المحيط زادت المساحة

(40) حسابات

$$\upsilon(\mathrm{t}) = 1800 - 30\mathrm{t}$$

مجال الدالة هو $D = \{t \mid 0 \le t \le 60, t \in N\}$

أوجد $f(\mathrm{a}), \mathrm{f}(\mathrm{a}+\mathrm{h}), \frac{\mathrm{f}(\mathrm{a}+\mathrm{h}) + f(\mathrm{a})}{h}$ حيث $h \neq 0$ لكل مما يأتي:

(41) $f(\mathrm{x}) = -5$

$$f(\mathrm{a}) = -5$$

$$f(\mathrm{a}+\mathrm{h}) = -5$$

$$\frac{f(\mathrm{a}+\mathrm{h}) - f(\mathrm{a})}{h} = \frac{-5-(-5)}{h} = 0$$

$f(\mathrm{x}) = \sqrt{x}$ **(42)**

$$f(a) = \sqrt{a}$$

$$f(a+h) = \sqrt{a+h}$$

$$\frac{f(a+h)-f(a)}{h} = \frac{\sqrt{a+h}-\sqrt{a}}{h}$$

$f(x) = \dfrac{1}{x+4}$ **(43)**

$$f(a) = \frac{1}{a+4}$$

$$f(a+h) = \frac{1}{a+h+4}$$

$$\frac{f(a+h)-f(a)}{h} = \frac{\frac{1}{a+h+4}-\frac{1}{a+4}}{h}$$

$$= \frac{a+4-a-h-4}{(a+h+4)(a+4)} \times \frac{1}{h}$$

$$= \frac{-\cancel{h}}{(a+h+4)(a+4)} \times \frac{1}{\cancel{h}}$$

$$= \frac{-1}{(a+h+4)(a+4)}$$

$f(x) = x^2 - 6x + 8$ **(44)**

$$f(a) = a^2 - 6a + 8$$

$$f(a+h) = (a+h)^2 - 6(a+h) + 8$$

$$= a^2 + 2ah + h^2 - 6a - 6h + 8$$

$$= a^2 + h^2 + 2ah - 6a - 6h + 8$$

$$\frac{f(a+h) - f(a)}{h} = \frac{\cancel{a^2} + h^2 + 2ah \cancel{-6a} - 6h \cancel{+8} \cancel{-a^2} \cancel{+6a} \cancel{-8}}{h}$$

$$= \frac{\cancel{h}(h + 2a - 6)}{\cancel{h}} = h + 2a - 6$$

$$f(x) = -14x + 6 \quad \textbf{(45)}$$

$$f(a) = -14a + 6$$

$$f(a+h) = -14(a+h) + 6$$

$$= -14a - 14h + 6$$

$$\frac{f(a+h) - f(a)}{h} = \frac{\cancel{-14a} - 14h \cancel{+6} \cancel{+14a} \cancel{-6}}{h}$$

$$= -14$$

$$f(x) = x^3 + 9 \quad \textbf{(46)}$$

$$f(a) = a^3 + 9$$

$$f(a+h) = (a+h)^3 + 9$$

$$= a^3 + h^3 + 3ah^2 + 3ha^2 + 9$$

$$\frac{f(a+h) - f(a)}{h} = \frac{\cancel{a^3} + h^3 + 3ah^2 + 3ha^2 \cancel{+9} \cancel{-a^3} \cancel{-9}}{h}$$

$$= \frac{\cancel{h}(h^2 + 3ah + 3a^2)}{\cancel{h}} = h^2 + 3ah + 3a^2$$

$f(\mathrm{x}) = 5x^2$ **(47)**

$$f(a) = 5a^2$$

$$f(a+h) = 5(a+h)^2 = 5(a^2 + h^2 + 2ah)$$

$$= 5a^2 + 5h^2 + 10ah$$

$$\frac{f(a+h) - f(a)}{h} = \frac{\cancel{5a}^2 + 5h^2 + 10ah - \cancel{5a}^2}{h}$$

$$= \frac{\cancel{h}(5h + 10a)}{\cancel{h}} = 5h + 10a$$

$f(\mathrm{x}) = x^3$ **(48)**

$$f(a) = a^3$$

$$f(a+h) = (a+h)^3$$

$$= a^3 + h^3 + 3ah^2 + 3ha^2$$

$$\frac{f(a+h) - f(a)}{h} = \frac{\cancel{a^3} + h^3 + 3ah^2 + 3ha^2 - \cancel{a^3}}{h}$$

$$= \frac{\cancel{h}(h^2 + 3ah + 3a^2)}{\cancel{h}} = h^2 + 3ah + 3a^2$$

---

(49) صناعة:

a) $A(\mathrm{L}) = \frac{L^2}{1.8}$

مجال الدالة هو: $[5, 11.5]$

b) $A(h) = 2.1h^2$

مجال الدالة هو: $[2.4, 5.5]$

c) $A = 52.9 \ in^2$

حدد ما إذا كانت y دالة في x أم لا.

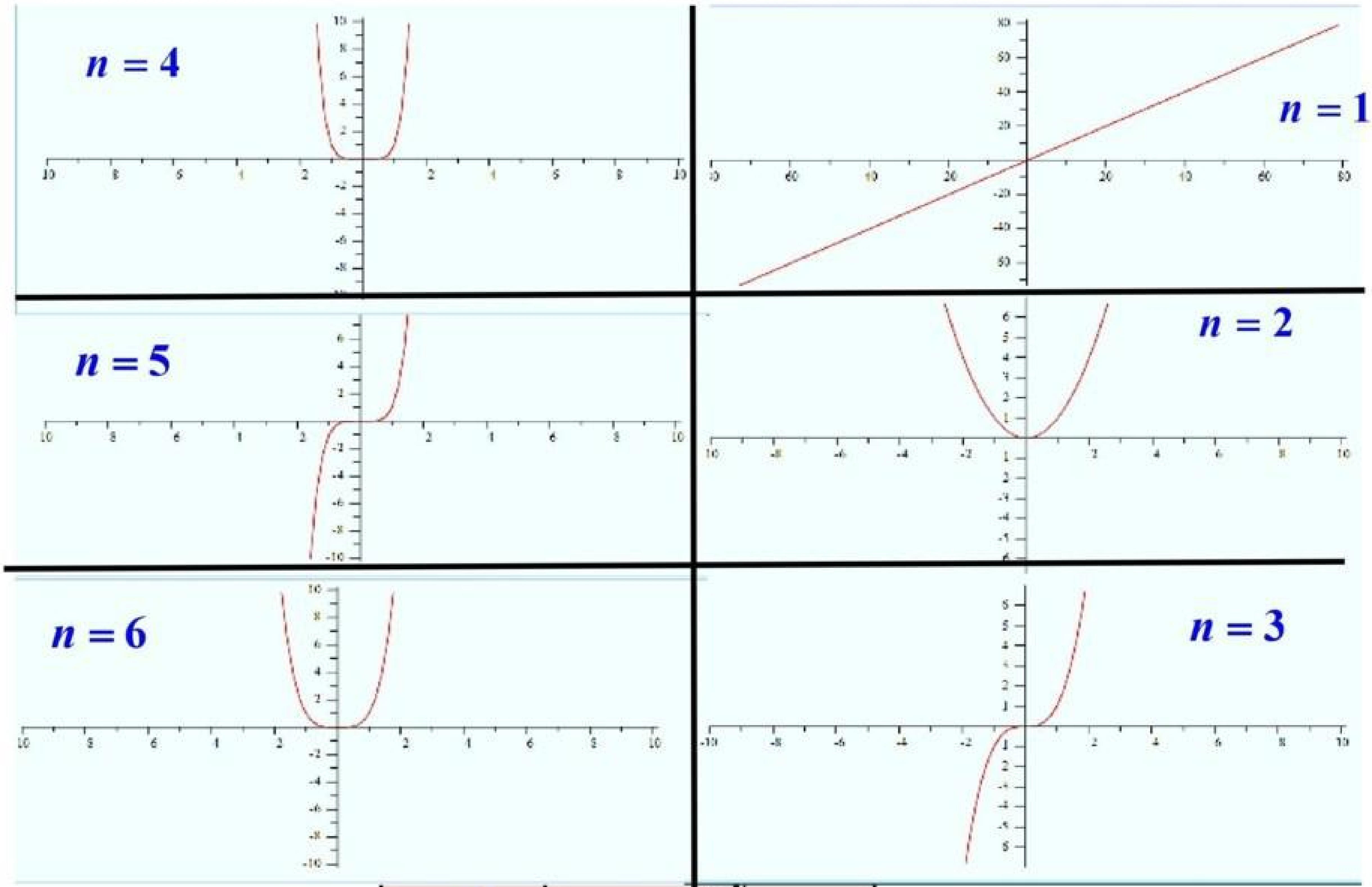
(50) $x = |y|$

ليست دالة، لأن لكل قيمة x في المجال يوجد قيمتان y في المدى وعليه فإن y لا تمثل دالـــة في x

(51) $x = y^3$

دالة، لأن لكل قيمة x في المجال يوجد قيمة واحدة y في المدى وعليه فإن y تمثل دالـــة في x

(a) (52)



n	المدى
1	$(-\infty,\infty)$
2	$[0,\infty)$
3	$(-\infty,\infty)$
4	$[0,\infty)$
5	$(-\infty,\infty)$
6	$[0,\infty)$

(c) لفظياً :يكون المدى $[0,\infty)$ إذا كانت n زوجية.

(d) لفظياً: يكون المدى $(-\infty,\infty)$ إذا كانت n فردية.

مسائل مهارات التفكير العليا:

(53) إكتشف الخطأ:

سليمان، المجال هو $(-\infty,-2)\cup(-2,2)\cup(2,\infty)$ أو $\{x|x \neq -2, x \neq 2x \in R\}$

---

(54) المجال هو باستخدام رمز الفترة: $(-\infty,-3)\cup(-3,-1)\cup(-1,5)\cup(5,\infty)$

المجال هو باستخدام طريقة الصفة المميزة: $\{x|x \neq -3, x \neq -1, x \neq 5, x \in R\}$

* افضل طريقة الصفة المميزة للمجموعة لأنه بدلاً من كتابة أربع فترات تقع ضمنها x تُكتب ثلاث قيم غير ممكنة لـ x، والمجموعة التى يمكن أخذ منها (x) ، أي أنه عند تحديد قيمة ما على فترات متعددة تكون الصفة المميزة للمجموعة أكثر فاعلية.

---

(55) تحد:

$$G\left(\cancel{x}^5+1\right)=\frac{G(x-2)G(x-1)+1}{G(x)}$$

$$G(6)=\frac{G(7)G(4)+1}{G(6)}$$

$$=\frac{4}{7}$$

تبرير:

(56) خطأ، ليس بالضرورة إرتباط كل عنصر من y بعنصر من x.

(57) خطأ، يمكن لعنصرين أو اكثر من x الارتباط بالعنصر نفسه من y.

(58) صحيحة.

اكتب:

(59) تكون العلاقة دالة إذا ارتبطت كل قيمة x من المجال (مدخلة)بقيمة y واحدة فقط من المدى (مخرجة).

(60) إذا ارتبط كل عنصر من المجال (إحداثى x) في مجموعة الازواج المرتبة بعنصر واحد من المدى (إحداثى y) تكون العلاقة دالة.

(61) إذا ارتبطت كل قيمة لـ x في الجدول بقيمة واحدة مختلفة لــ y تكون العلاقة دالـــــة.

(62) إذا رسم خط رأسي عند أي قيمة x على التمثيل البياني وقطعه في نقطة واحدة تكون العلاقة دالة بأختبار الخط الرأسي.

(63) تربط بين الاحداثين y , x لكل زوج من الازواج المرتبة.

بسط كلاً مما يأتي:

(64) $\dfrac{2r-4}{r-2}$

$$\frac{2\cancel{(r-2)}}{\cancel{r-2}} = 2$$

---

(65) $\dfrac{r^2-7r-30}{r^2-5r-24}$

$$\frac{(r-10)\cancel{(r+3)}}{(r-8)\cancel{(r+3)}} = \frac{r-10}{r-8}$$

(66) $\dfrac{y}{4}-\dfrac{4y}{3x}+\dfrac{3y}{4x}$

$$\frac{3xy-16y+9y}{12x}=\frac{y(3x-16+9)}{12x}=\frac{y(3x-7)}{12x}$$

---

(67) $\dfrac{\frac{1}{a}-\frac{1}{4}}{\frac{1}{a^2}-\frac{1}{16}}$

$$\frac{\frac{4-a}{4a}}{\frac{16-a^2}{16a^2}}=\frac{4-a}{4a}\div\frac{(4-a)(4+a)}{16a^2}$$

$$=\frac{\cancel{4-a}^{\,1}}{\cancel{4a}_{\,1}}\times\frac{\cancel{16a^2}^{\,4a}}{\cancel{(4-a)}(4+a)}$$

$$=\frac{4a}{4+a}$$

---

(68) $\dfrac{6x^2-11x+4}{6x^2+x-2}\cdot\dfrac{12x^2+11x+2}{8x^2+14x+3}$

$$\frac{\cancel{(2x-1)}(3x-4)}{\cancel{(2x-1)}\cancel{(3x+2)}}\cdot\frac{\cancel{(4x+1)}\cancel{(3x+2)}}{\cancel{(4x+1)}(2x+3)}=\frac{3x-4}{2x+3}$$

حل كل من المعادلتين:

$$\frac{8}{x} = 1 + \frac{2}{x-2} \quad (69)$$

$$\frac{8}{x} = \frac{x-2+2}{x-2}$$

$$\therefore \frac{8}{x} = \frac{x}{x-2} \quad \rightarrow \quad \therefore x^2 = 8x - 16$$

$$\therefore x^2 - 8x + 16 = 0$$

وهي أولية ∴ مجموعة الحل = $x = -4, x = 4 =$

$$x - \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \quad (70)$$

$$x = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\frac{x+1}{x-3} - 1 \leq 2 \quad (71)$$

$$\frac{x+1}{x-3} \leq 2 + 1$$

$$\frac{x+1}{x-3} \leq 3 \rightarrow \therefore x + 1 \leq 3x - 9$$

$$\therefore 1 + 9 \leq 3x - x$$

$$\therefore 10 \leq 2x \quad \rightarrow \quad \therefore 5 \leq x$$

$$\frac{6}{x} + 2 \geq 0 \quad (72)$$

$$\frac{6}{x} \geq -2 \qquad \therefore 6 \geq -2x$$

$$\therefore x \geq -3$$

تدريب على الاختبار

(73) c) كل دالة تمثل علاقة

(74) c) $x \ne 5$, $x \ge \frac{3}{2}$

(1-2) تحليل التمثيلات البيانية للدوال والعلاقات

تحقق من فهمك

(1A)
$$\upsilon(10) = 0.002(10)^4 - 0.11(10)^3 + 1.77(10)^2 - 8.6\times 10 + 31$$
$$= 20 - 110 + 177 - 86 + 31 = 32$$

= 32 مليون ريال

(1B) في بداية متابعة المستثمر (اليوم 0) وفي اليومين 9 , 15 .

تحقق من فهمك

(2A) المجـــــــــــال: $[-2,6($

المــــــــــدى : $[0,4]$

(2B) المجـــــــــــال: $(-4,2)\cup(2,\infty)$

المــــــــــدى : $(-\infty,2)\cup\{6\}$

تحقق من فهمك

(3A) $f(0) = 0^3 + 0^2 - 6 \times 0 + 4 = 4$

(3B) $f(0) = \sqrt{0^2 + 6} = \sqrt{6}$

تحقق من فهمك

(4A) $f(x) = 3x^3 - 10x^2 + 8x$

$$f(x) = 0$$

$$\therefore 3x^3 - 10x^2 + 8x = 0$$

$$\therefore x(3x^2 - 10x + 8) = 0$$

$$\therefore x(3x-4)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = 0\ ,\ x = \frac{4}{3}\ or\ \ x = 2$$

أي أن اصفار الدالة f هي $2\ ,\ \frac{4}{3}\ ,\ 0$

(4B) $f(x) = \sqrt{4t + 1}$

$$f(x)=0$$
$$\therefore \sqrt{4t+1}=0$$
$$\therefore 4t+1=0$$
$$\therefore 4t=-1$$
$$\therefore t=\frac{-1}{4}$$

أي أن اصفار الدالة f هي $-\frac{1}{4}$

تحقق من فهمك

(5A) التحقق بيانياً: المنحنى متماثل حول محور y ، لأن لكل نقطة (x,y) على المنحنى يوجد

نقطة $(-x,y)$ على نفس المنحنى.

التحقق عددياً:

x	2	-2	3	-3
y	2	2	-3	3
(x,y)	$(2,2)$	$(-2,2)$	$(3,-3)$	$(-3,3)$

التحقق جبرياً:

$$f(x)=-x^2+6$$
$$f(-x)=-(-x)^2+6$$
$$=-x^2+6=f(x)$$

لـ $f(x)=f(-x)$ $\therefore$ المنحنى متماثل حول محور y

(5B) التحقق بيانياً: المنحنى متماثل حول نقطة الأصل؛ لأن لكل نقطة (x,y) على المنحنى يوجد

نقطة $(-x,-y)$ على نفس المنحنى.

← المنحنى متماثل حول محور x ، لأن لكل نقطة (x,y) على المنحنى يوجد نقطة $(x,-y)$ على نفس المنحنى.

← المنحنى متماثل حول محور y ، لأن لكل نقطة (x,y) على المنحنى يوجد نقطة $(-x,y)$ على نفس المنحنى.

التحقق عددياً:

x	3	-3	4	-4
y	$4\pm$	$4\pm$	$3\pm$	$3\pm$
(x,y)	$(3,4)$ $(3,-4)$	$(-3,4)$ $(-3,-4)$	$(4,3)$ $(4,-3)$	$(-4,3)$ $(-4,-3)$

التحقق جبرياً:

$$x^2+y^2=25$$

$$f(-x,-y)=(-x)^2+(-y)^2=x^2+y^2$$
$$=f(x)$$

لـ $f(-x,-y)=f(x,y)$ ∴ المنحنى متماثل حول نقطة الأصل

$$x^2+y^2=25$$

$$f(x,-y)=x^2+(-y)^2=x^2+y^2$$
$$=f(x)$$

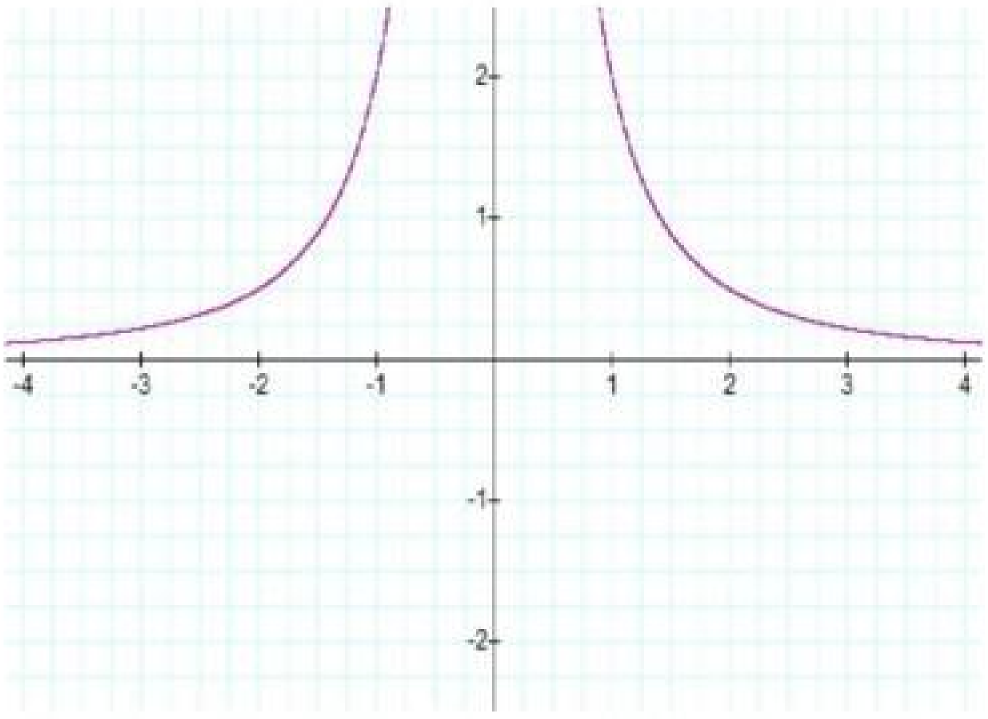
لـ $f(x,-y)=\mathrm{f}(x,y)$ ∴ المنحنى متماثل حول محور x

$$x^2 + y^2 = 25$$

$$f(-x, y) = (-x)^2 + y^2 = x^2 + y^2$$
$$= f(x)$$

لـ $f(-x, y) = f(x, y)$ ∴ المنحنى متماثل حول محور y

تحقق من فهمك

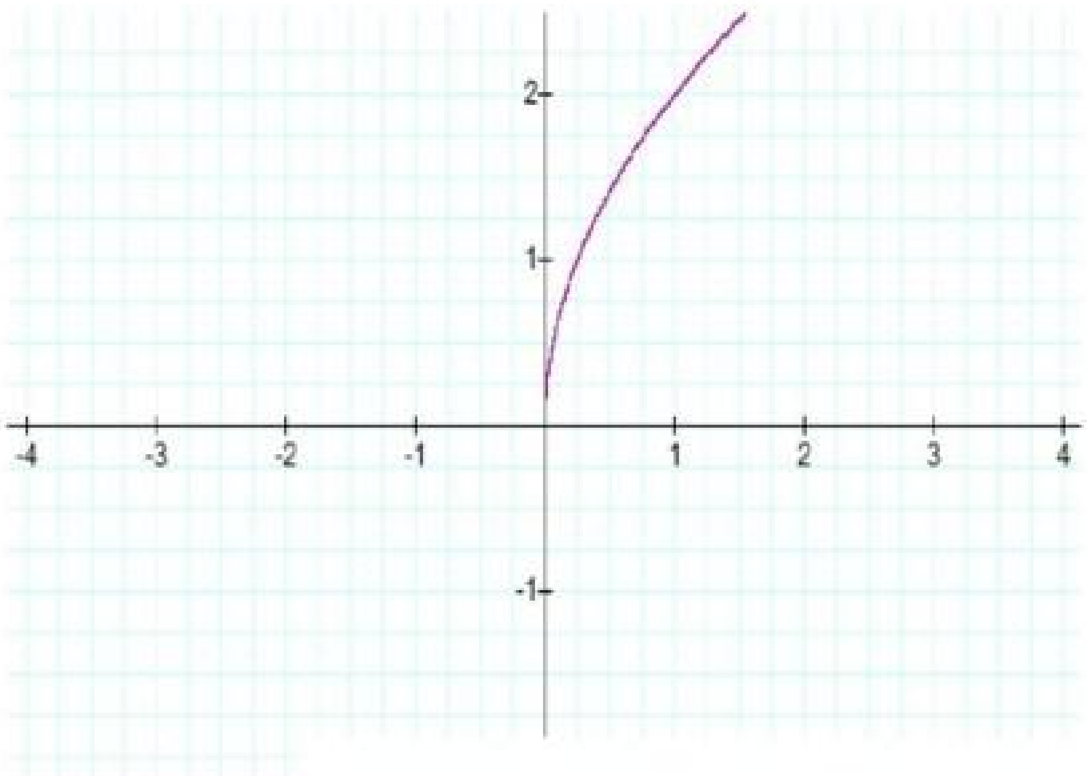


(6A) $f(x) = \dfrac{2}{x^2}$

من التمثيل البياني يتضح أن الدالة زوجية لأنها متماثلة حول المحور y

<u>**التحقق جبرياً:**</u>

$$f(-x) = \frac{2}{(-x)^2} = \frac{2}{x^2} = f(x)$$



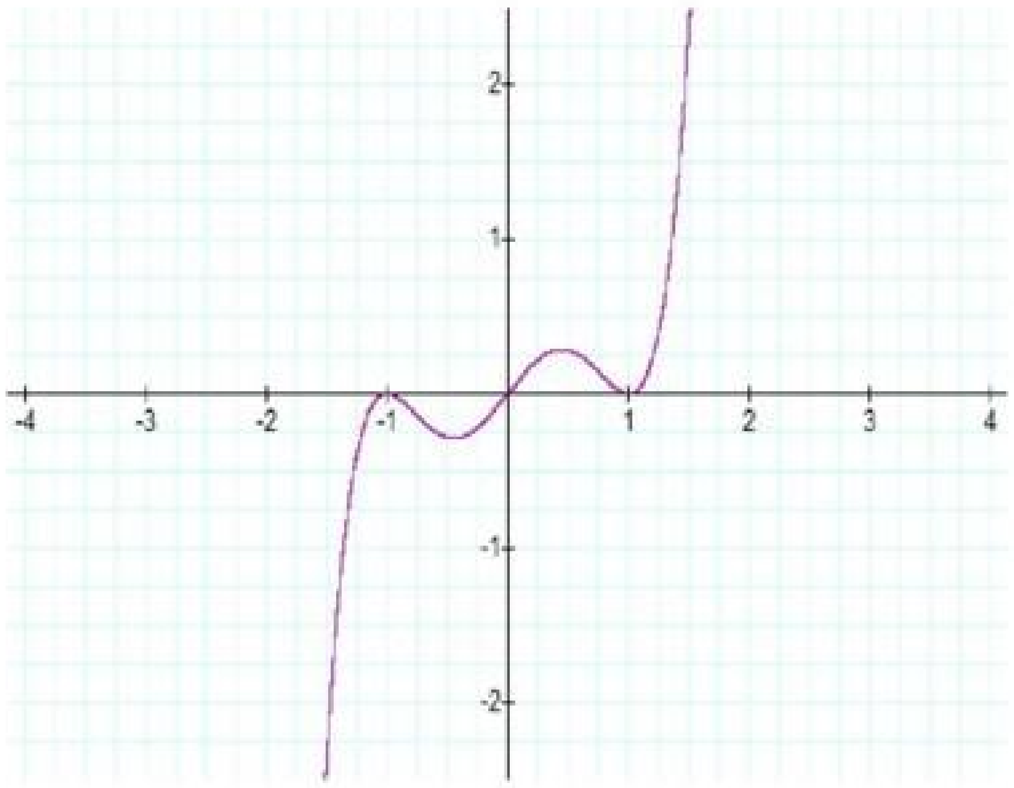
(6B) $g(x) = 4\sqrt{x}$

من التمثيل البياني يتضح أن الدالة ليست زوجية وليست فردية

التحقق جبرياً:

$$f\left(-x\right)=4\sqrt{-x}\neq f\left(x\right)$$

(6C $h\left(x\right)=x^{5}-2x^{3}+x$



من التمثيل البياني يتضح أن الدالة فردية لأنها متماثلة حول نقطة الأصل

التحقق جبرياً:

$$\begin{aligned} f\left(-x\right) &= (-x)^{5}-2(-x)^{3}+(-x) \\ &= -(x^{5}-2x^{3}+x)=-f\left(x\right) \end{aligned}$$

تدرب وحل المسائل

■ **استعمل التمثيل البياني لكل دالة مما يأتي لتقدير القيم المطلوبة ثم تحقق من إجابتك جبرياً وقرب الناتج إلى أقرب جزء من مائة إذا لزم ذلك:**

(1) $g\left(x\right)=-5\sqrt{x}+50$

$$g(6) = -5\sqrt{6} + 50 = 37.75 \qquad (a$$

$$g(12) = -5\sqrt{12} + 50 = 32.86 \qquad (b$$

$$g(19) = -5\sqrt{19} + 50 = 28.21 \qquad (c$$

$$g(x) = |x| + 2 \quad \textbf{(2)}$$

$$g(-8) = |-8| + 2 = 10 \qquad (a$$

$$g(-3) = |-3| + 2 = 5 \qquad (b$$

$$g(0) = |0| + 2 = 2 \qquad (c$$

$$p(t) = \begin{cases} -3 & , t < 2 \\ t - 1 & , t \geq 2 \end{cases} \quad \textbf{(3)}$$

$$p(-6) = -3 \qquad (a$$

$$p(2) = 2 - 1 = 1 \qquad (b$$

$$p(9) = 9 - 1 = 8 \qquad (c$$

$$f(x) = \frac{x-1}{x} \quad \textbf{(4)}$$

(a $\quad f(-3)=\frac{-3-1}{-3}=\frac{-4}{-3}=\frac{4}{3}$

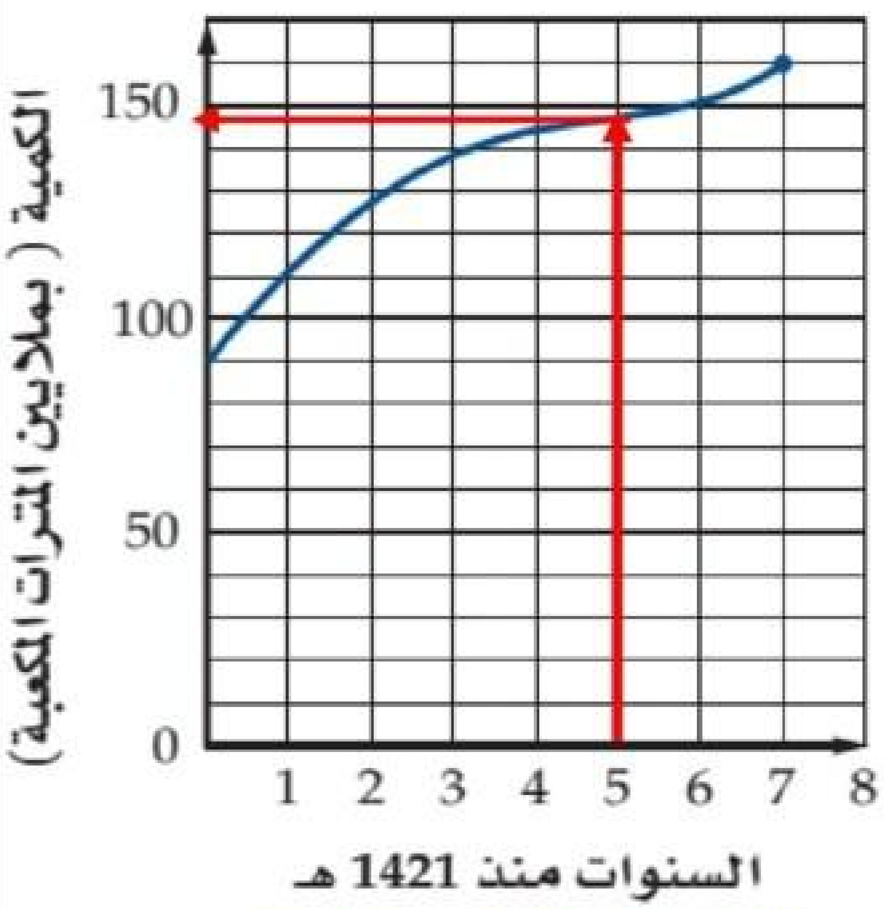
(b $\quad f(0.5)=\frac{0.5-1}{0.5}=\frac{-0.5}{0.5}=-1$

(c $\quad f(0)=\frac{0-1}{0}=\frac{-1}{0}$ غير معروفة

---

(5) مياه:

(a) 149 مليون متر مكعـــــب

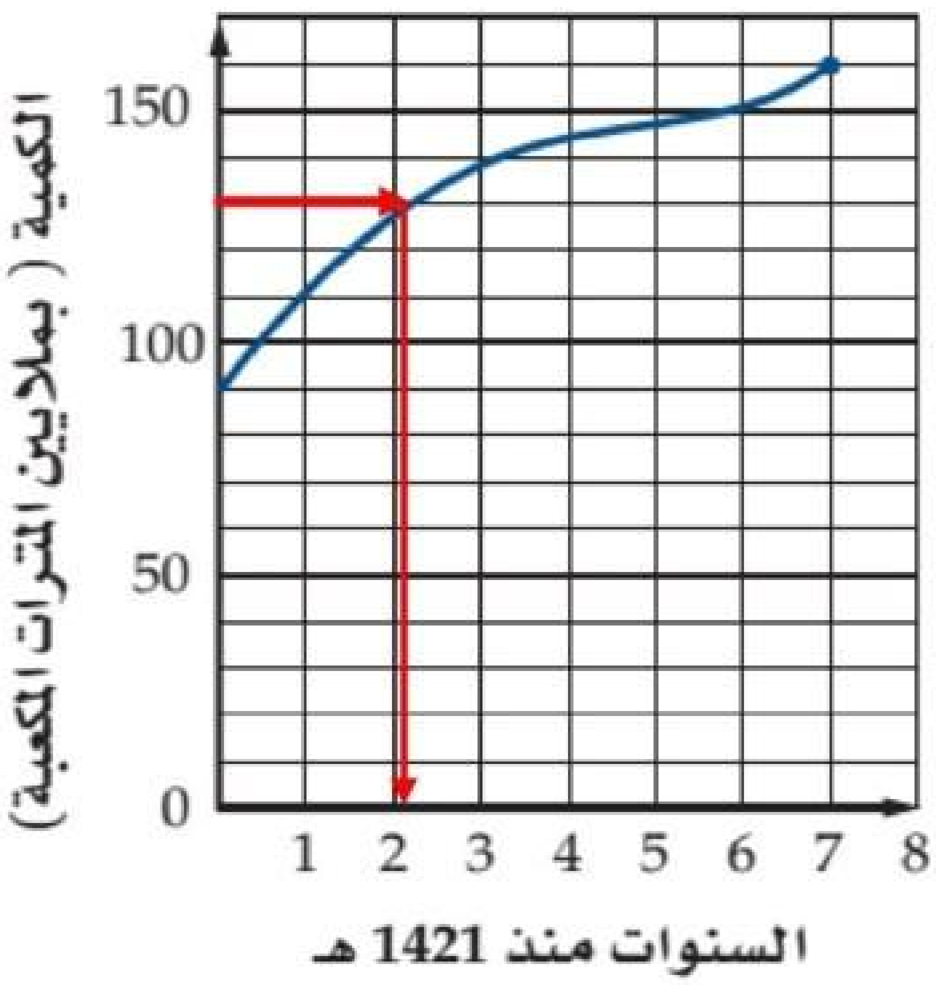


(b)

$$f(5)=0.0509(5)^4-0.3395(5)^3-2.2(5)^2+25.35\times 5+88.27$$

$=149.395 \approx 149.4$ مليون متر مكعب

(c) 1422 هـ



التحقق جبريا

$$f(2)=0.0509(2)^4-0.3395(2)^3-2.2(2)^2+25.35\times 2+88.27$$
$$=128.2684 \approx 130$$

استعمل التمثيل البياني للدالة h في كلاً مما يأتي لإيجاد كلاً من مجال الدالة ومداها:

(6) المجال = $\{x \mid x \in R\}$

المدى = $[-3, \infty)$

---

(7) المجال = $(-4, 4]$

المدى = $[-1, 6]$

---

(8) المجال = $[-5, \infty)$

المدى = $[-2, \infty)$

---

(9) المجال = $(-\infty, 7]$

المدى = $\{-1\} \cup (1, \infty)$

---

(10) هندسة:

a) النحاس: المجال = $\{x | -150 \le x \le 150, x \in R\}$

المدي = $\{y | y = 175\}$

الألومنيوم: المجال = $\{x | -150 \le x \le 150, x \in R\}$

المدي = $\{y | 0.6 \le y \le 1.5, y \in R\}$

الزنك: المجال = $\{x | -150 \le x \le 150, x \in R\}$

المدي = $\{y | 0.5 \le y \le 1.25, y \in R\}$

الفولاذ: المجال = $\{x | -150 \le x \le 150, x \in R\}$

المدي = $\{y | 0.2 \le y \le 1.75, y \in R\}$

b) الطاقة عند الصفر السيليزي

النحاس: 1.75 جول

الألومنيوم: 1.2 جول

الزنك: 0.5 جول

الفولاذ: 1.5 جول

استعمل التمثيل البياني لكل دالة مما يأتي لإيجاد مقطع المحور y وأصفار الدالة، ثم أوجد هذة القيم جبريا:

(11) $f(x)=\sqrt{x-1}$

لإيجاد مقطع y $\quad f(0)=\sqrt{0-1}=\sqrt{-1}\notin R$

∴ لايوجد مقطع y

لإيجاد مقطع x $\quad f(x)=\sqrt{x-1}=0$

$\therefore x-1=0 \quad \therefore x=1$

أصفار الدالة هي 1

---

(12) $f(x)=2x^3-x^2-3x$

لإيجاد مقطع y $\quad f(0)=2(0)^3-(0)^2-3(0)=0$

مقطع y هو 0

لإيجاد مقطع x

$f(x)=2x^3-x^2-3x=0$

$\therefore x(2x^2-x-3)=0 \quad \therefore x(2x-3)(x+1)=0$

$\therefore x=0 \ , \ x=\frac{3}{2} \ or \ x=-1$

أصفار الدالة هي. -1 , $\frac{3}{2}$, 0

---

(13) $f(x)=\sqrt[3]{x}$

لإيجاد مقطع y $f(0)=\sqrt[3]{0}=0$

مقطع y هو 0

لإيجاد مقطع x

$$f(x)=\sqrt[3]{x}=0$$
$$\therefore x=0$$

أصفار الدالة هي 0

---

(14) $f(x)=6x^2-x-2$

لإيجاد مقطع y $f(0)=6(0)^2-(0)-2=-2$

مقطع y هو -2

لإيجاد مقطع x

$$f(x)=6x^2-x-2=0$$
$$\therefore (3x-2)(2x+1)=0$$
$$x=\frac{2}{3} \quad or \quad x=-\frac{1}{2}$$

أصفار الدالة هي. $\frac{2}{3}\ ,\ -\frac{1}{2}$

---

(15) $f(x)=x^3-3x+2$

لإيجاد مقطع y $\quad f(0)=(0)^3-3(0)+2=2$

مقطع y هو 2.

يتضح من التمثيل البياني أن أصفار الدالة هو 1 و 2–

الحل جبريا:

$$f(x)=x^3-3x+2+x-x$$
$$(x^3-4x)+x+2$$
$$x(x^2-4)+(x+2)$$
$$x(x-2)(x+2)+(x+2)$$
$$(x+2)\{x(x-2)+1|\}$$
$$(x+2)(x^2-2x+1)=0$$

$x+2=0$ إذن $x=-2$

$$x^2-2x+1=0$$
$$(x-1)(x-1)$$

$x-1=0$ إذن $x=1$

أي صفري الدالة هما 1 و 2–

---

(16) $f(x)=x^2+5x+6$

لإيجاد مقطع y $f(0)=(0)^2+5(0)+6=6$

مقطع y هو 6

لإيجاد مقطع x

$$f(x)=x^2+5x+6=0$$
$$\therefore (x+2)(x+3)=0$$
$$x=-2 \quad or \quad x=-3$$

أصفار الدالة هي. -3 , -2

استعمل التمثيل البياني لكل معادلة مما يأتي لإختبار التماثل حول المحور x والمحور y ونقطة الأصل

عزز إجابتك عدديا، ثم تحقق منها جبريا.

(17) يتضح من التمثيل البياني أن المنحنى متماثل حول المحور x والمحور y ونقطة الأصل

(18) يتضح من التمثيل البياني أن المنحنى متماثل حول المحور x

(19) يتضح من التمثيل البياني أن المنحنى متماثل حول نقطة الأصل

(20) يتضح من التمثيل البياني أن المنحنى متماثل حول المحور x والمحور y ونقطة الأصل

(21) يتضح من التمثيل البياني أن المنحنى متماثل حول نقطة الأصل

(22) يتضح من التمثيل البياني أن المنحنى متماثل حول نقطة الأصل

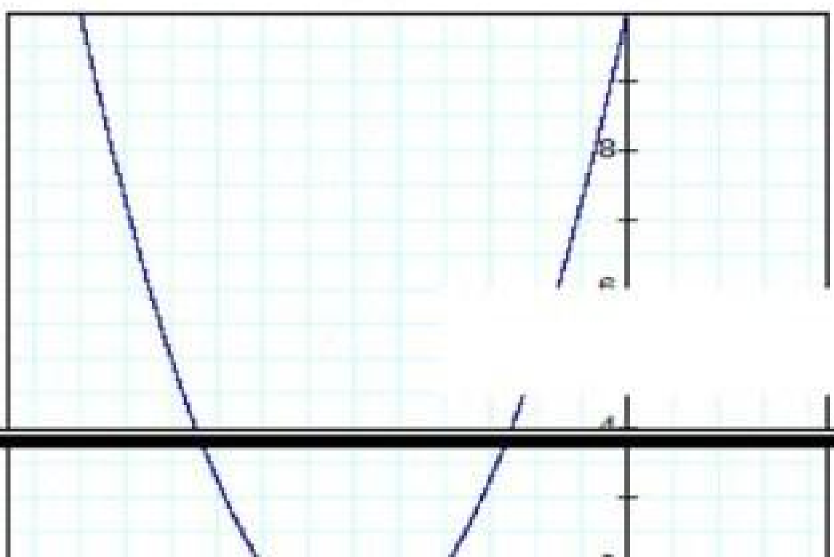
(23) يتضح من التمثيل البياني أن المنحنى متماثل حول المحور y

(24) لا يوجد تماثل

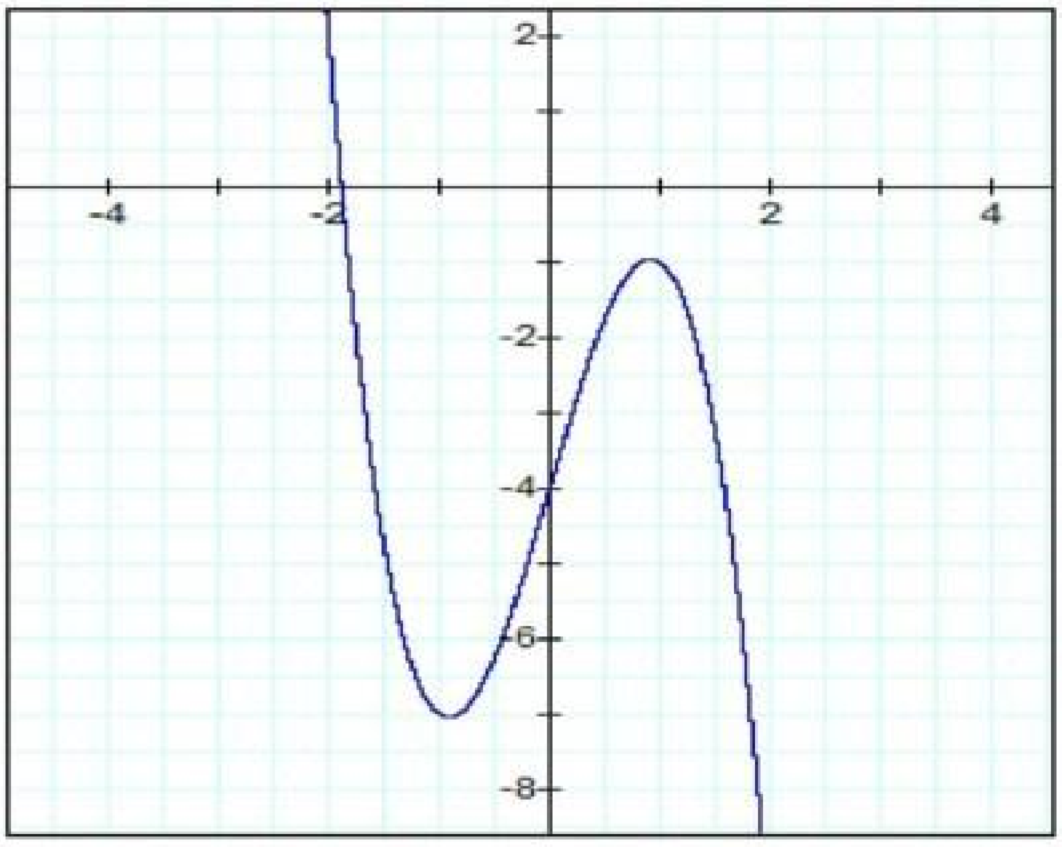
---

(25) $f(x)=x^2+6x+10$

ليست فردية وليست زوجية



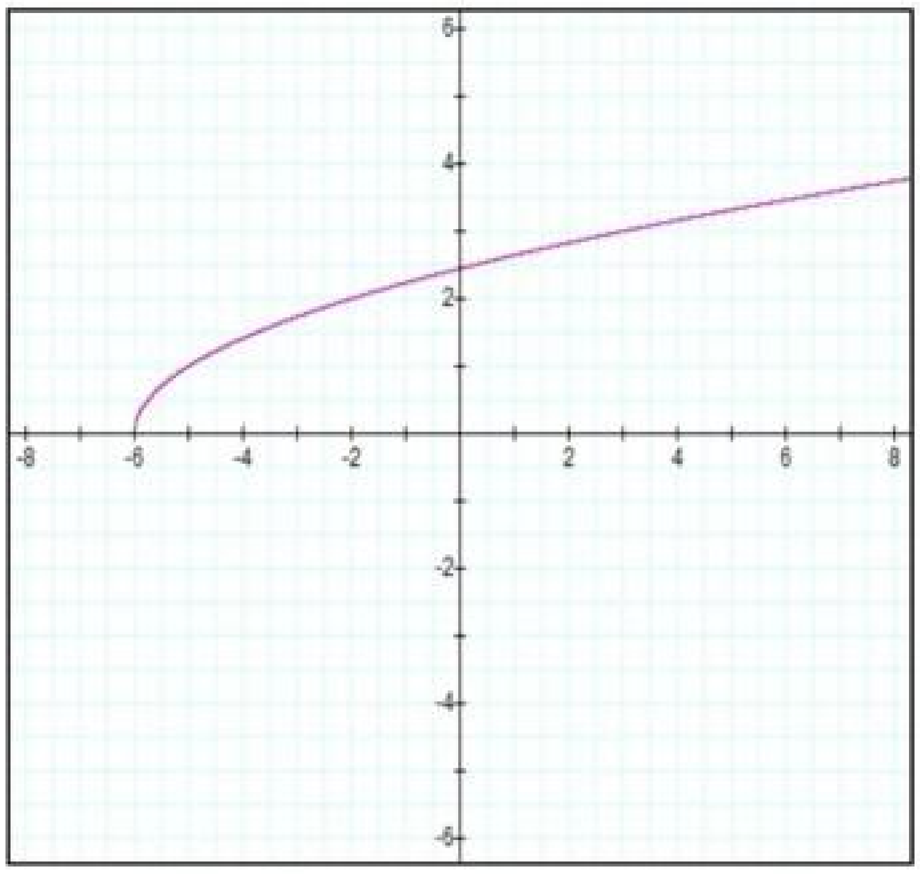
التحقق جبريا $f(-x)=x^2-6x+10\neq f(x)$



(26) $f(x)=-2x^3+5x-4$

ليست فردية وليست زوجية

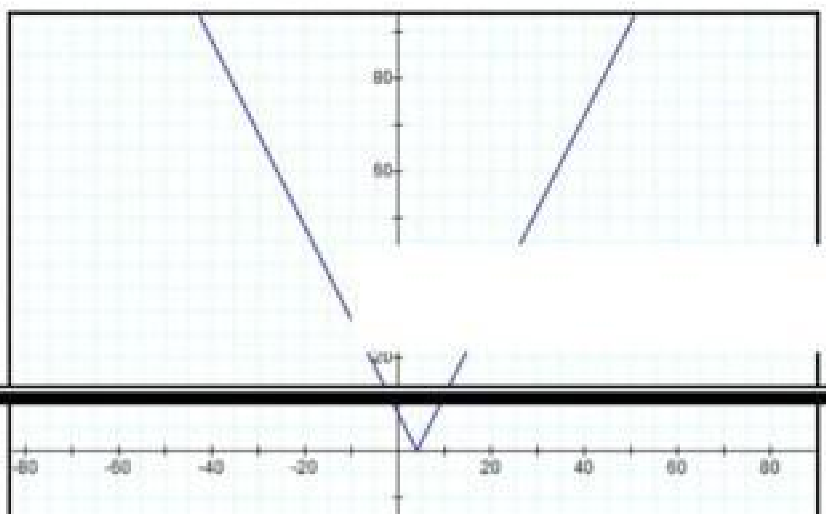
التحقق جبريا $f(-x)=2x^3-5x-4\neq f(x)$



(27) $g(x)=\sqrt{x+6}$

ليست فردية وليست زوجية

التحقق جبرياً $g(-x)=\sqrt{-x+6}\neq g(x)$



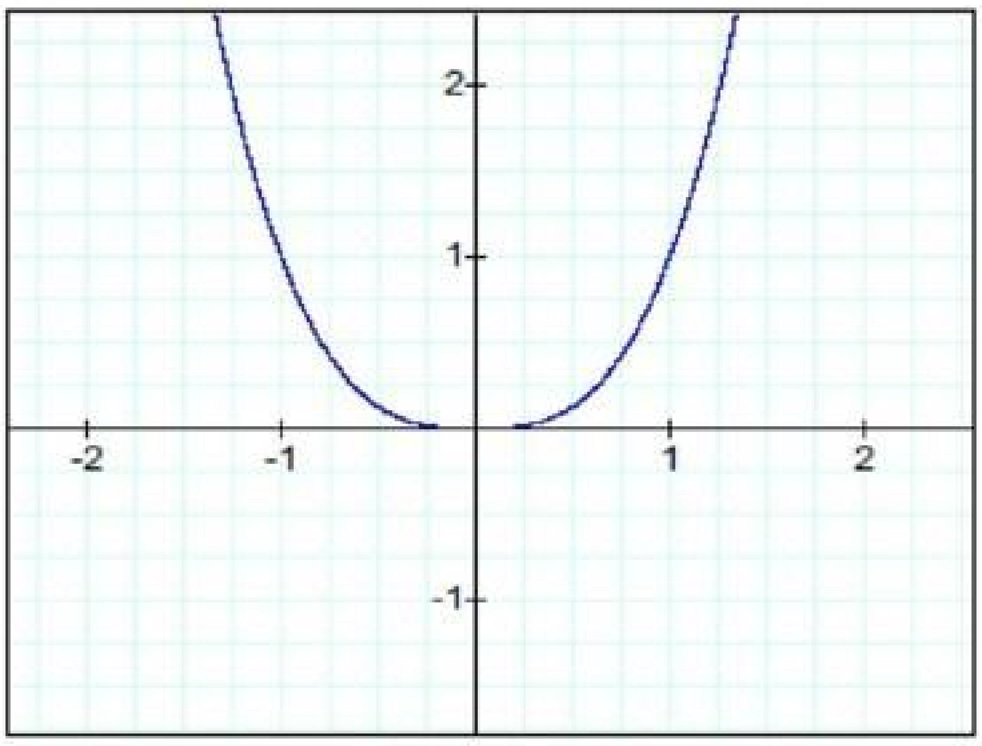
(28) $h(x)=|8-2x|$

ليست فردية وليست زوجية

التحقق جبريا $h(-x) = |8+2x| \neq h(x)$

---

(29) $f(x) = |x^3|$

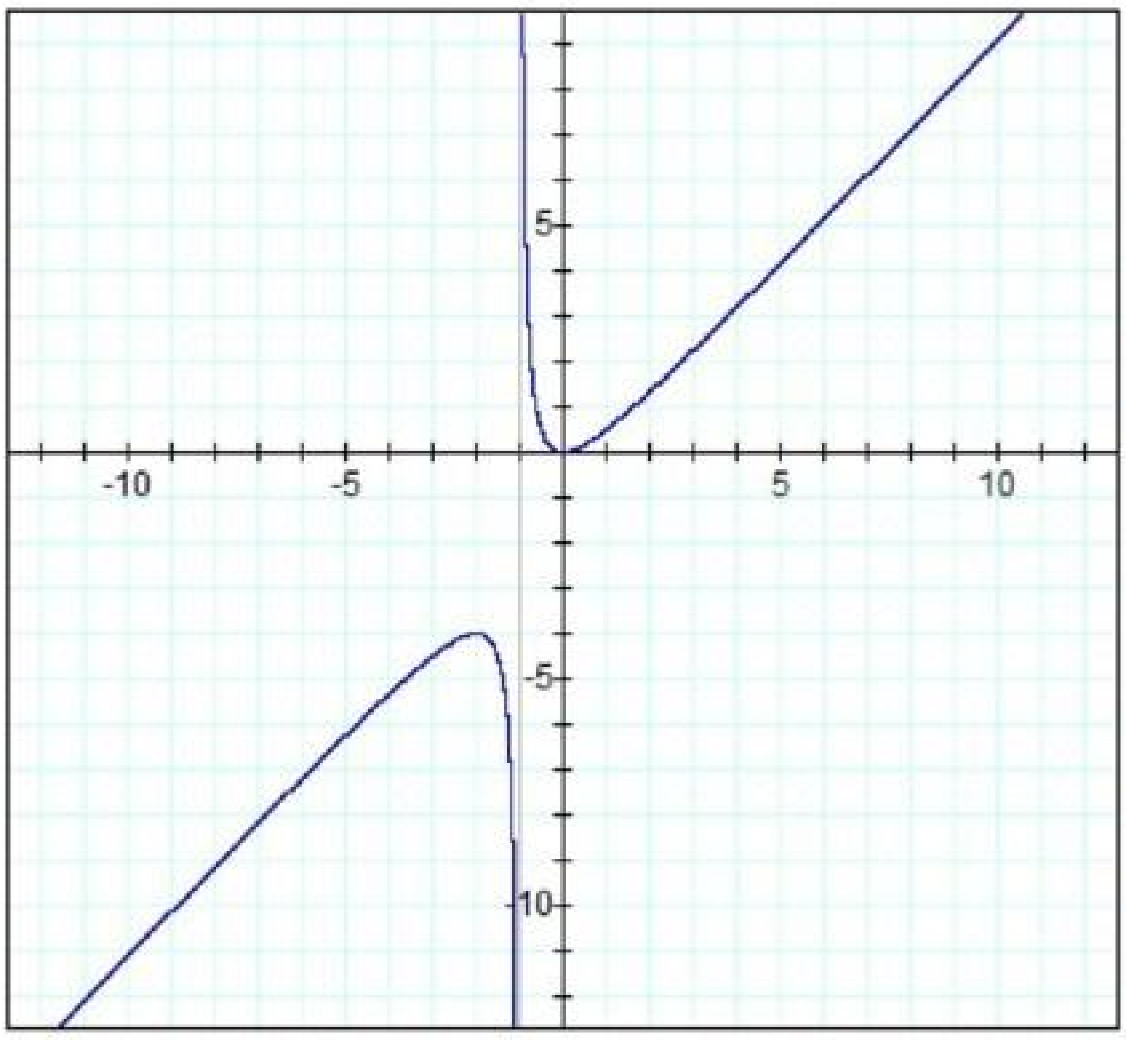


دالة زوجية لتماثلها حول المحور y

التحقق جبريا $f(-x) = |(-x)^3| = |x^3| = f(x)$

---

(30) $g(x) = \dfrac{x^2}{x+1}$



ليست فردية وليست زوجية

التحقق جبريا $g(-x) = \dfrac{x^2}{-x+1} \neq g(x)$

(31)

$f(-2) = -2$ (a

$f(-6) =$ غير معرفة (b

$f(0) =$ غير معرفة (c

---

(32) مبيعات

a) المجال = $\{x \mid 0 \le x \le 4, x \in W\}$

المدي = $\{y \mid 1200 \le y \le 11200, y \in R\}$

b) حوالي **4200** جهاز

التحقق جبرياً $h(2) = 0.5(2)^2 + 0.5 \times 2 + 1.2 = 4.2 \times 1000 = 4200$

c) 1200 ، ويمثل المقطع y عدد الأجهزة المبيعة منه 1422 هـ

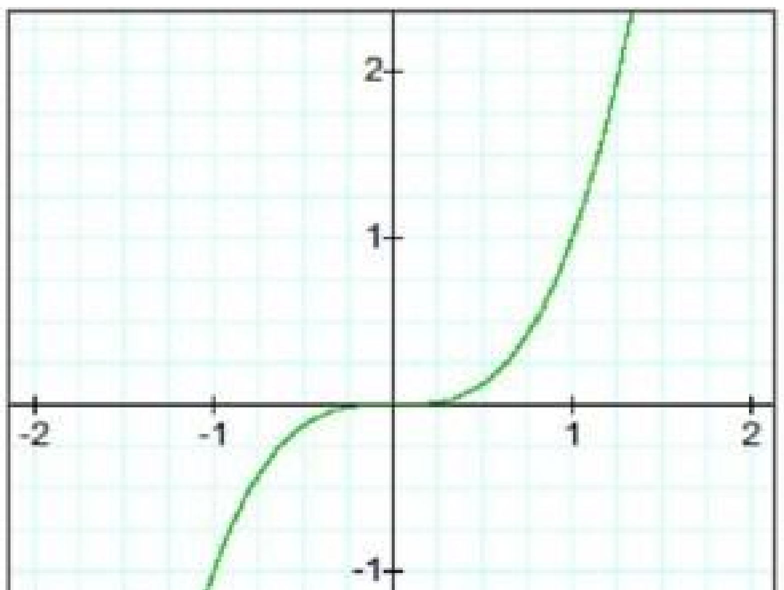
جبريا $h(0) = 0.5(0)^2 + 0.5 \times 0 + 1.2 = 1.2 \times 1000 = 1200$

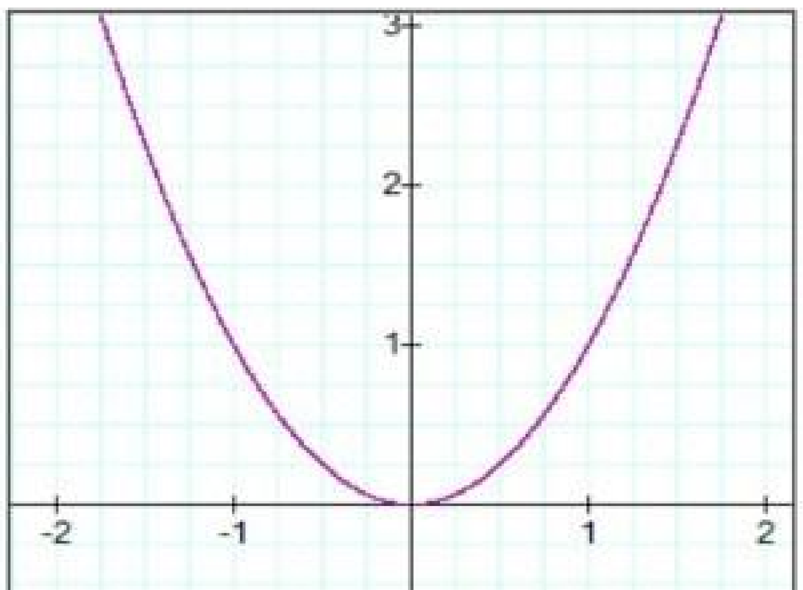
d) لا يوجد لهذه الدالة اصفار، لأنه لكل سنة من سنوات المجال يوجد عدد من الأجهزة المبيعة

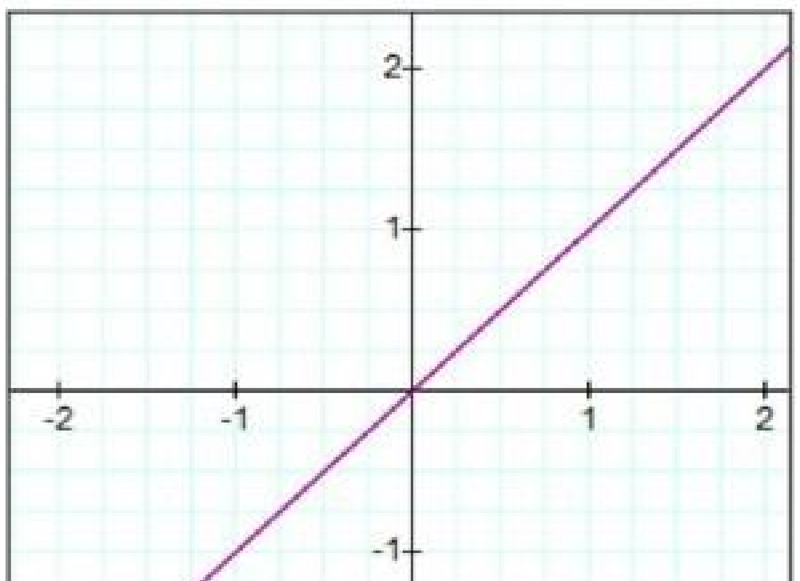
---

(33)

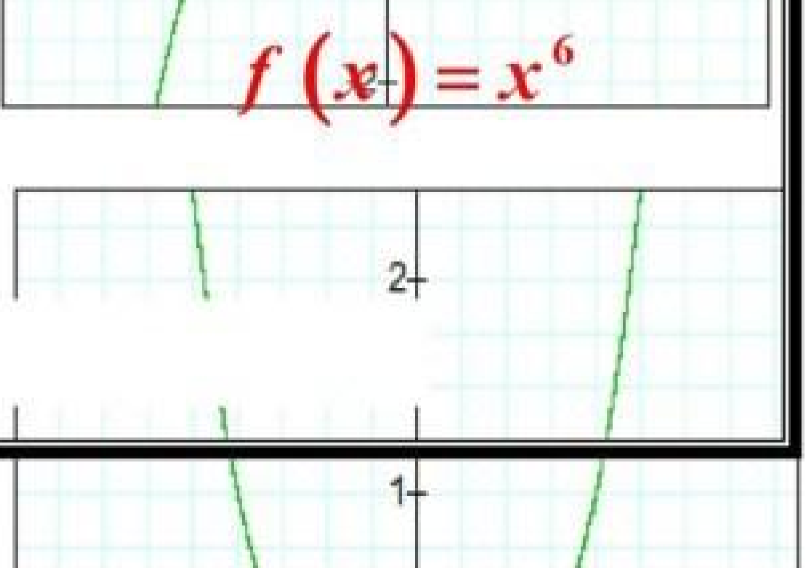
a) $f(x) = x^3$ $f(x) = x^2$ $f(x) = x$

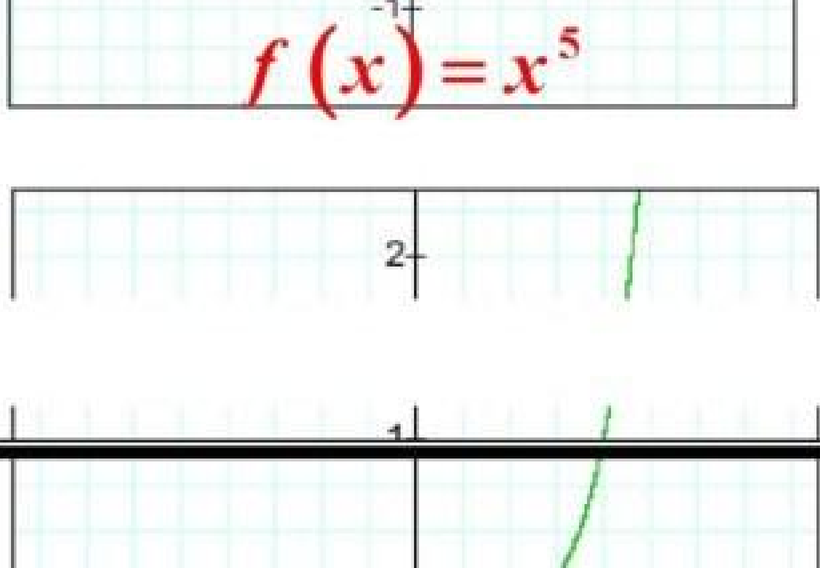


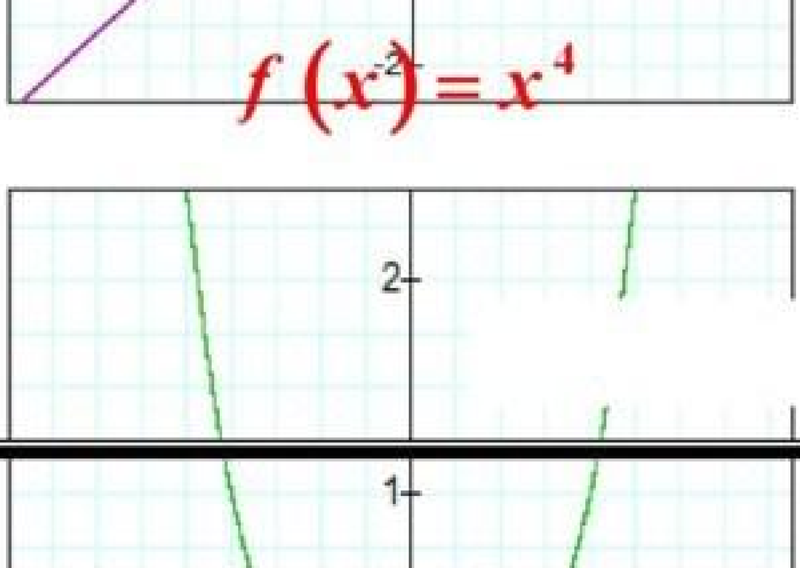




$f(x) = x^6$ $f(x) = x^5$ $f(x) = x^4$







b) $f(x)=x$ المجال = $\{x|x\in R\}$

المدى = $\{y|y\in R\}$

$f(x)=x^2$ المجال = $\{x|x\in R\}$

المدى = $\{y|y\geq 0, y\in R\}$

$f(x)=x^3$ المجال = $\{x|x\in R\}$

المدى = $\{y|y\in R\}$

$f(x)=x^4$ المجال = $\{x|x\in R\}$

المدى = $\{y|y\geq 0, y\in R\}$

$f(x)=x^5$ المجال = $\{x|x\in R\}$

المدى = $\{y|y\in R\}$

$f(x)=x^6$ المجال = $\{x|x\in R\}$

المدى = $\{y|y\geq 0, y\in R\}$

c) $f(x)=x$ متماثلة حول نقطة الأصل

$f(x)=x^3$ متماثلة حول نقطة الأصل

$f(x)=x^5$ متماثلة حول نقطة الأصل

$f(x)=x^2$ متماثلة حول المحور y

$f(x)=x^4$ متماثلة حول المحور y

$f(x)=x^6$ متماثلة حول المحور y

(d

$f(x)=x^{35}$

المجال = $\{x|x\in R\}$

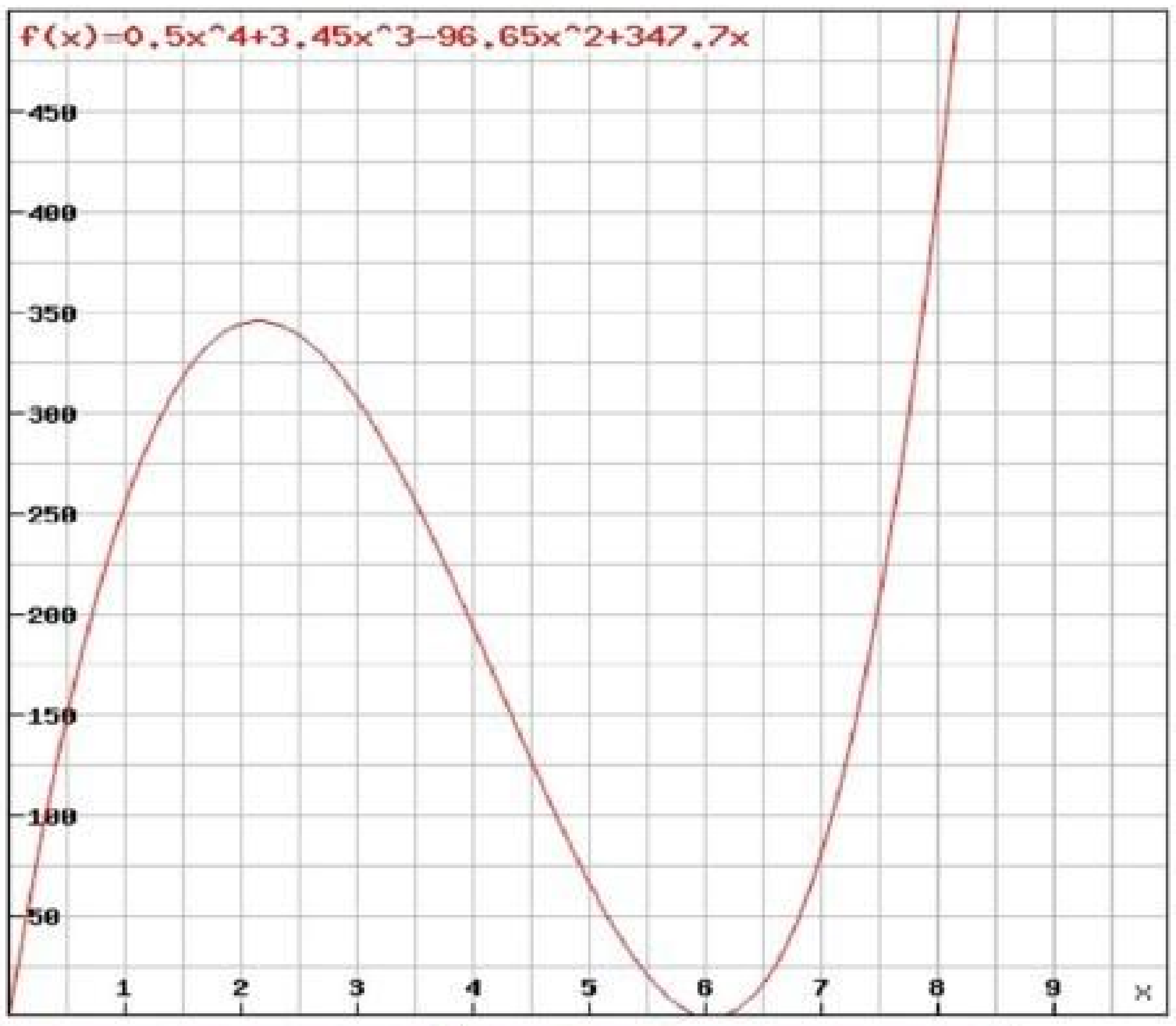
المدى = $\{y|y\in R\}$

الدالة فردية ∴ فهي متماثلة حول نقطة الأصل

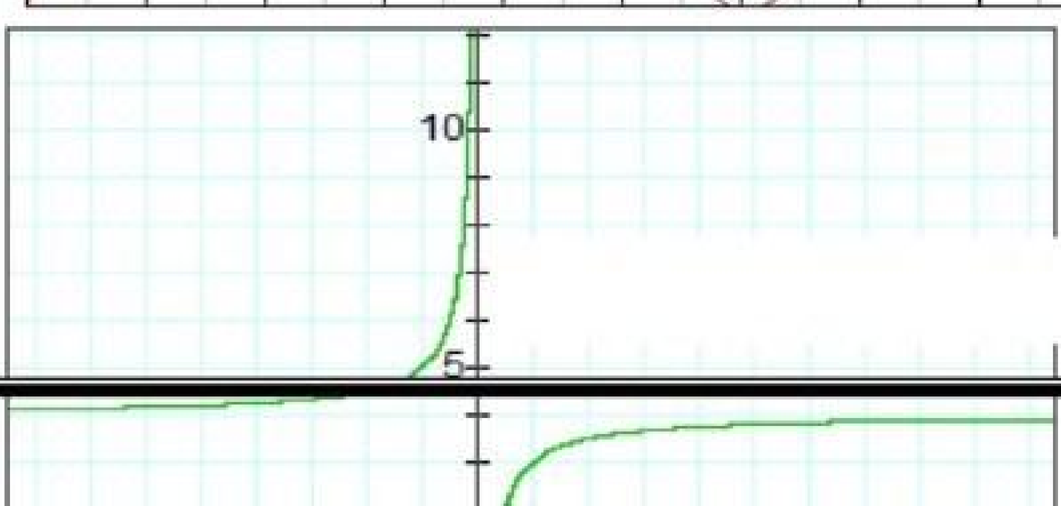
---

(34) صيدلة

$$0.5x^4+3.45x^3-96.65x^2+347.7x$$



الحاسبة البيانية:



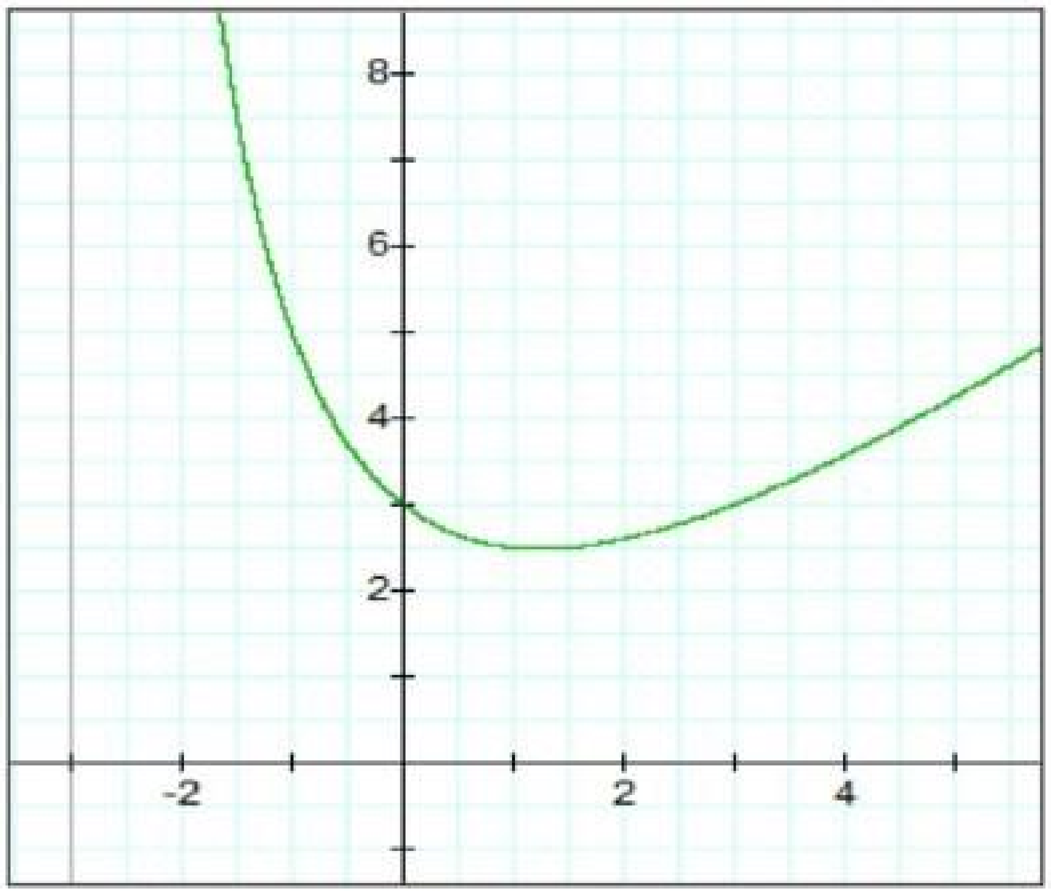
(35) $f(x)=\dfrac{4x-1}{x}$

$x=0.25$

جبرياً :

$$f(x)=\frac{4x-1}{x}=0$$
$$\therefore 4x-1=0$$
$$\therefore 4x=1 \qquad \therefore x=\frac{1}{4}$$

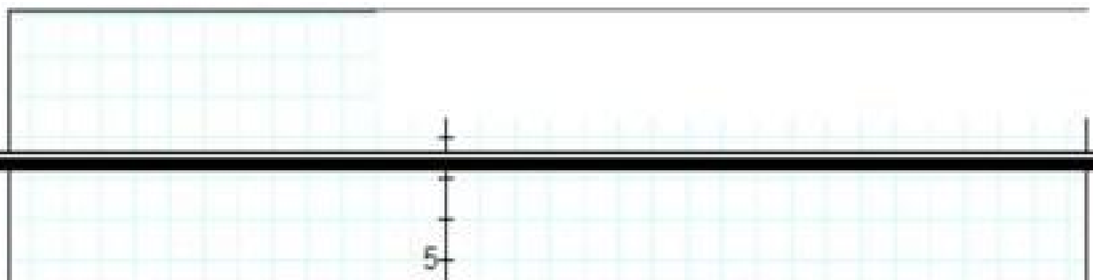
(36) $f(x)=\dfrac{x^2+9}{x+3}$



لا يوجد أصفار للدالة

---

(37) $h(x)=2\sqrt{x+12}-8$



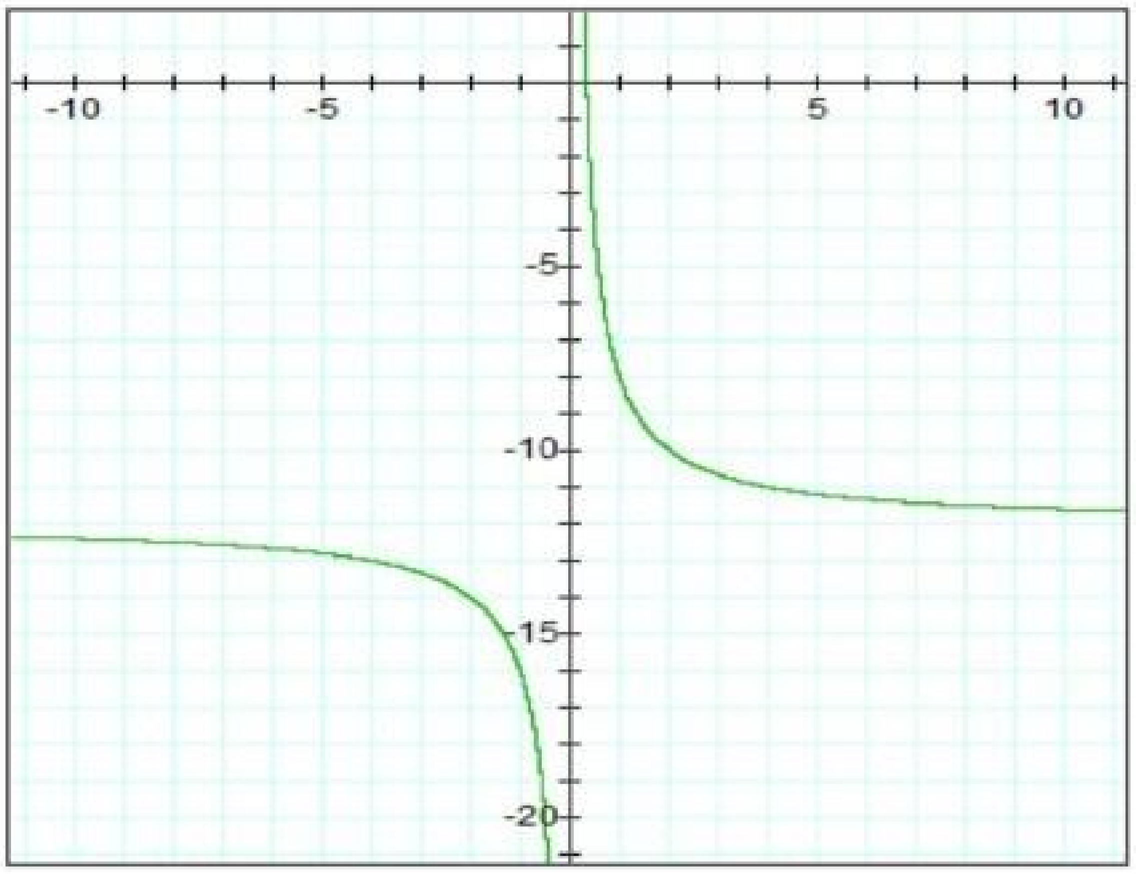
$x = 4$

جبريا:

$$h(x) = 2\sqrt{x+12} - 8 = 0$$

$$\therefore \sqrt{x+12} = \frac{8}{2} = 4$$

$$\therefore x + 12 = 16 \quad \therefore x = 16 - 12 = 4$$



(38) $g(x) = -12 + \frac{4}{x}$

$x = 0.33$

جبريا:

$$g(x) = -12 + \frac{4}{x} = 0$$

$$\therefore \frac{4}{x} = 12 \qquad \therefore 12x = 4$$

$$\therefore x = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

استخدم التمثيل البياني f للدالة لتحديد مجالها ومداها

(39) المجال $= (-8,-4] \cup (-2,\infty)$

المدى $= (-6,\infty)$

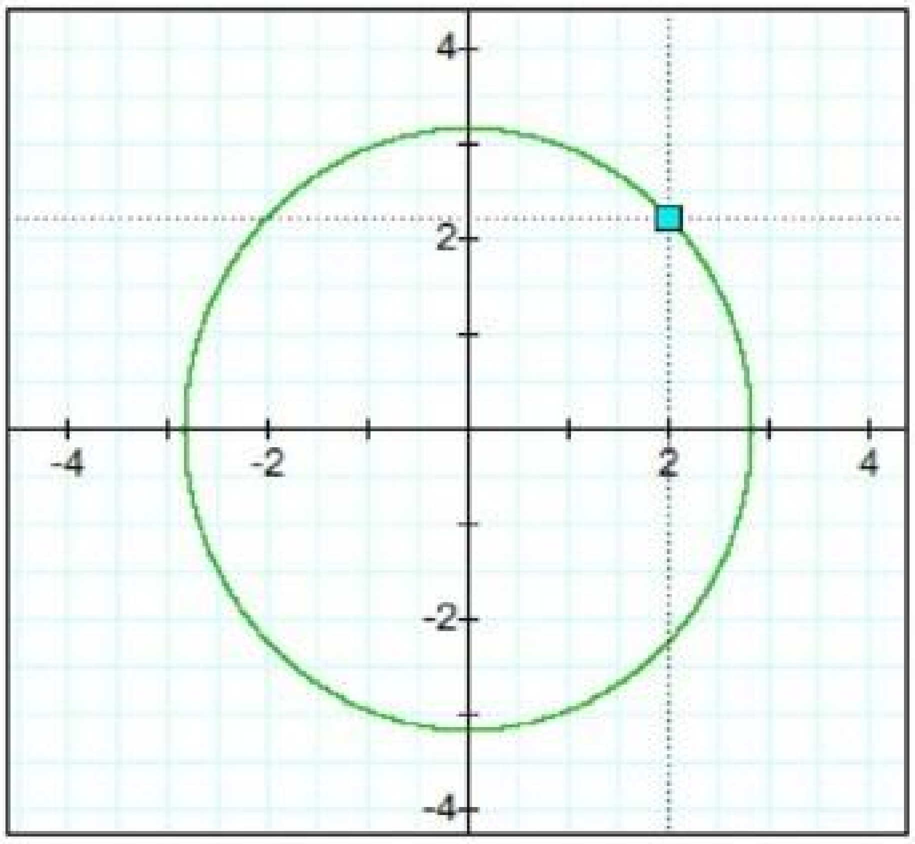
---

(40) المجال $= (-\infty,-6] \cup (0,5) \cup (8,10)$

المدى = $(-\infty, 8) \cup \{10\}$

(41) فيزياء:

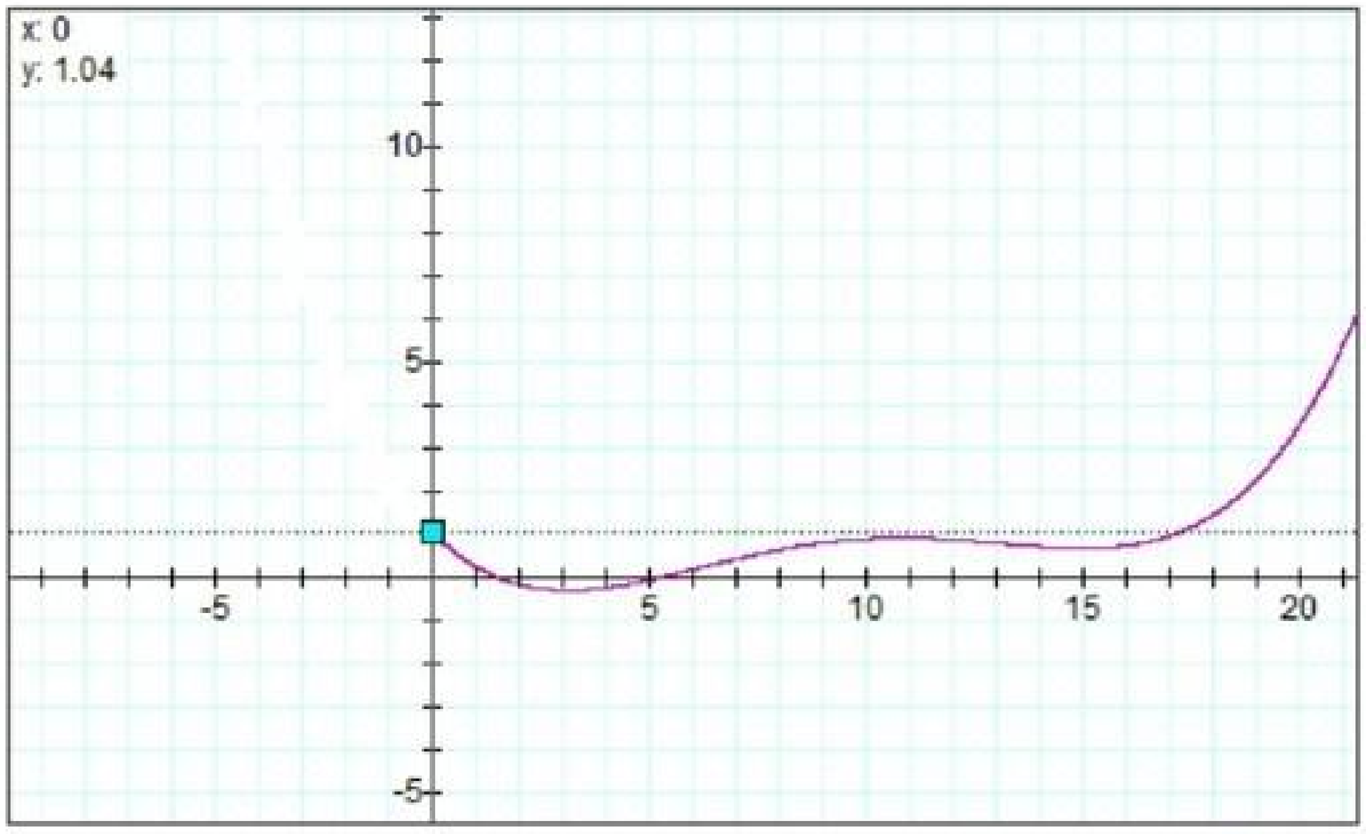
a) المنحنى متماثل حول المحور x والمحور y ونقطة الأصل



(b

(c $(-2, -\sqrt{5})$, $(-2, \sqrt{5})$, $\left(2, -\sqrt{5}\right)$

(42) أسهم:



(a

b) المجال = $\{x \mid 0 \le x \le 11, x \in W\}$

المدى = $\{y \mid -0.5 \le y \le 1, y \in R\}$

---

c) قيمة المقطع $y = 1.04$ ويمثل نسبة التغير المئوية الإبتدائية في الأسعار

---

d) أصفار الدالة 5.2 , 1.5 وتمثل خط الأساس أو الوقت الذي يكون فية نسبة التغير صفر

(43) تمثيلات متعددة:

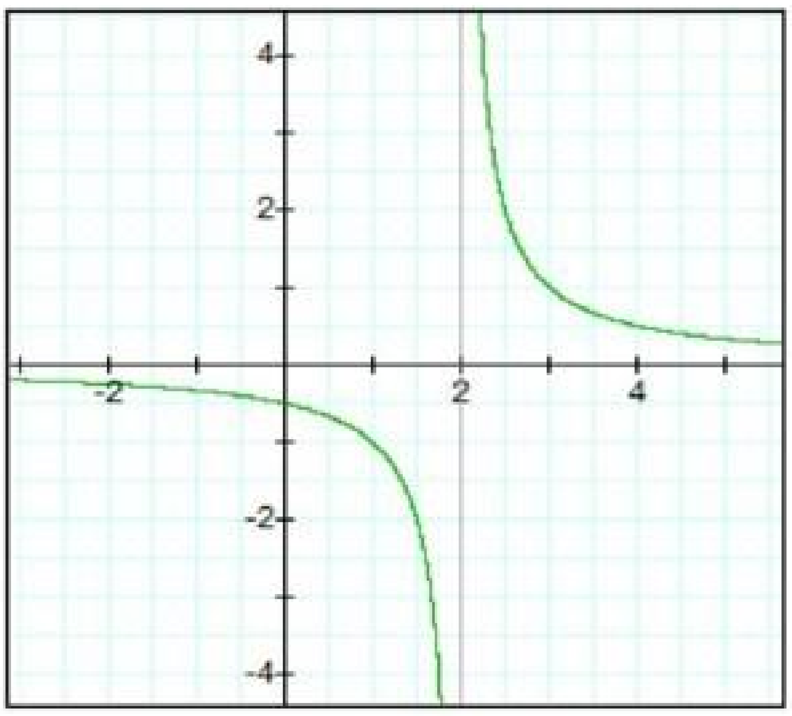
x	1.99	1.999	2	2.001	2.01
			غير		

$a)$ جدوليا

$b)$تحليليا:

عندما تقترب x من 2 من اليسار تقترب الدالة من $-\infty$

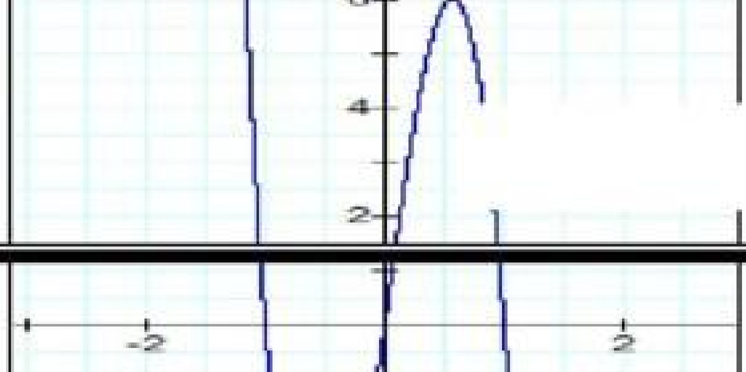
عندما تقترب x من 2 من اليمين تقترب الدالة من ∞



$c)$ عندما تقترب الدالة من 2 من جهة اليسار تتناقص قيم الدالة بلا حدود، وعندما تقترب الدالة من 2 من جهة اليمين تتزايد قيم الدالة بلا حدود.

$c)$ عندما تتزايد x بشكل كبير وتكون $x > 3$ يتزايد مقام الكسر بشكل كبير وهذا يؤدي إلى تناقص قيمة الكسر لكنة لا يصل الي الصفر وعلية لا يقطع المنحني المحور x.

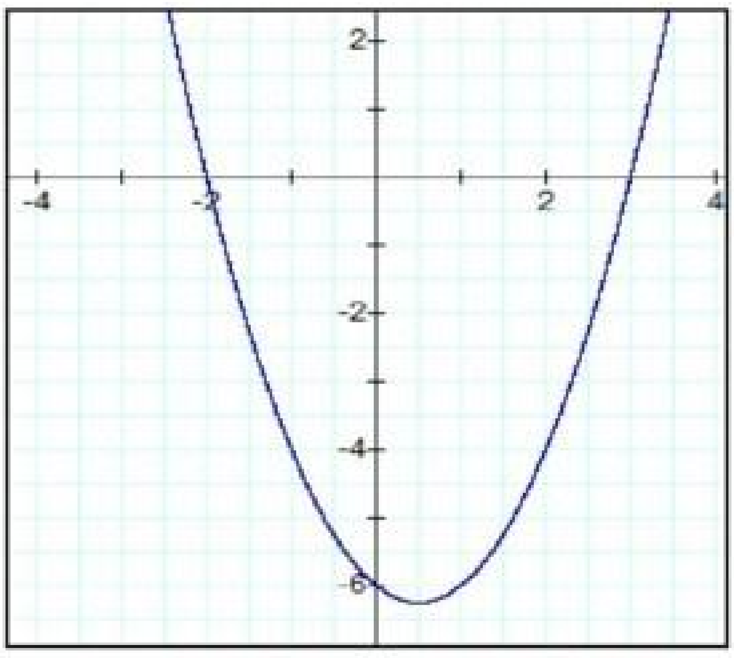
الحاسبة البيانية:



$h(x) = x^5 - 17x^3 + 16x$ **(44)**

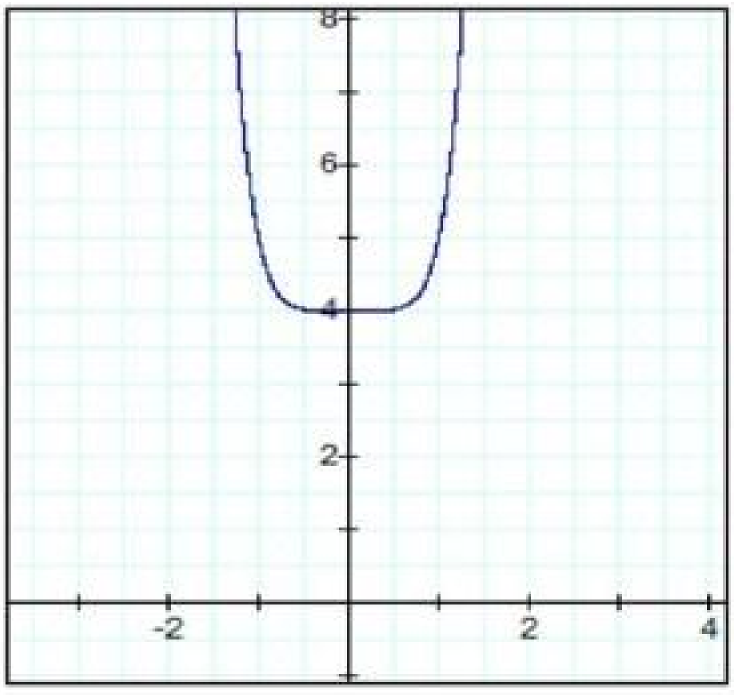
الدالة فردية لتماثلها حول نقطة الأصل

$f(x) = x^2 - x - 6$ **(45)**



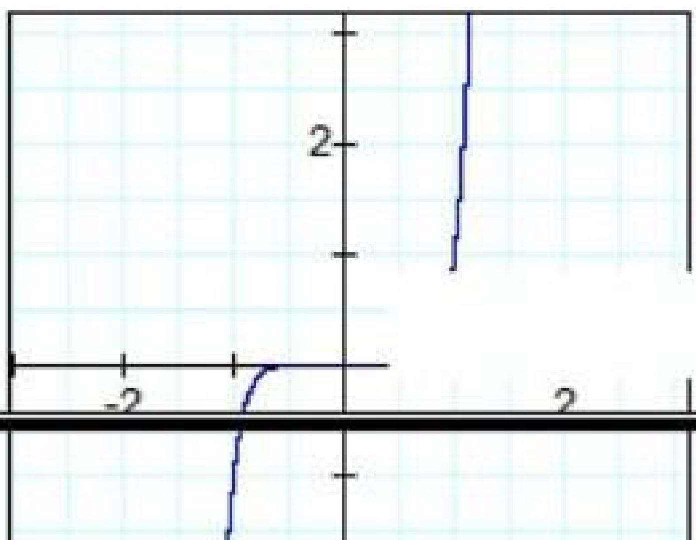
الدالة ليست زوجية وليست فردية

$h(x) = x^6 + 4$ **(46)**



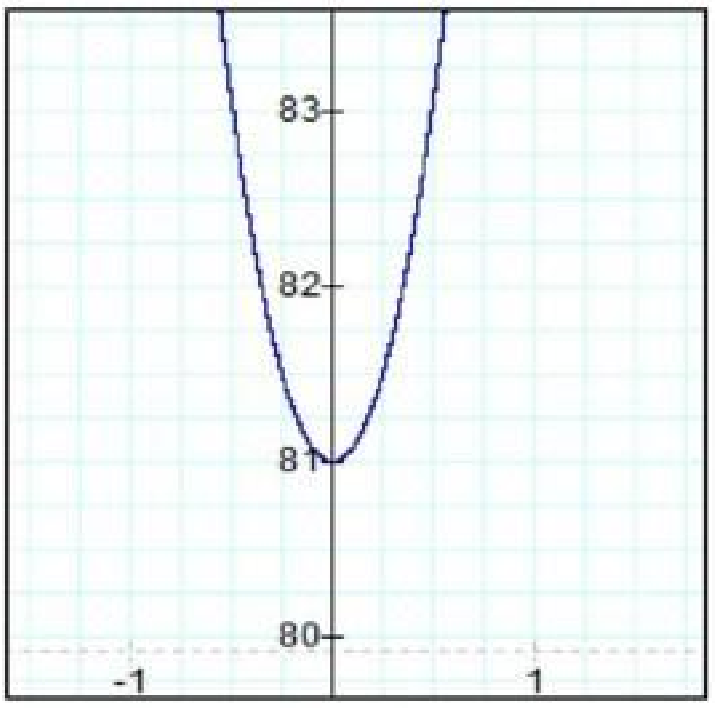
الدالة زوجية لتماثلها حول المحور y

$f(g) = g^9$ **(47)**



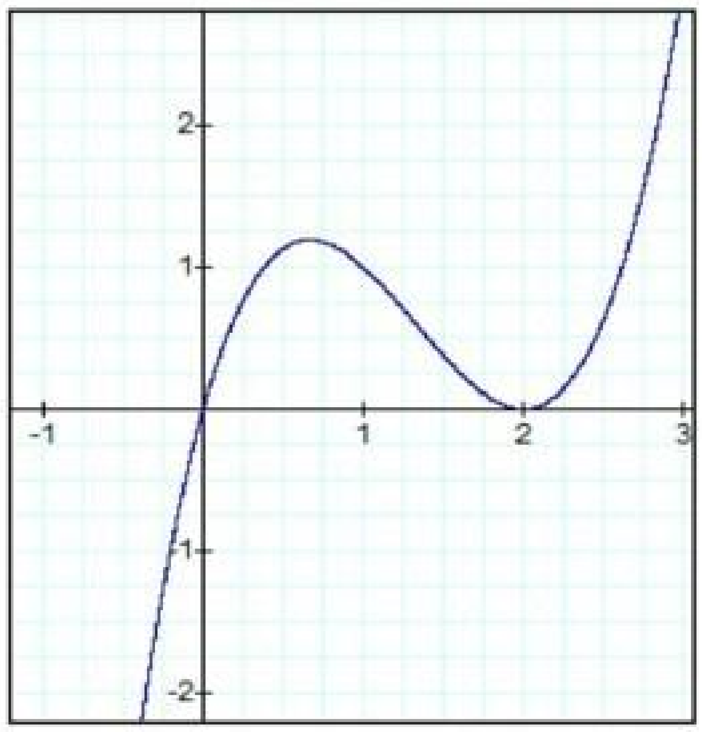
الدالة فردية لتماثلها حول نقطة الأصل

$g(x) = x^4 + 8x^2 + 81$ (48)



الدالة زوجية لتماثلها حول المحور y

$f(z) = z^3 - 4z^2 + 4z$ (49)

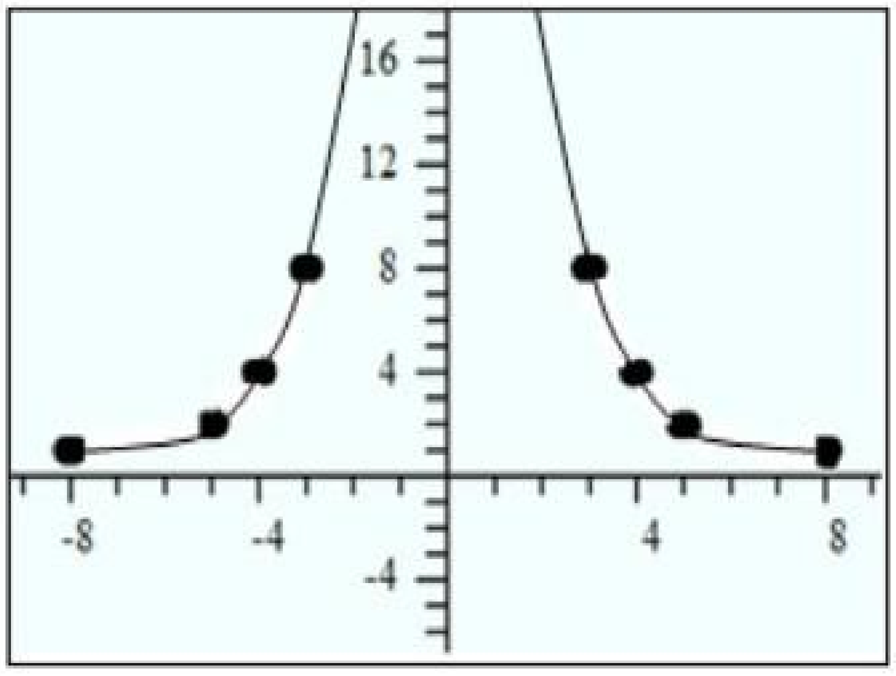


الدالة ليست زوجية وليست فردية

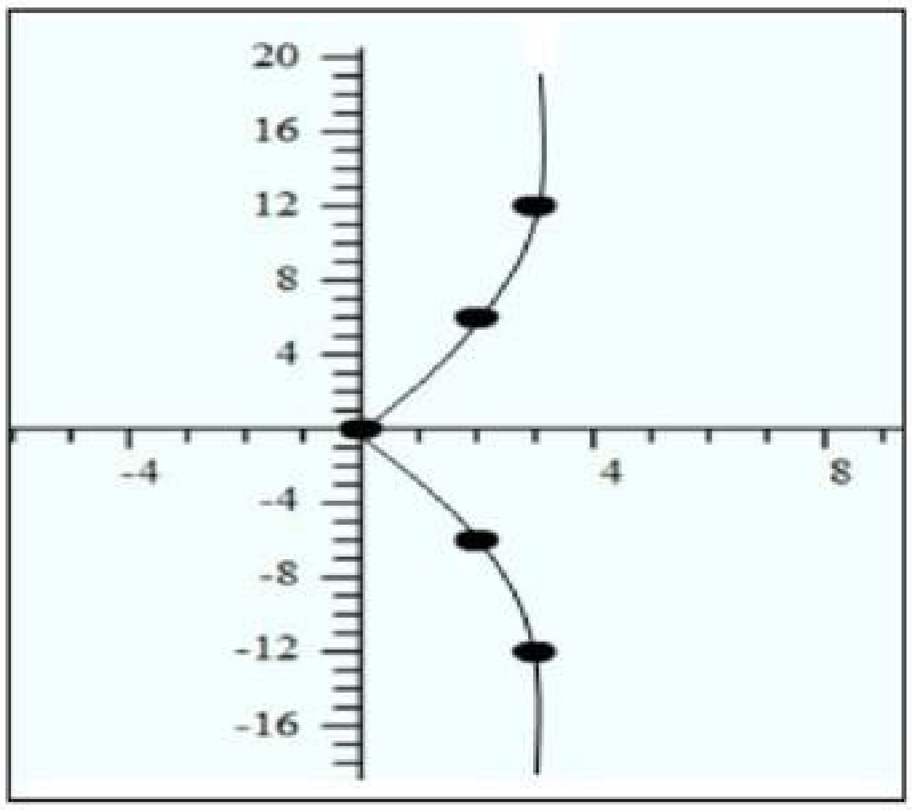
مسائل مهارات التفكير العليا

مسائل مفتوحة:

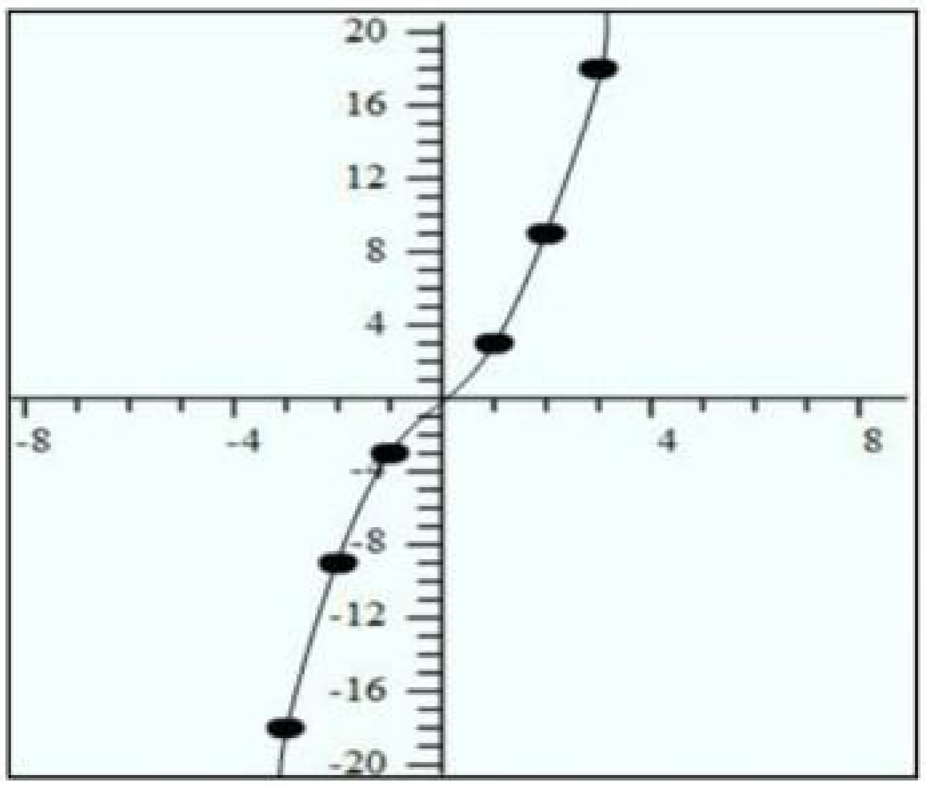
(50)



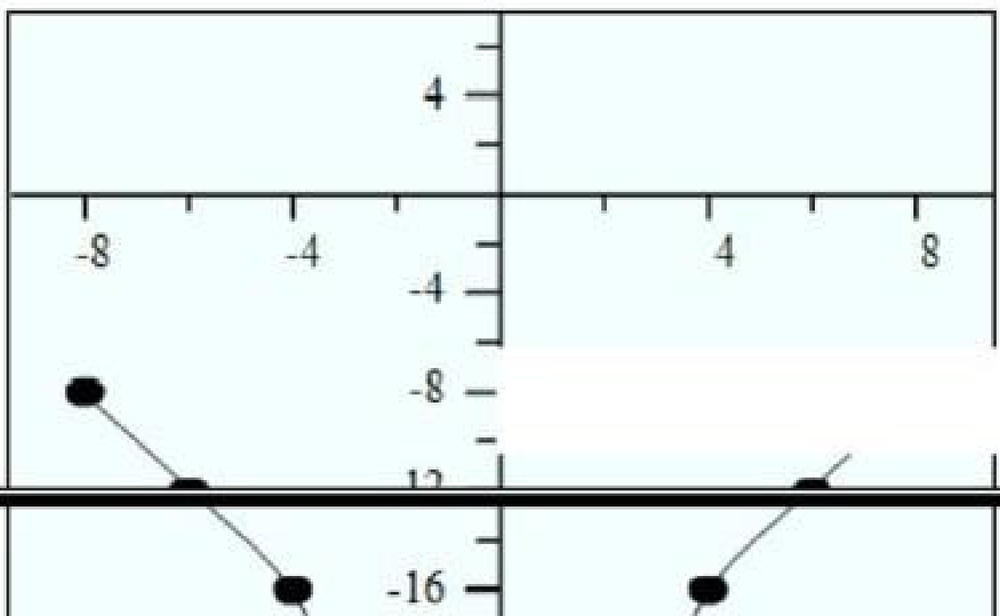
(51)



(52)

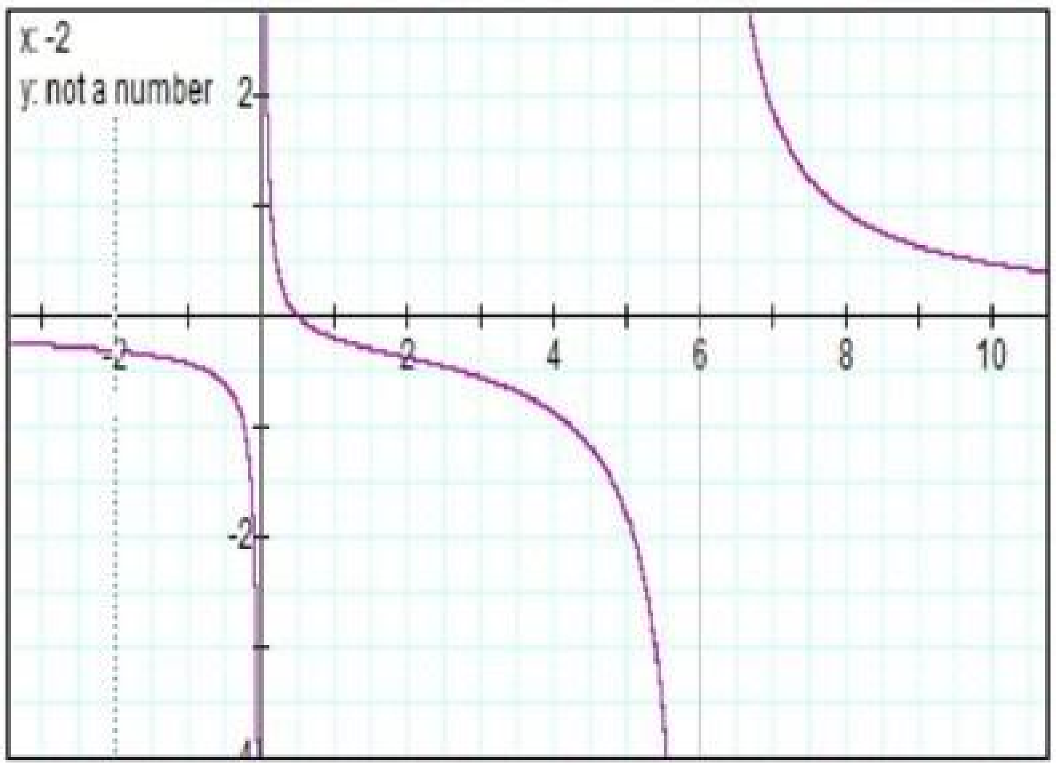


(53)



(54) يمكن أن تقطع الدالة محور x أكثر من مقطع لأن قيمة x لا تعتمد علي قيمة y في حين قيمة

y تعتمد على قيمة x ،ويجب أن ترتبط كل قيمة لــــــ x بقيمة واحدة فقط لــــــ y ، إذا قطعت العلاقة المحور y أكثر من مقطع فإنها لا تحقق إختبار الخط الرأسي، وبالتالي لا تكون دالة.



(55) تحدّ: $f(x)=\dfrac{2x^2+3x-2}{x^3-4x^2-12x}$

المجال: $(-\infty,-2)\cup(-2,0)\cup(0,6)\cup(6,\infty)$

المدى: $\{y \mid y \in R\}$

<u>تبرير</u>

(56) $f(x)=nx^2$

خطأ: هذا المدي يكون صحيح فقط عندما $n>0$ ولكن عندما $n=0$ فإن $f(x)=0$

وكذلك عندما $n<0$ فإن $f(x)<0$

---

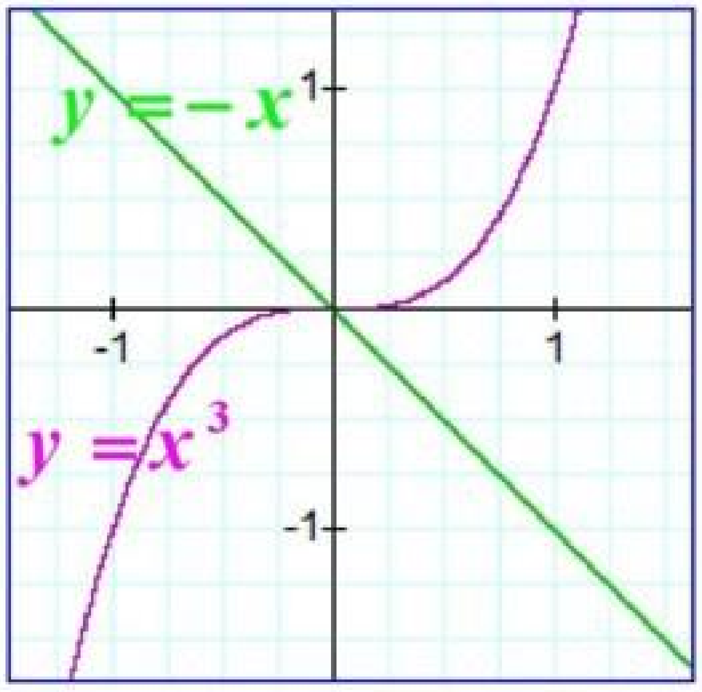
(57) صحيح: إذا كانت $n=0$ يكون المدى $\{y \mid y=0\}$ وإذا كانت n سالبة تكون الدالة

معرفة في المجال $\{x \mid x \le 0, x \in R\}$ ويكون المدى $\{y \mid y \ge 0, y \in R\}$ وإذا كانت n

موجبة معرفة في المجال $\{x \mid x \geq 0, x \in R\}$ ويكون المدى $\{y \mid y \geq 0, y \in R\}$

---

(58) خطأ، حيث في الدالة $y = x^3$ (وهي دالة فردية)، صورة النقطة $(2, 8)$

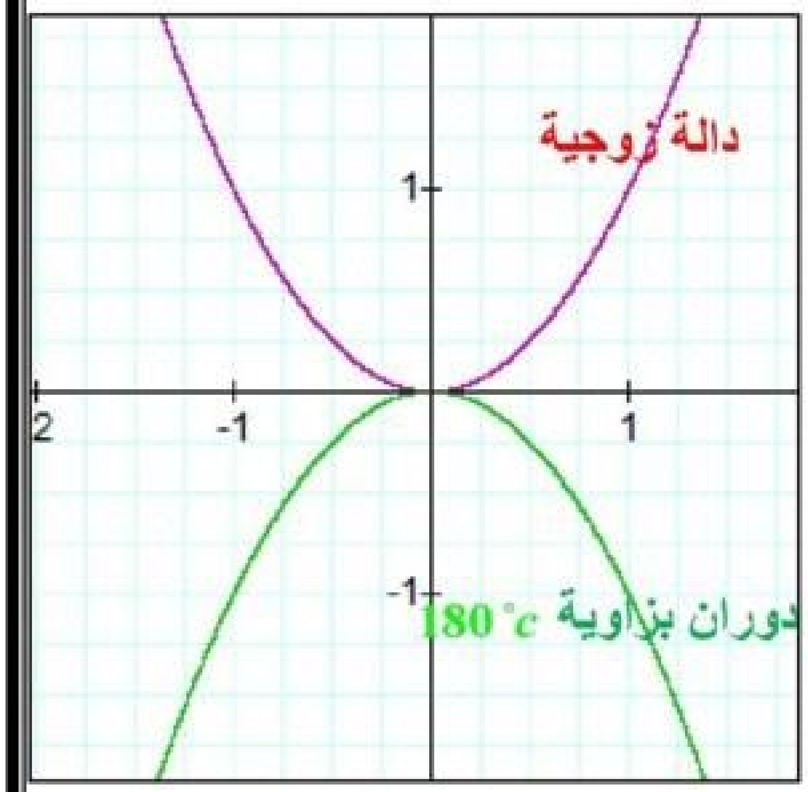


بإنعكاس في المستقيم $y = -x$ هي النقطة $(-8, -2)$

وليست النقطة $(-2, -8)$

---

(59) صحيح، إذا كانت n عدداً زوجياً فإن الدالة تدور مضاعفات $360^\circ c$ وهذا يعيد الدالة إلى موقعها الأصلي وإذا كانت n عدداً فردياً فإن الدالة تدور مضاعفات $180^\circ c$ حول نقطة الأصل وهو دوران مكافىء لإنعكاس حول المحور x الذي يعمل على عكس إشارات y والذي يبقي على الدالة زوجية.



تبرير

(60) $b(x) = a(-x)$

دالة فردية، حيث $b(x)$ إنعكاس للدالة $a(x)$ في المحور y وهي متماثلة حول نقطة الأصل، وعليه فإن الدالة $b(x)$ فردية.

---

(61) $b(x) = -a(x)$

دالة فردية، حيث $b(x)$ إنعكاس للدالة $a(x)$ في المحور y وهي متماثلة حول نقطة الأصل، وعليه فإن الدالة $b(x)$ فردية.

---

(62) $b(x) = \left[a(-x)\right]^2$

دالة زوجية. حيث $b(-x) = [a(x)]^2 = [-a(-x)]^2 = [a(-x)]^2 = b(x)$

---

(63) $b(x) = a(|x|)$

دالة زوجية. حيث $b(-x) = a(|-x|) = a(|x|) = b(x)$

---

(64) $b(x) = \left[a(x)\right]^3$

دالة فردية. حيث $b(-x) = [a(-x)]^3 = [-a(x)]^3 = -[a(x)]^3 = -b(x)$

<u>تبرير</u>

(65) أحيانا يمثل دالة، منحنى العلاقة المتماثل حول المحور y يمثل دالة أحياناً ومثله منحنى العلاقة المتماثل حول المستقيم $x = 4$ ، لأن المستقيم $x = 4$ هو ازاحة للمحور y بمقدار 4 وحدات إلى اليمين.

(66) لا يمثل دالة. منحنى العلاقة المتماثل حول المحور x لا يمثل دالة ومثله المنحنى المتماثل حول المستقيم $y = 2$، لأن المستقيم $y = 2$ هو انسحاب للمحور x بمقدار وحدتين إلى اعلى.

(67) لا يمثل دالة. منحنى العلاقة المتماثل حول محور x لا يمثل دالة.

اكتب

(68) إذا كانت العلاقة متماثلة حول محور x فإنه يوجد نقطتان على خط رأسي واحد وعلى بعدين متساويين من المحور x. وهذا يعني ان عنصر من المجال الدالة ارتبط بعنصرين من المدى وهذا يخالف تعريف الدالة.

مراجعة تراكمية

أوجد القيم المطلوبة لكل دالة مما يأتى:

(69) $g(x) = x^2 - 10x + 3$

(a) $g(2) = 2^2 - 10(2) + 3$

$= 4 - 20 + 3 = -13$

(b)

$$g(-4x) = (-4x)^2 - 10(-4x) + 3$$
$$= 16x^2 + 40x + 3$$

(c)

$$g(1+3n) = (1+3n)^2 - 10(1+3n) + 3$$
$$= 1 + 9n^2 + 6n - 10 - 30n + 3$$
$$= 9n^2 - 24n - 6$$

---

(70) $p(x) = \dfrac{2x^3+2}{x^2-2}$

$(a$

$$p(3) = \frac{2(3)^3+2}{(3)^2-2}$$
$$= \frac{56}{7} = 8$$

$(b$

$$p(x^2) = \frac{2(x^2)^3+2}{(x^2)^2-2}$$
$$= \frac{2x^6+2}{x^4-2}$$

$(c$

$$p(x+1) = \frac{2(x+1)^3+2}{(x+1)^2-2}$$
$$= \frac{2(x^3+3x^2+3x+1)+2}{x^2+2x+1-2}$$
$$= \frac{2x^3+6x^2+6x+4}{x^2+2x-1}$$

---

(71) $h(x) = 2x^2 + 4x - 7$

(a

$$h(-9) = 2(-9)^2 + 4(-9) - 7$$
$$= 2 \times 81 - 36 - 7$$
$$= 162 - 43 = 119$$

(b

$$h(3x) = 2(3x)^2 + 4(3x) - 7$$
$$= 18x^2 + 12x - 7$$

(c

$$h(2+m) = 2(2+m)^2 + 4(2+m) - 7$$
$$= 2(4 + 4m + m^2) + 8 + 4m - 7$$
$$= 8 + 8m + 2m^2 + 8 + 4m - 7$$
$$= 2m^2 + 12m + 9$$

حدد مجال كل دالة من الدوال الآتية:

(72) $f(x) = x^2 - \sqrt{2}$

المجال: $\{x \mid x \in R\}$

---

(73) $f(x) = \dfrac{1}{x^2 - 16}$

المجال: $\{x \mid x \neq \pm 4 , x \in R\}$

---

(74) $f(x) = \sqrt{3x + 18}$

المجال: $\{x \mid x \geq -6 , x \in R\}$

بسط كلاً مما يأتي:

(75) $27^{\frac{1}{3}} = \left(3^{\cancel{3}}\right)^{\frac{1}{\cancel{3}}} = 3$

(76) $64^{\frac{5}{6}} = \left(2^{\cancel{6}}\right)^{\frac{5}{\cancel{6}}} = 2^5 = 32$

(77) $49^{-\frac{1}{2}} = \left(7^{\cancel{2}}\right)^{-\frac{1}{\cancel{2}}} = 7^{-1} = \frac{1}{7}$

---

(78) $16^{-\frac{3}{4}} = \left(2^{\cancel{4}}\right)^{-\frac{3}{\cancel{4}}} = 2^{-3} = \frac{1}{8}$

(79) $25^{\frac{3}{2}} = \left(5^{\cancel{2}}\right)^{\frac{3}{\cancel{2}}} = 5^3 = 125$

(80) $36^{-\frac{3}{2}} = \left(6^{\cancel{2}}\right)^{-\frac{3}{\cancel{2}}} = 6^{-3} = \frac{1}{216}$

تدريب على اختبار

(81) (B $x = \sqrt{n-1}$

(82) (D $1 < f(x) < 10$