1 – 5

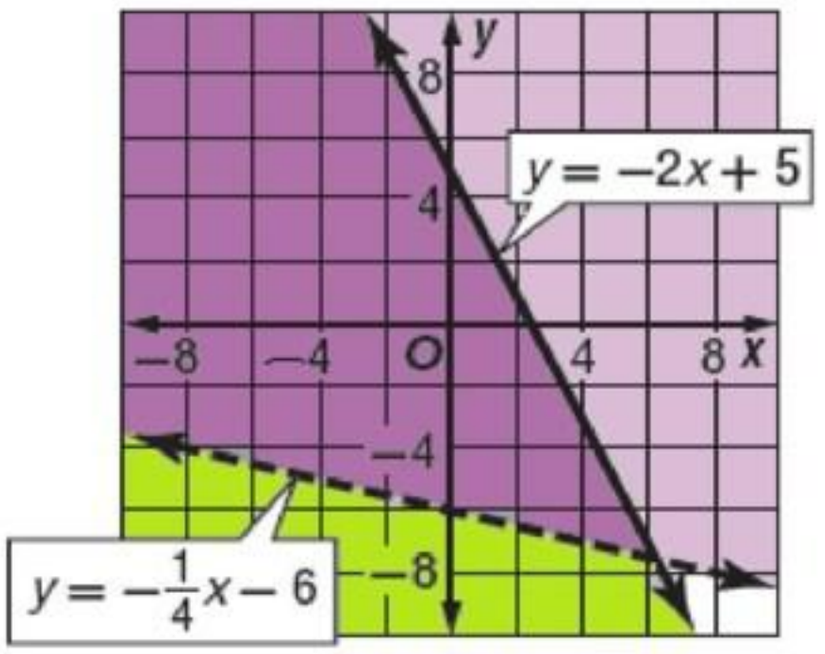
حل أنظمة المتباينات الخطية بيانيا

تحقق

حل كل نظام مما يأتي بيانياً:

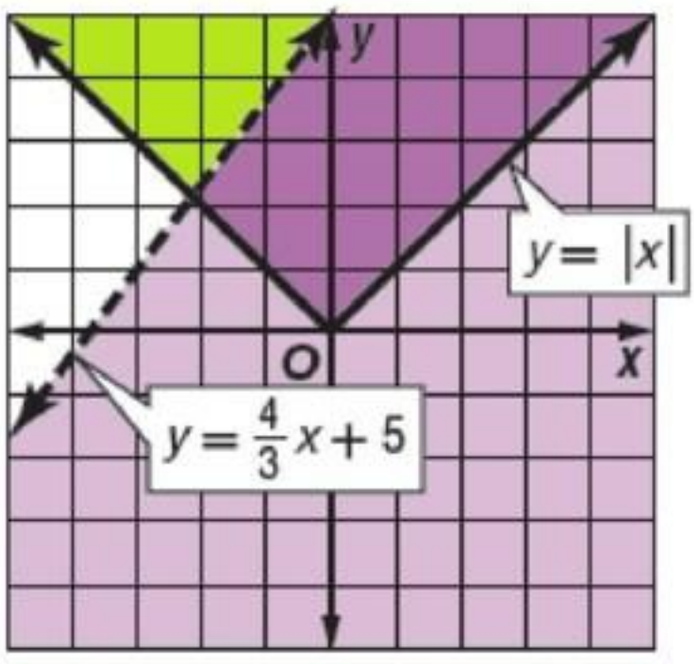
1 A

$$y \le -2x + 5$$
$$y > -\frac{1}{4}x - 6$$



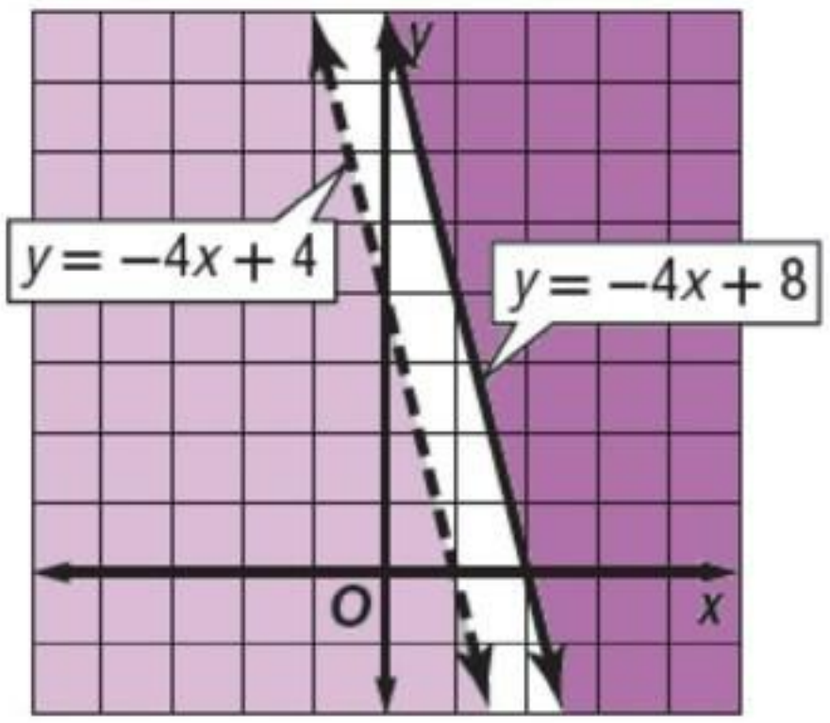
1 B

$$y \ge |x|$$
$$y < \frac{4}{3}x + 5$$



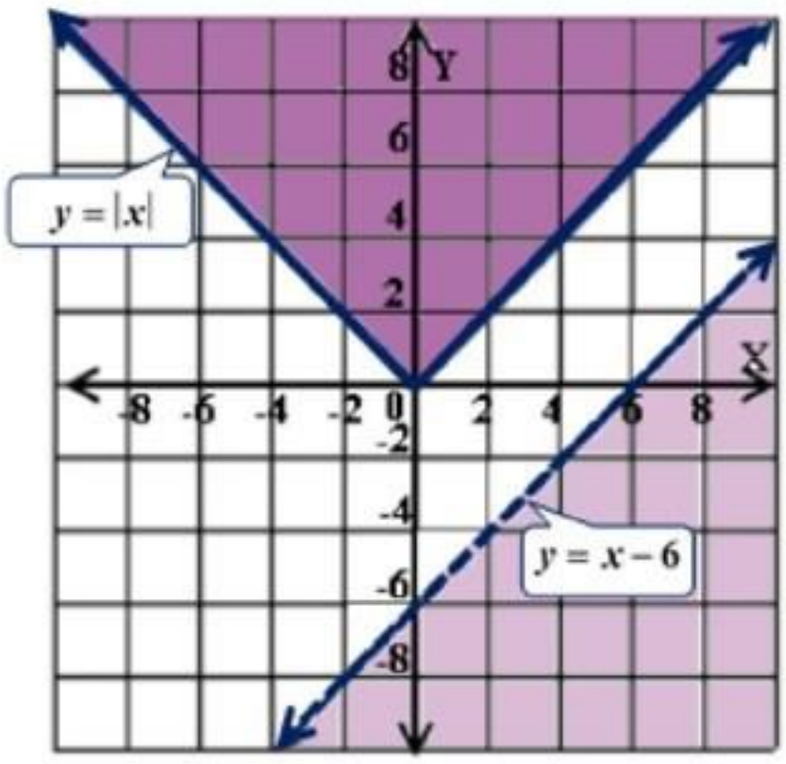
2 A

$$y \ge -4x + 8$$
$$y < -4x + 4$$



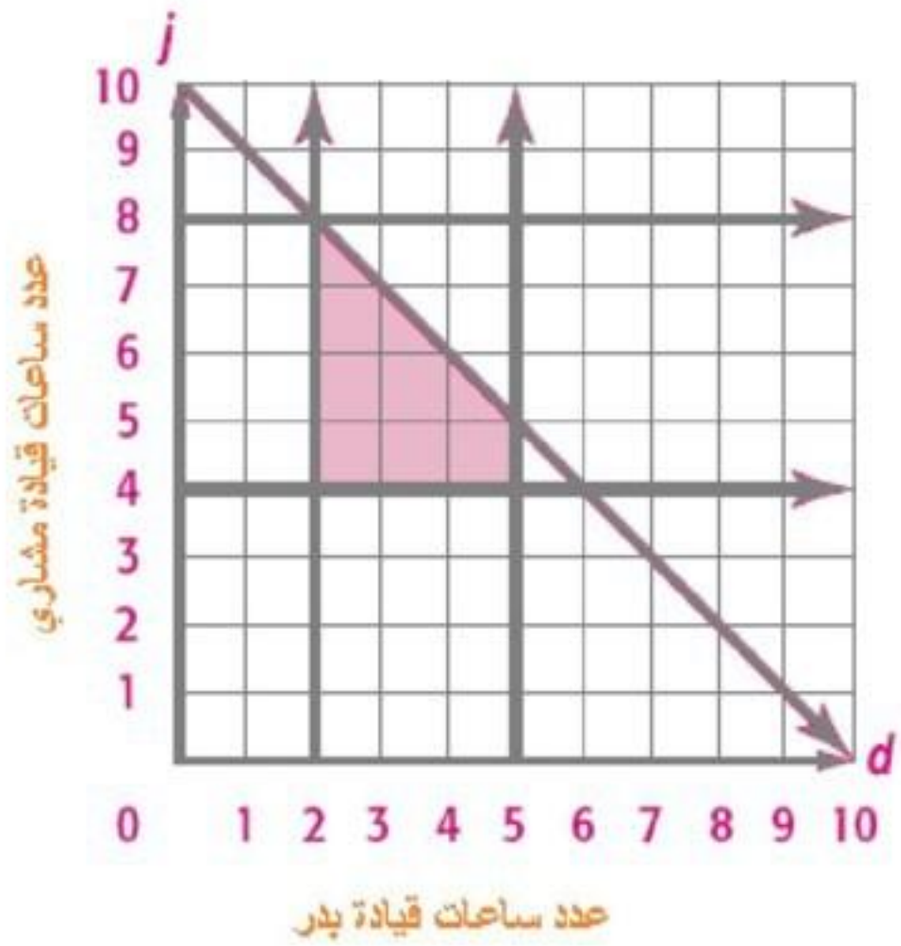
2 B

$$y \ge |x|$$
$$y < x - 6$$



3

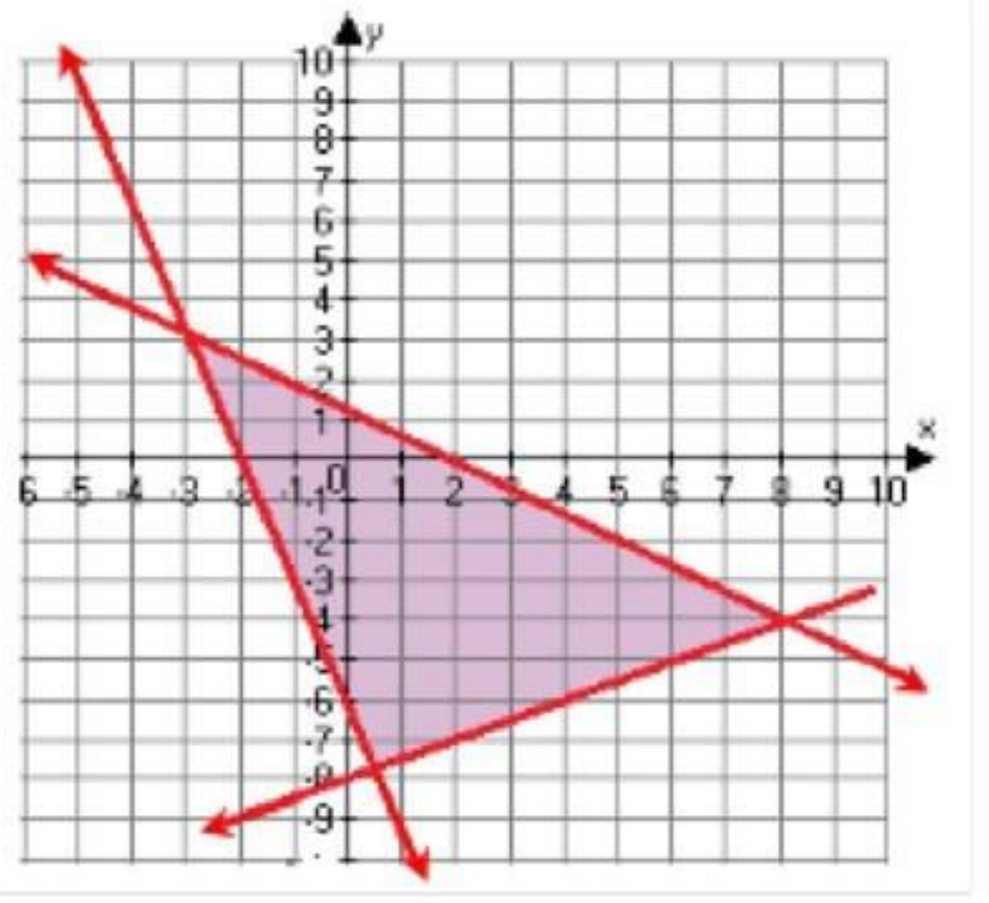
سفر:



أوجد إحداثيات رؤوس المثلث الناتج عن التمثيل البياني لكل نظام مما يأتي:

4 A

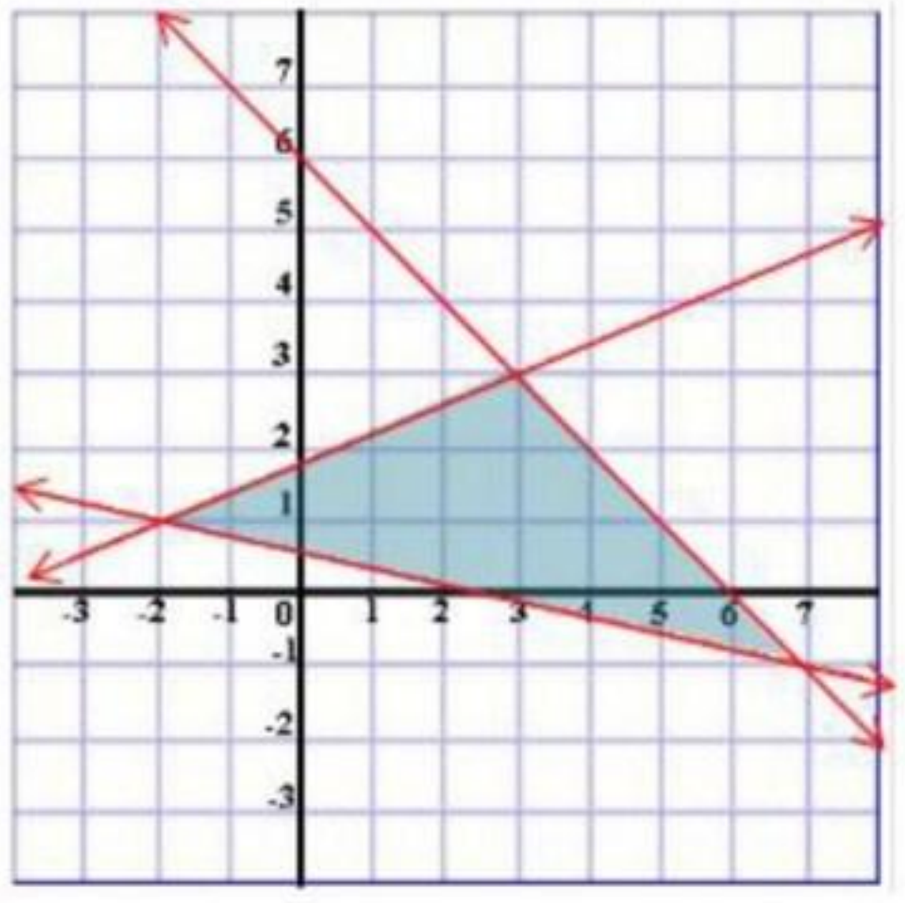
$$y \geq -3x - 6$$
$$2y \geq x - 16$$
$$11y + 7x \leq 12$$



$$\left(8, -4\right) \ , \ \left(-3, 3\right) \ , \ \left(\frac{4}{7}, \frac{54}{7}\right)$$

4 B

$$5y \leq 2x + 9$$
$$y \leq -x + 6$$
$$9y \geq -2x + 5$$

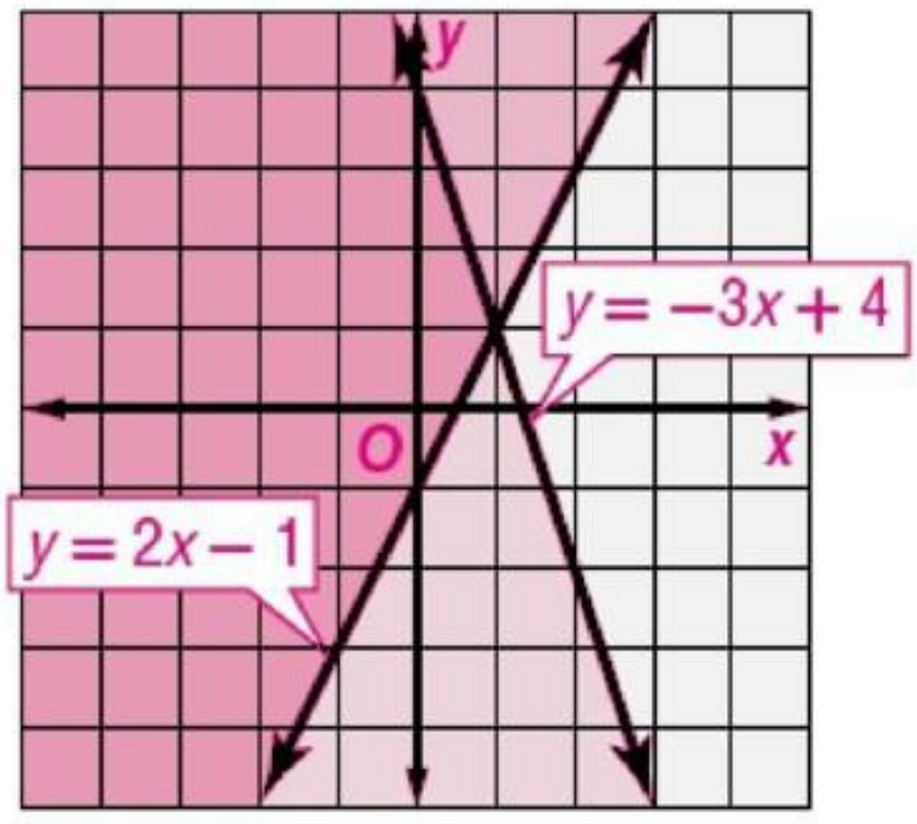


$$\left(-2, 1\right) \ , \ \left(3, 3\right) \ , \ \left(7, -1\right)$$

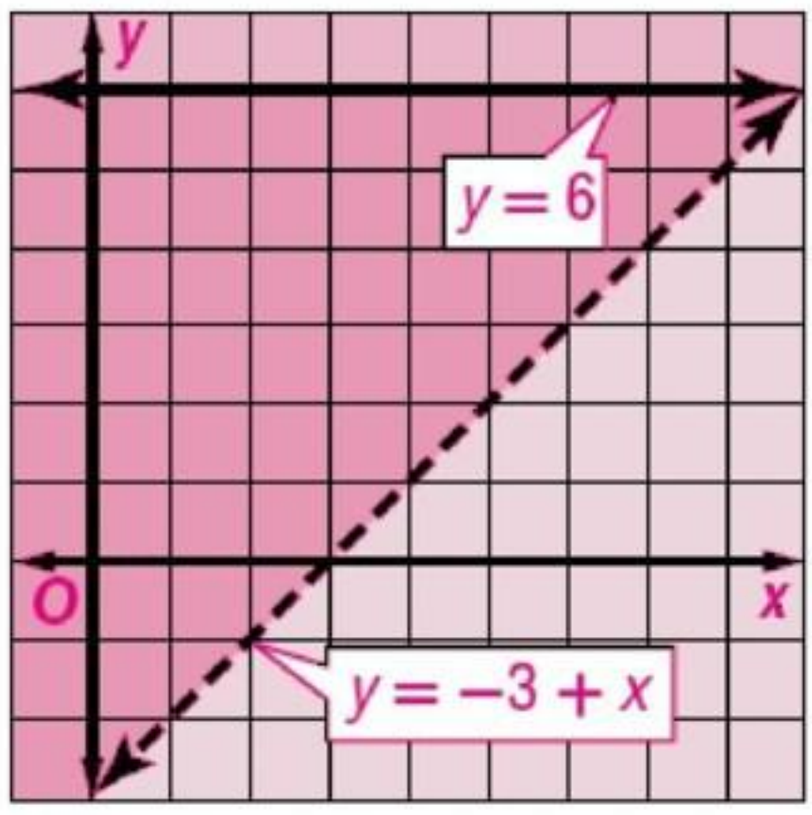
تأكد

حل كل نظام فيما يأتي بيانيا:

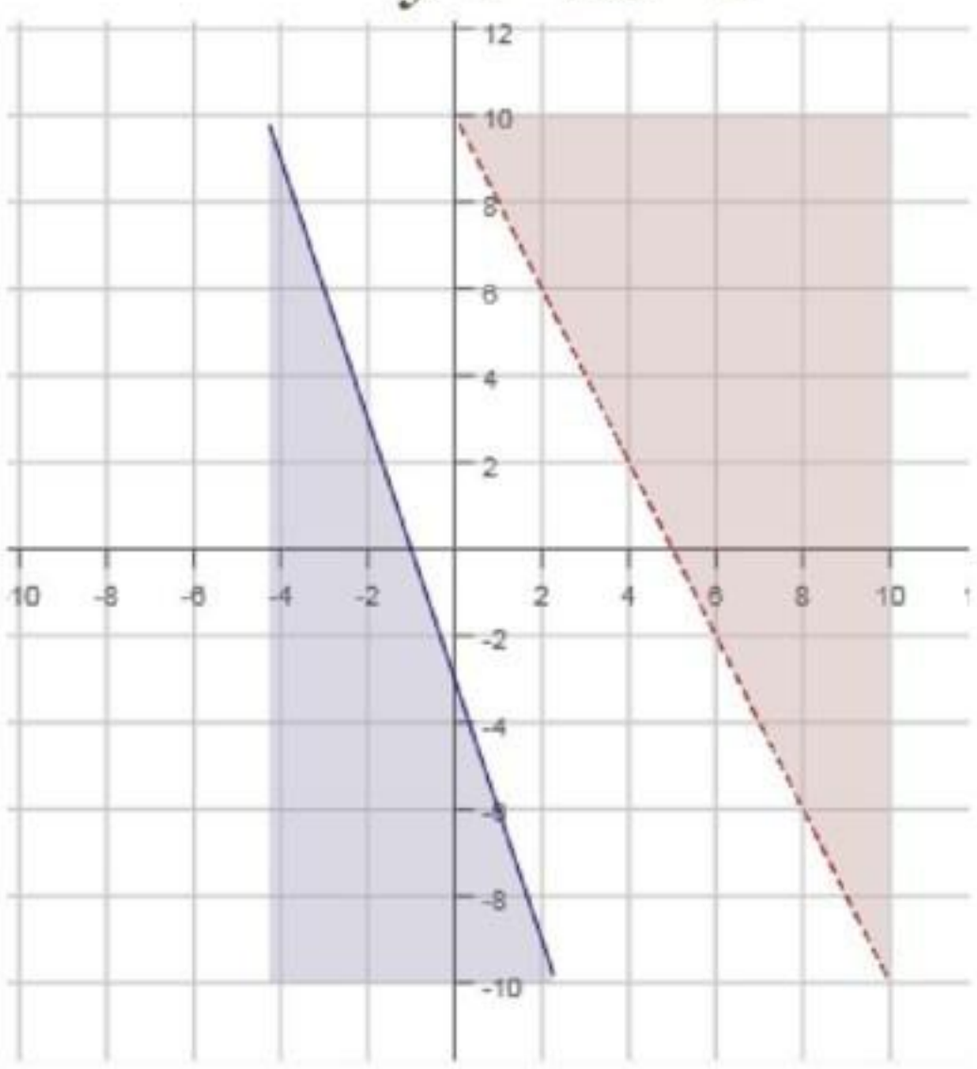
1
$$y \le 6$$
$$y > -3 + x$$



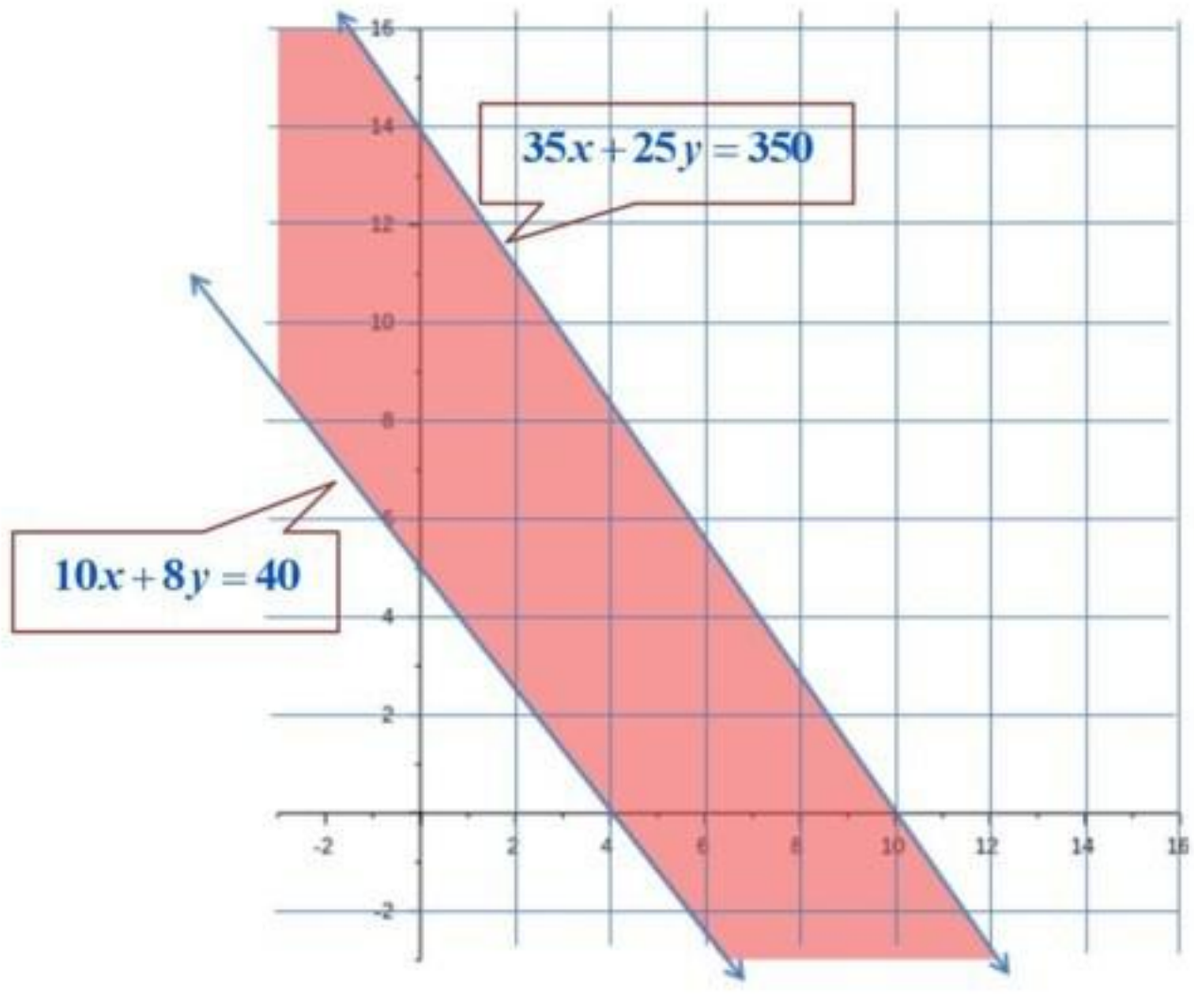
2
$$y \le -3x + 4$$
$$y > 2x - 1$$



3
$$y > -2x + 10$$
$$y \le -3x - 3$$



مشتريات:

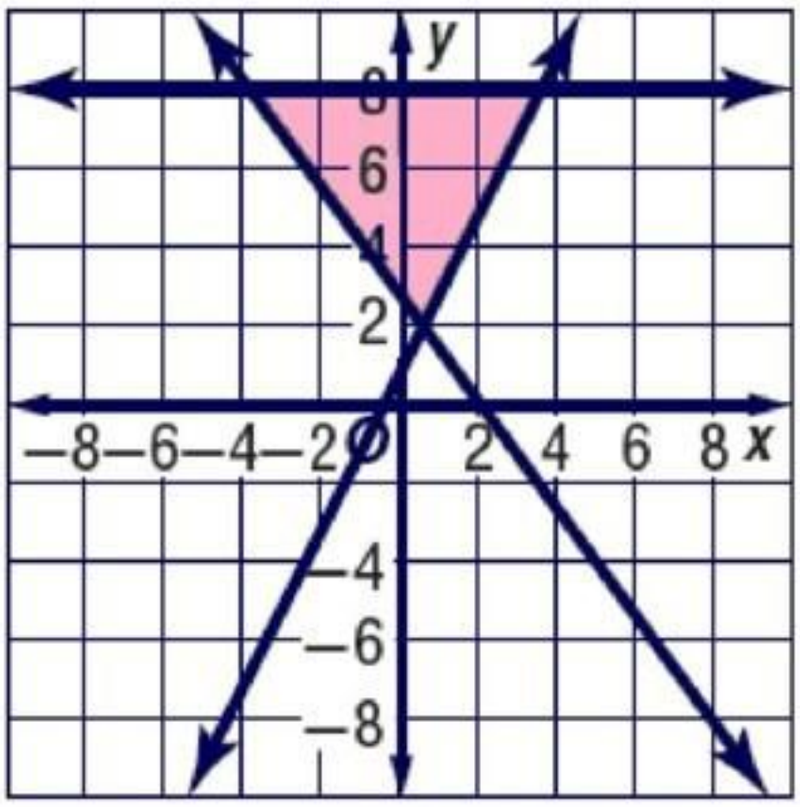


4 رزم من النوع الأول، و 5 رزم من النوع الثاني.
أو 5 رزم من النوع الأول، و 6 رزم من النوع الثاني.
أو 6 رزم من النوع الأول، و 5 رزم من النوع الثاني.

أوجد إحداثيات رؤوس المثلث الناتج عن التمثيل البياني لكل نظام مما يأتي:

5

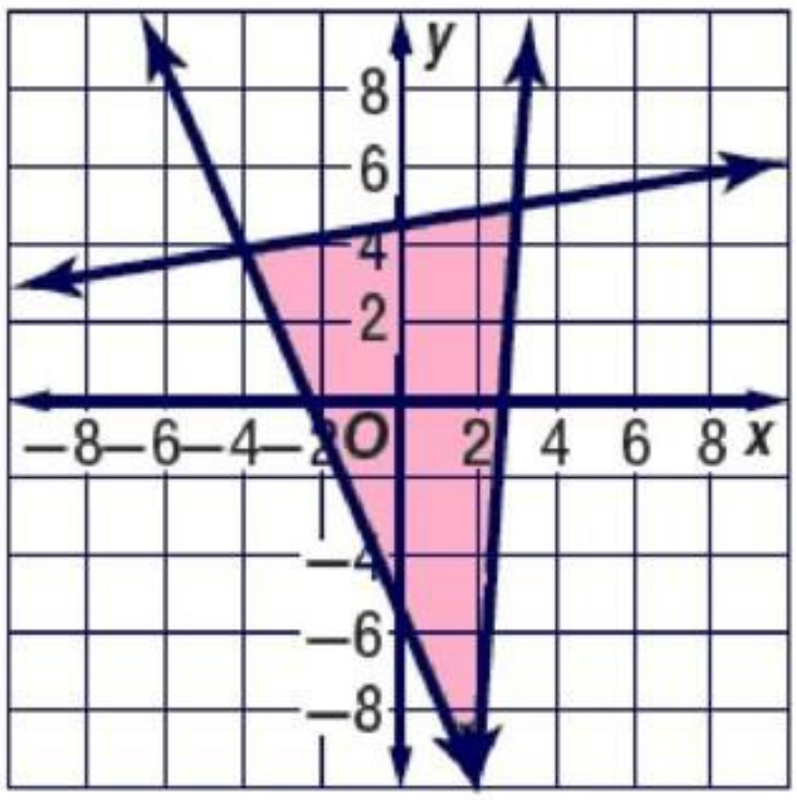
$$y \geq 2x + 1$$
$$y \leq 8$$
$$4x + 3y \geq 8$$



(3.5, 8) , (−4, 8) , (0.5, 2)

6

$$y \geq -2x - 4$$
$$6y \leq x + 28$$
$$y \geq 13x - 34$$

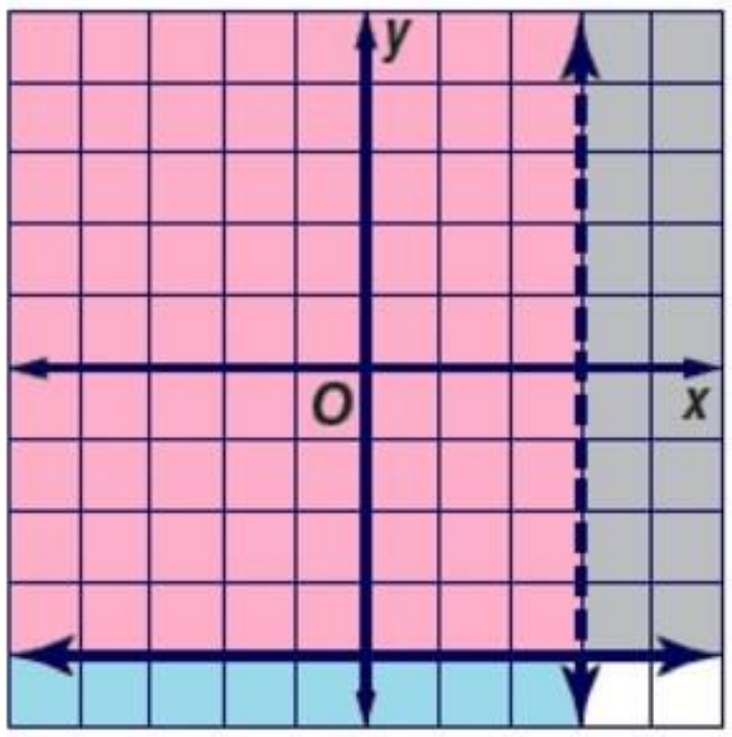


(2, −8) , (3, 5) , (−4, 4)

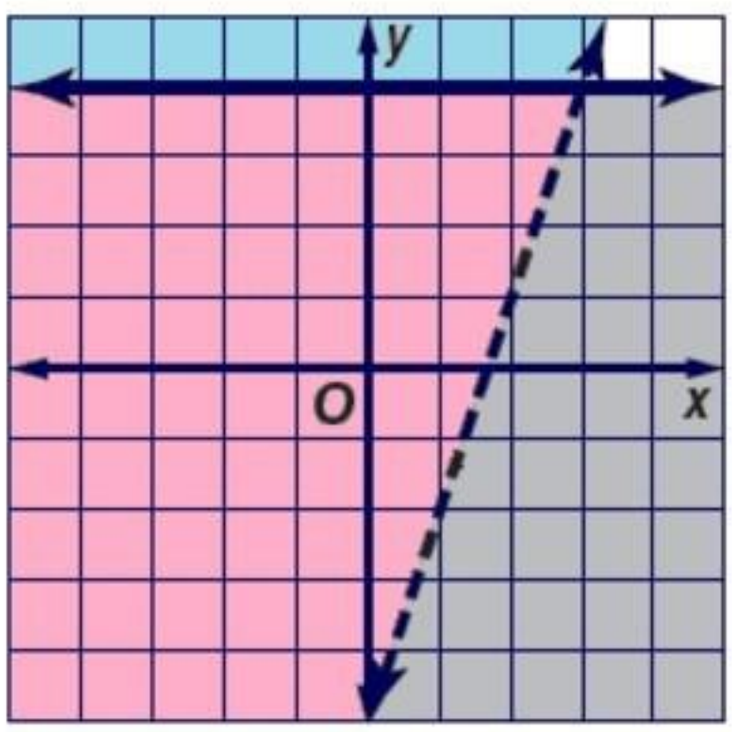
تدرب وحل المسائل

حل كل نظام مما يأتي بيانيا:

7 $x < 3$
$y \geq -4$



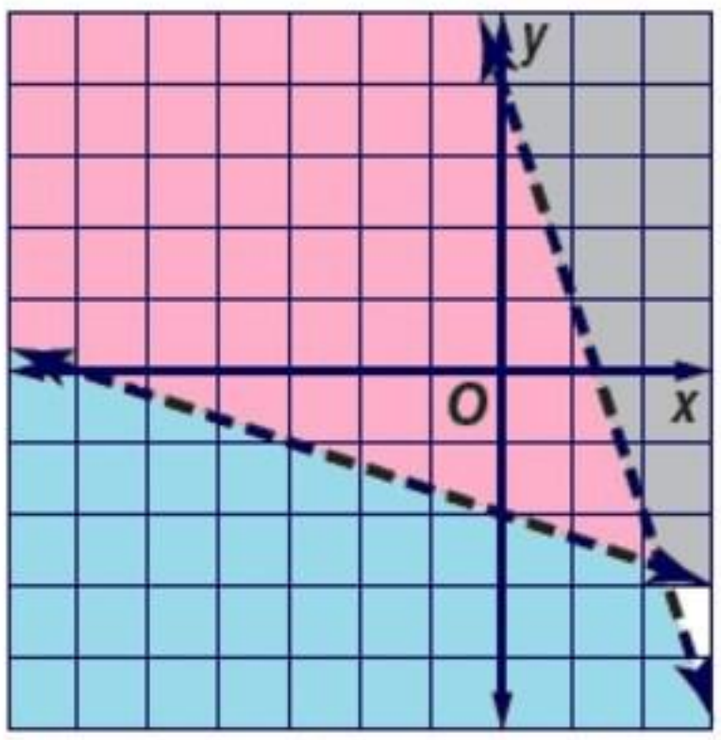
8 $y > 3x - 5$
$y \leq 4$



بالتعويض عن (x, y) بـ $(0, 0)$

$0 > x(0) - 5$
$0 > -5$ C

9 $y < -3x + 4$
$3y + x > -6$



$y < -3x$
$y < -3x + 4$

$3y + x > -6$
$y > -\frac{1}{3}x - 2$

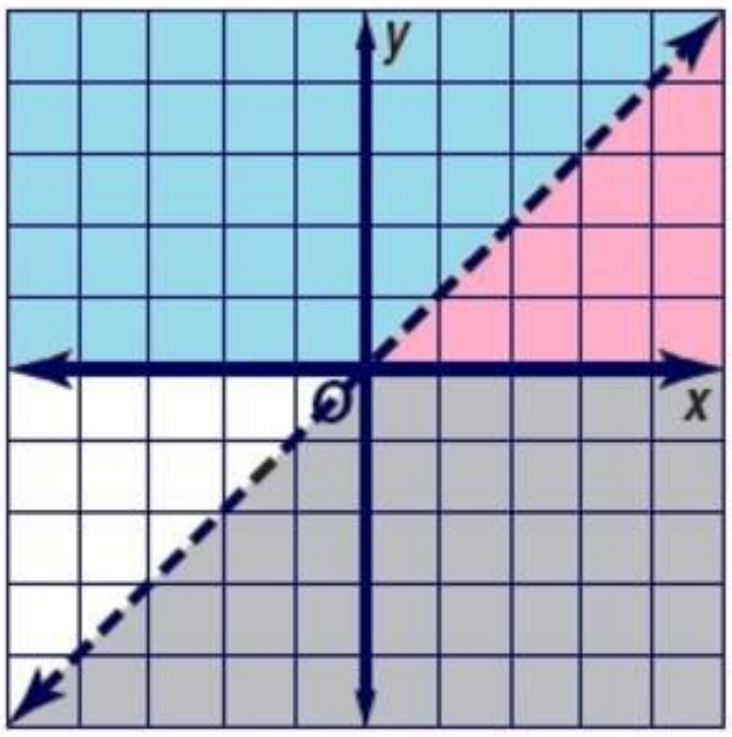
بالتعويض عن
$(0, 0)$ بـ (x, y)

$0 < -3(0) + 4$
$0 < 4$ C

$0 > -\frac{1}{3}(0) - 2$
$0 > -2$ C

10

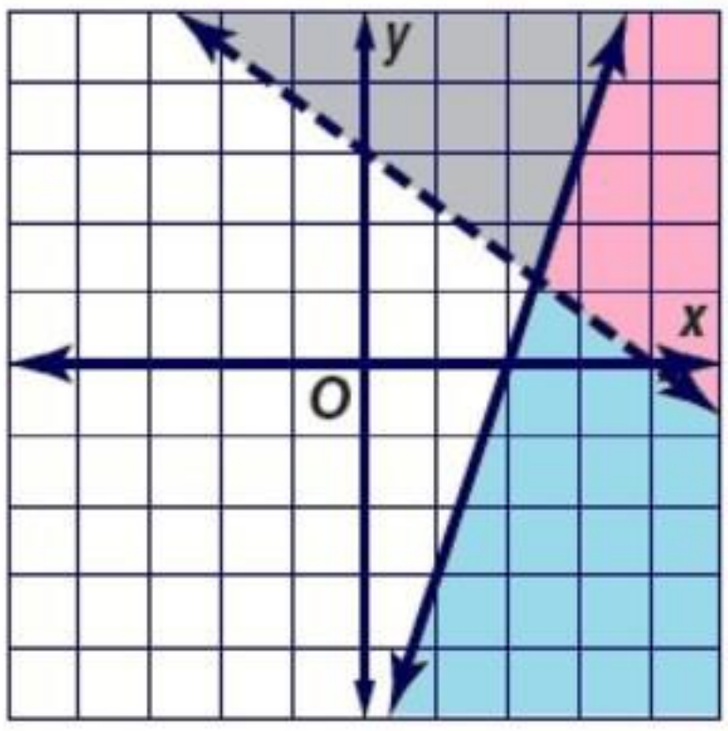
$$y \geq 0$$
$$y < x$$



بالتعويض عن
(x, y) بـ $(2, 0)$
$y < x$
$0 < 2$ c

11

$$6x - 2y \geq 12$$
$$3x + 4y > 12$$



$6x - 2y \geq 12$
$-2y \geq -6x - 12$
$y \leq 3x - 6$

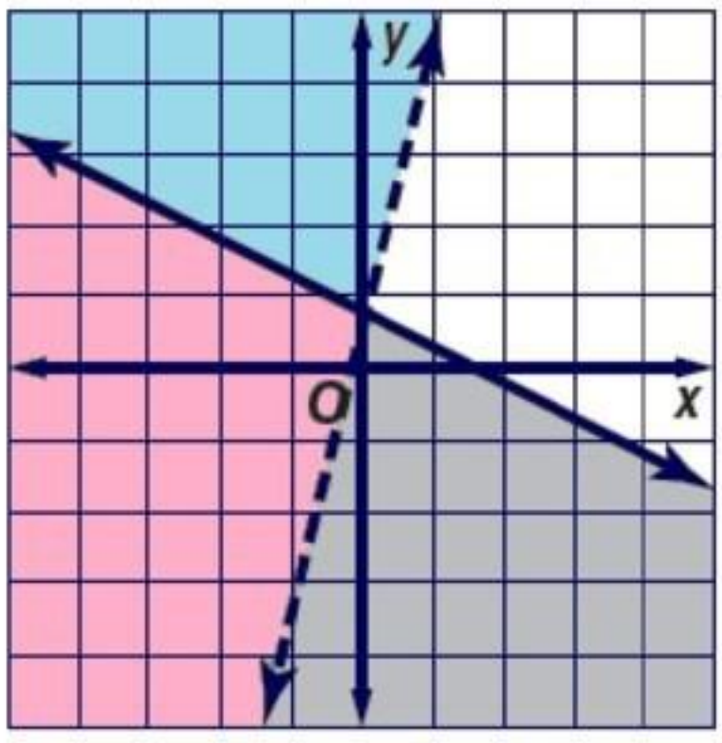
بالتعويض عن
$(0, 0)$ ـ (x, y)
$0 \leq 3(0) - 6$
$0 \leq 6$ d

$3x + 4y > 12$
$4y > -3x + 12$
$y > -\frac{3}{4}x + 3$

بالتعويض عن
$(0, 0)$ ـ (x, y)
$0 > -\frac{3}{4}(0) + 3$
$0 > 3$ d

12

$$-8x > -2y - 1$$
$$-4y \geq 2x - 5$$



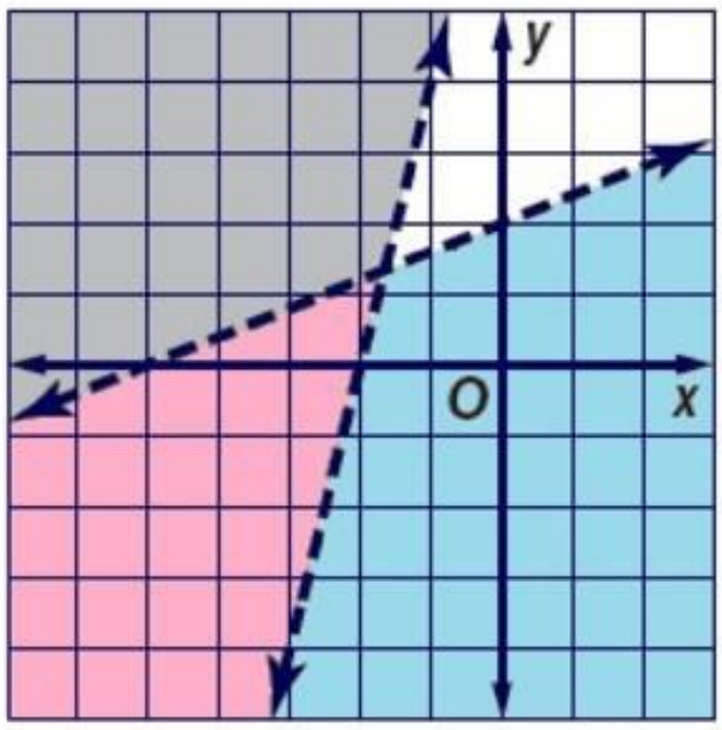
$-8x > -2y - 1$
$-8x + 1 > -2y$
$4x - \frac{1}{2} < y$

بالتعويض عن
$(0, 0)$ ـ (x, y)
$4(0) - \frac{1}{2} < 0$
$-\frac{1}{2} < 0$ c

$-4y \geq 2x - 5$
$y \leq -\frac{1}{2}x + \frac{5}{4}$

بالتعويض عن
$(0, 0)$ ـ (x, y)
$0 \leq \frac{1}{2}(0) + \frac{4}{5}$
$0 \leq \frac{5}{4}$ c

13 $5y < 2x + 10$
$y - 4x > 8$



$5y < 2x + 10$

$y < \frac{2}{5}x + 2$

بالتعويض عن $(0, 0)$ بـ (x, y)

$0 < \frac{2}{5}(0) + 2$

$0 < 2$ c

$y - 4x > 8$

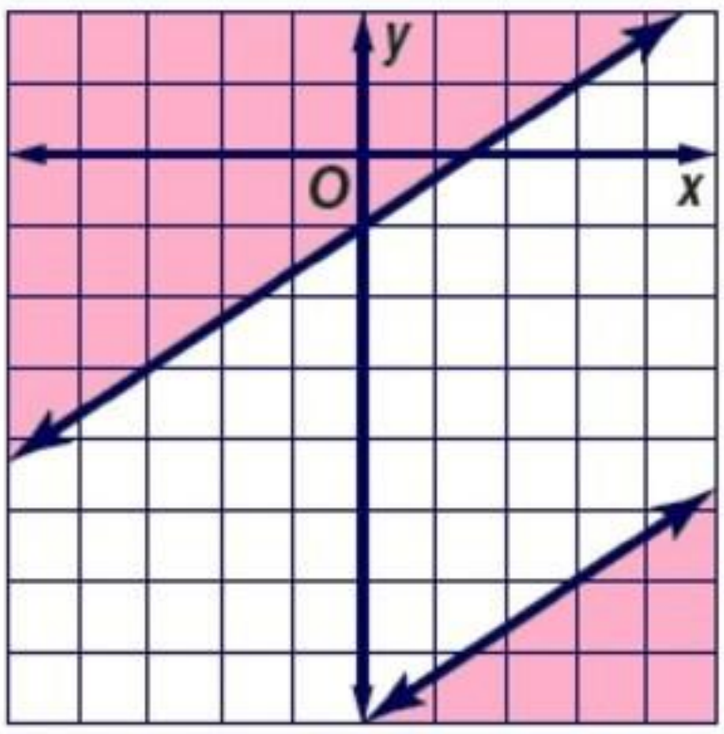
$y > 4x + 8$

بالتعويض عن $(0, 0)$ بـ (x, y)

$0 > 4(0) + 8$

$0 > 8$ d

14 $3y - 2x \leq -24$
$y \geq \frac{2}{3}x - 1$



$3y - 2x \leq -24$

$3y \leq 2x - 24$

بالتعويض عن $(0, 0)$ بـ (x, y)

$0 \leq \frac{2}{3}(0) - 8$

$0 \leq -8$ d

$y \geq \frac{2}{3}x - 1$

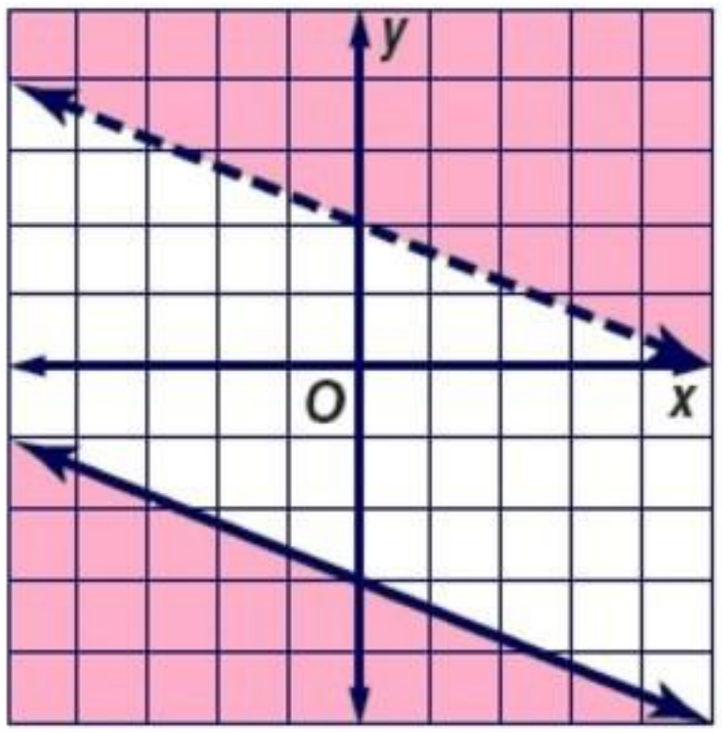
بالتعويض عن $(0, 0)$ بـ (x, y)

$0 \geq \frac{2}{3}(0) - 1$

$0 \geq -1$ c

مجموعة الحل هي Φ

15 $y > -\frac{2}{5}x + 2$
$5y \leq -2x - 15$



$y > -\frac{2}{5}x + 2$

بالتعويض عن $(0, 0)$ بـ (x, y)

$0 > -\frac{2}{5}(0) + 2$

$0 > 2$ d

$5y \leq -2x - 15$

$y \leq -\frac{2}{5}x - 3$

بالتعويض عن $(0, 0)$ بـ (x, y)

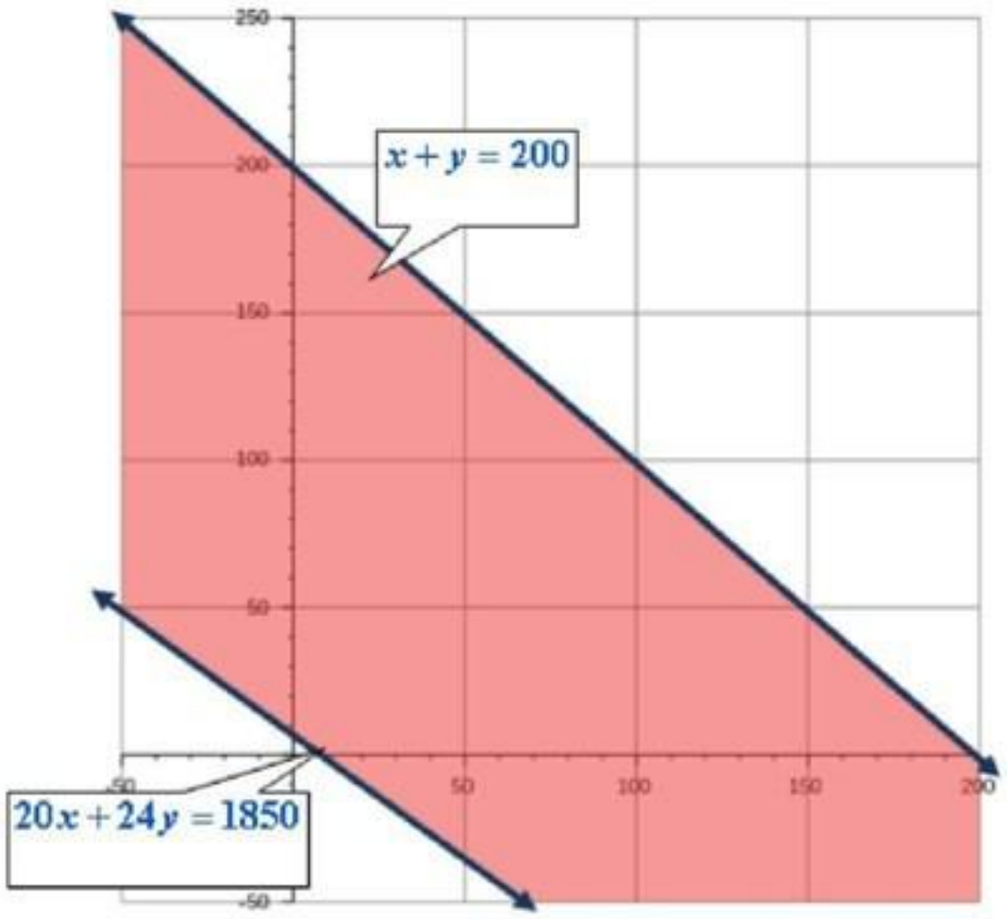
$0 \leq -\frac{2}{5} - 3$

$0 \leq -3$ d

مجموعة الحل هي Φ

16 عمل جزئي:

x: عدد الساعات في العمل الأول
y: عدد الساعات في العمل الثاني



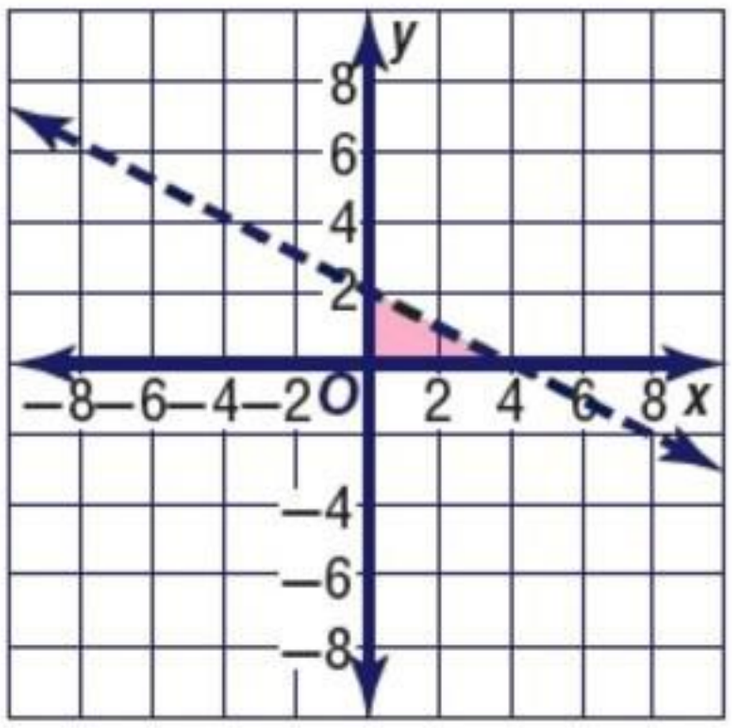
بضرب عدد الساعات في الاسبوع في 8

$$25\times 8=200$$

$$20x+24y\geq 1850$$
$$x+y\leq 200$$

أوجد إحداثيات رؤوس المثلث الناتج عن التمثيل البياني لكل نظام مما يأتي:

17



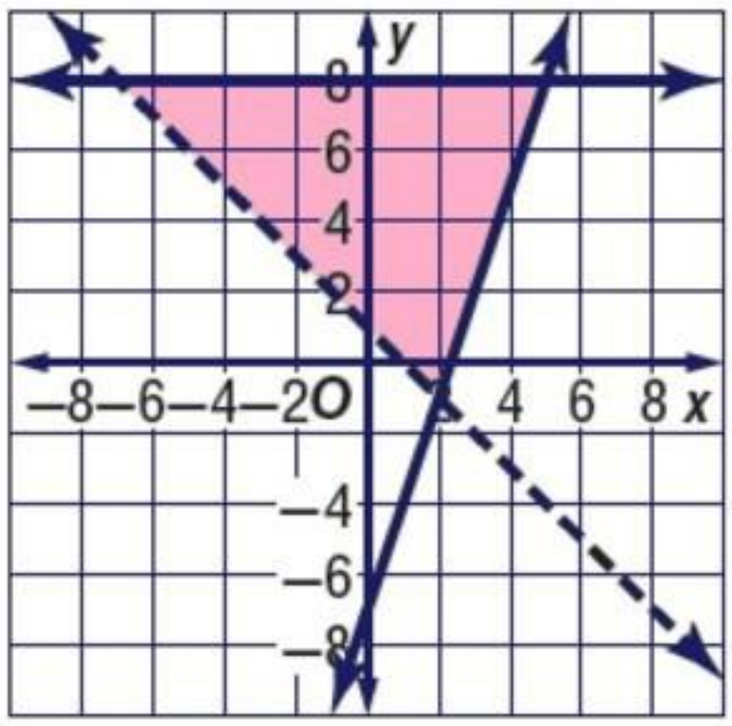
$$x\geq 0$$
$$y\geq 0$$
$$x+2y<4$$

$$x+2y<4$$
$$2y<-x+4$$
$$y<-\frac{1}{2}+2$$

بالتعويض عن $(0, 0)$ بـ (x, y)

$$0<-\frac{1}{2}(0)+2$$
$$0<2$$ C

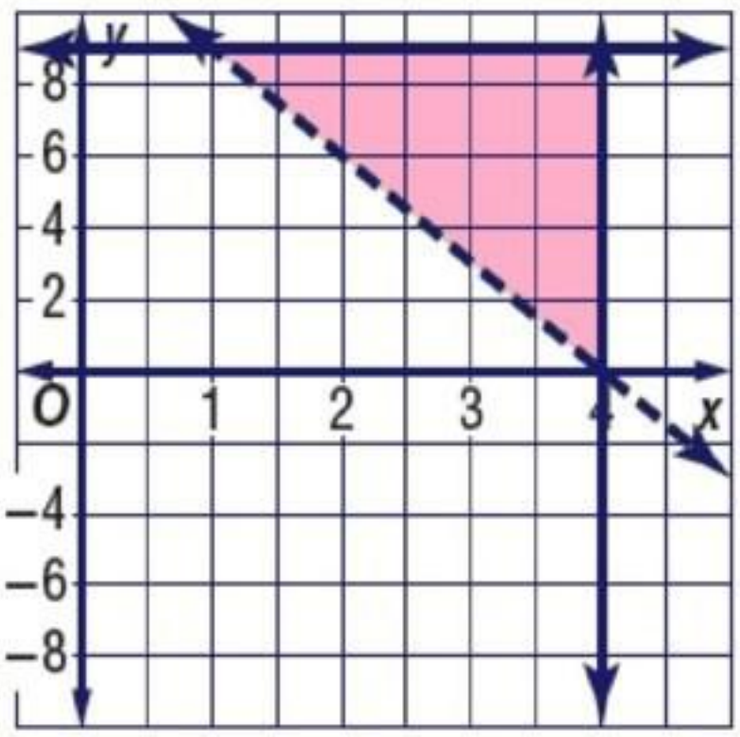
$(0, 2)$, $(4, 0)$, $(0, 0)$



18

$$y \geq 3x - 7$$
$$y \leq 8$$
$$x + y > 1$$

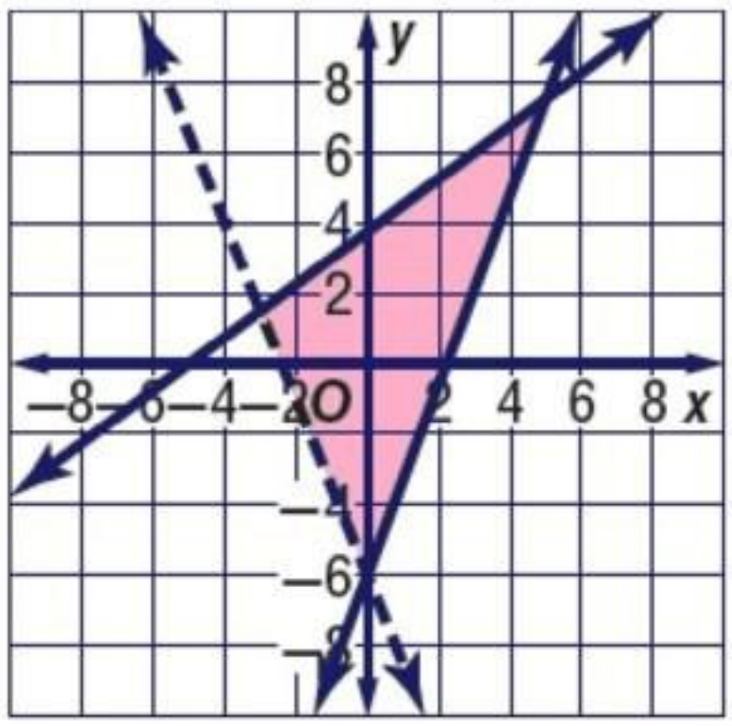
$(0, 2)$, $(4, 0)$, $(-7, 8)$



19

$$x \leq 4$$
$$y > -3x + 12$$
$$y \leq 9$$

$(1, 9)$, $(4, 0)$, $(4, 9)$



20

$$-3x + 4y \leq 15$$
$$2y + 5x > -12$$
$$10y - 60 \geq 27x$$

$$4y \leq 3x + 15$$
$$y \leq \frac{3}{4}x + \frac{15}{4}$$

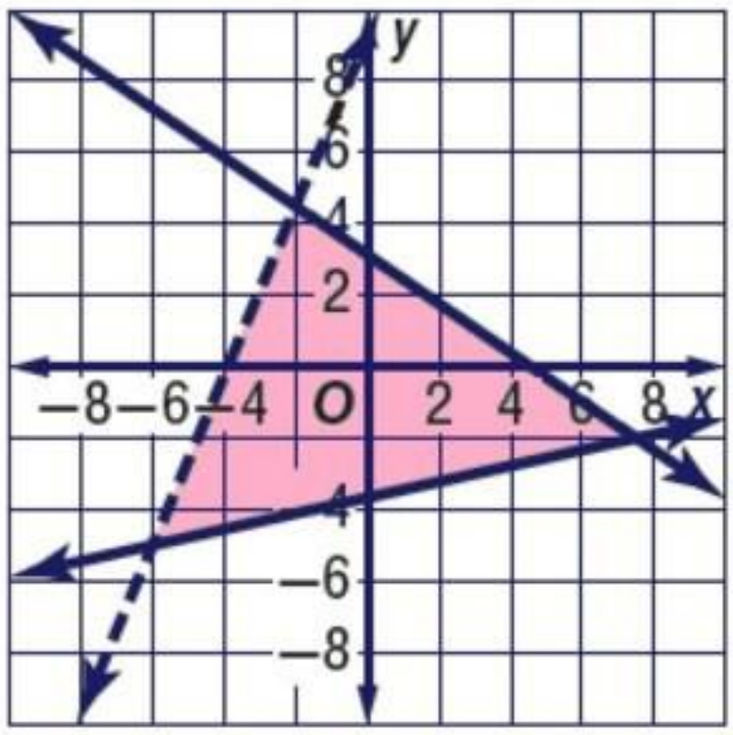
$$2y > -5x - 12$$
$$y > -\frac{5}{2}x - 12$$

$$10y \geq 27x + 60$$
$$y \geq 2.7x + 6$$

$(-3, 1.5)$, $(5, 7.5)$, $(0, -6)$

$8y - 19x < 74$
$38y + 26x < 119$
$54y - 12x \geq -198$

21



$8y < 19x + 74$
$y < \frac{19}{8}x + \frac{74}{8}$
$y < 2.4x + 9.3$

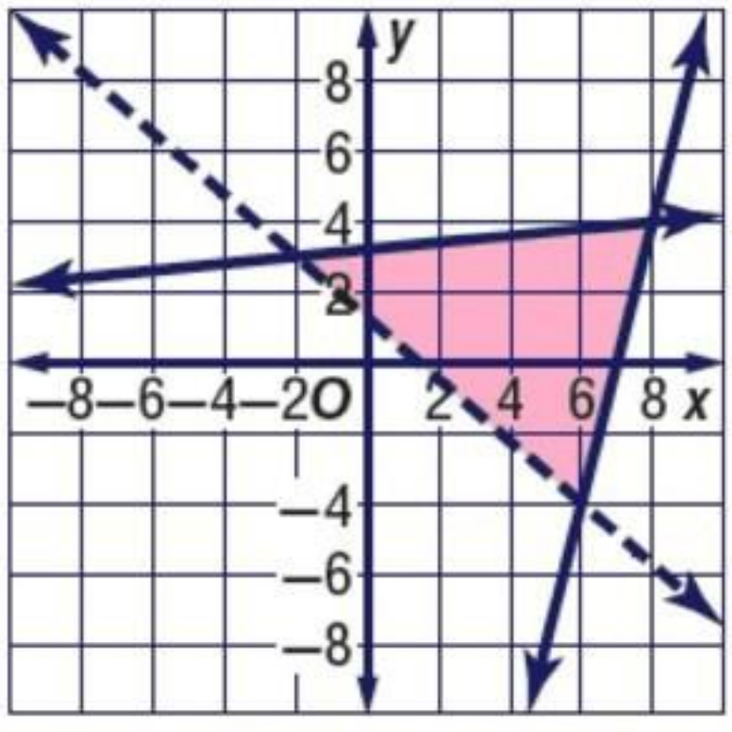
$38y < -26x + 119$
$y < -0.7x + 3.1$

$54y \geq 12x - 198$
$y \geq 0.2x - 3.7$

$(-6, -5)$, $(-2, 4.5)$, $(7.5, -2)$

$6y - 24x \geq -168$
$8y + 7x > 10$
$20y - 2x \leq 64$

22



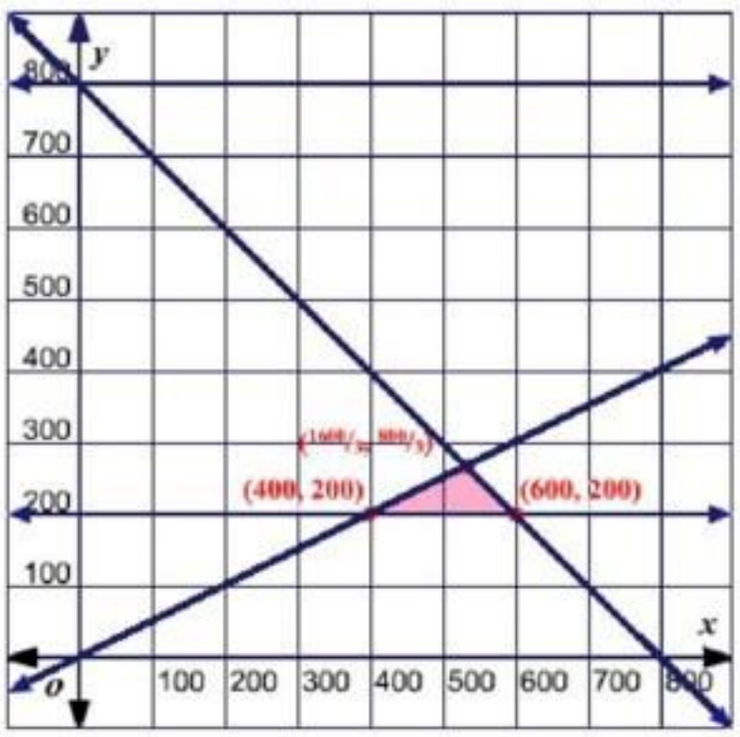
$6y \geq 24x - 168$
$y \geq 4x - 28$

$8y > -7x + 10$
$y > -0.9 + 1.25$

$20y \geq 2x - 64$
$y \geq 0.1 - 3.2$

$(8, 4)$, $(6, -4)$, $(-2, 3)$

23 اتصالات:

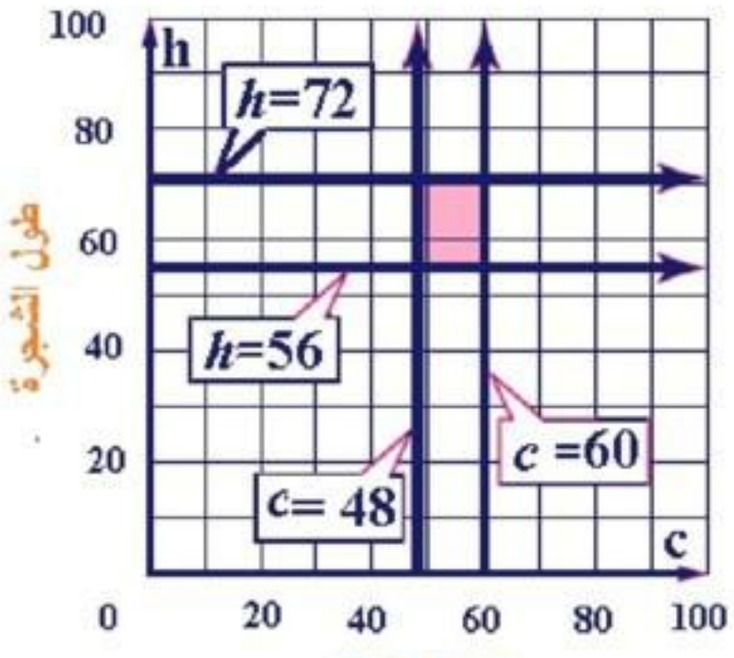


بفرض x عدد الدقائق نهاراً
و y عدد الدقائق ليلاً

$$x \geq 0 \ , \ y \geq 200$$

$$x + y \leq 800 \ , \ 2y \leq x$$

24 مجار:



a اكتب نظام متباينات خطية يمثل مدى كل من الارتفاع h و محيط الساق c للأشجار شبه المسيطرة و مثله بيانياً

$$h \geq 56, \quad h \leq 72, \quad c \geq 48, \quad c \leq 60$$

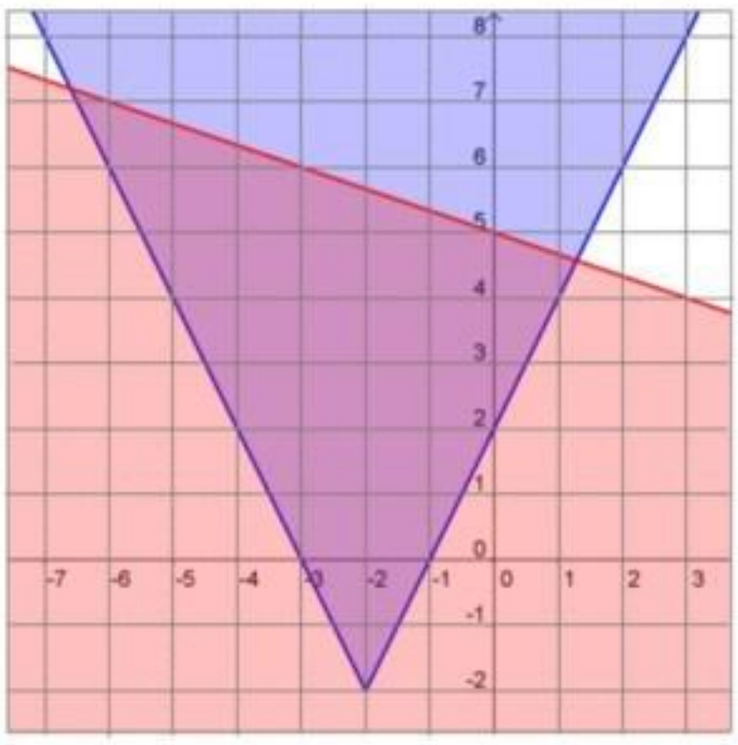
b ما المجموعة التي تنتمي إليها شجرة زيزفون إرتفاعها 48ft.؟ و ما المدى الذي يقع فيه محيط ساقها؟

المجموعة التي تنتمي اليها شجرة الزيزفون هي: الأشجار المتوسطة السيطرة

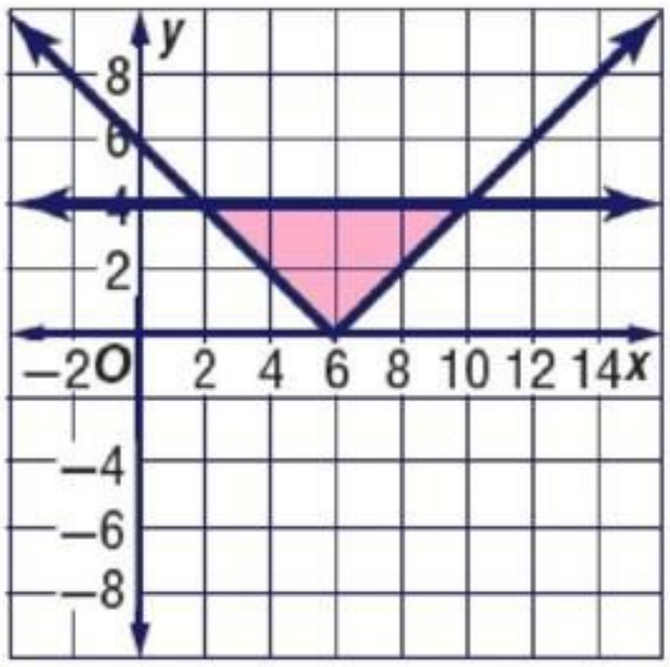
المدى الذي يقع فيه محيط ساقها: 34 – 48 in.

حل كل نظام مما يأتي بيانياً:

25
$$y \geq |2x + 4| - 2$$
$$3y + x \leq 15$$

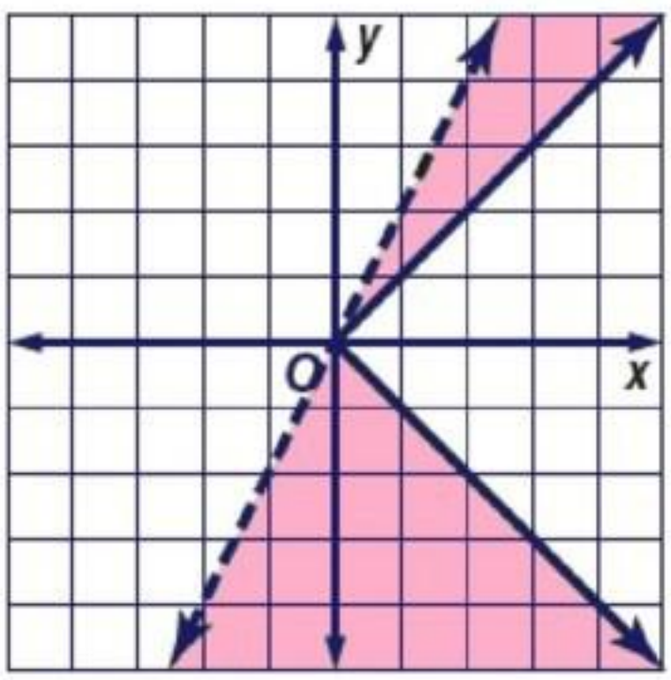


$$3y \leq -x + 15$$
$$y \leq -\frac{x}{3} + 5$$



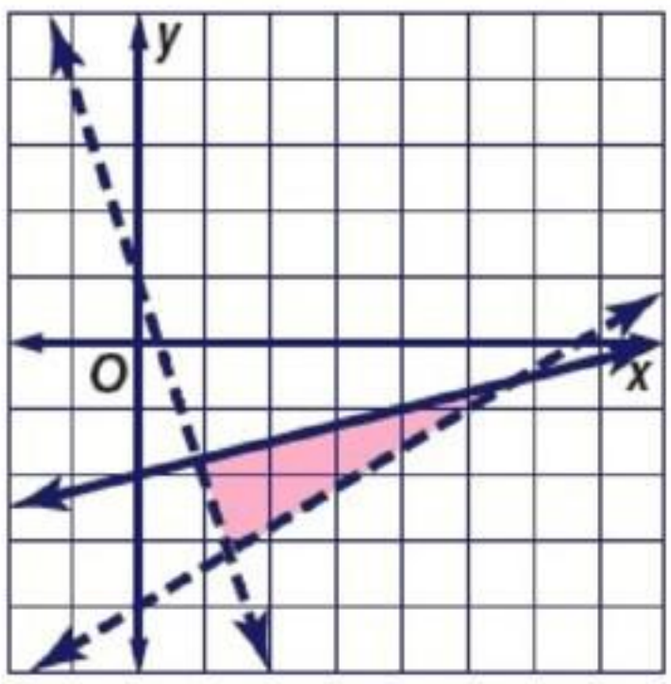
26

$$y \geq |6 - x|$$
$$|y| \leq 4$$



$$|y| \geq x$$
$$y < 2x$$

27

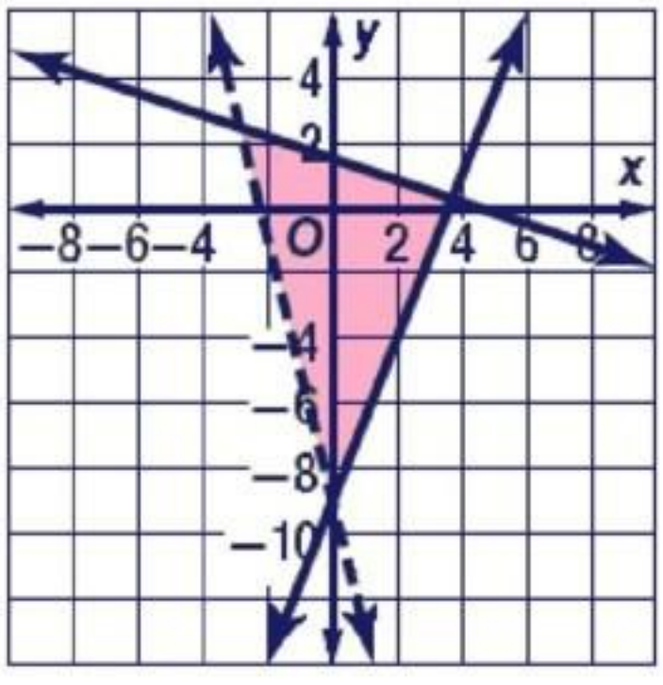


28

$$y > -3x + 1$$
$$4y \leq x - 8$$
$$3x - 5y < 20$$

$$y \leq \frac{1}{4}x - 2$$

$$-5y < -3x + 20$$
$$y > \frac{3}{5}x - 4$$

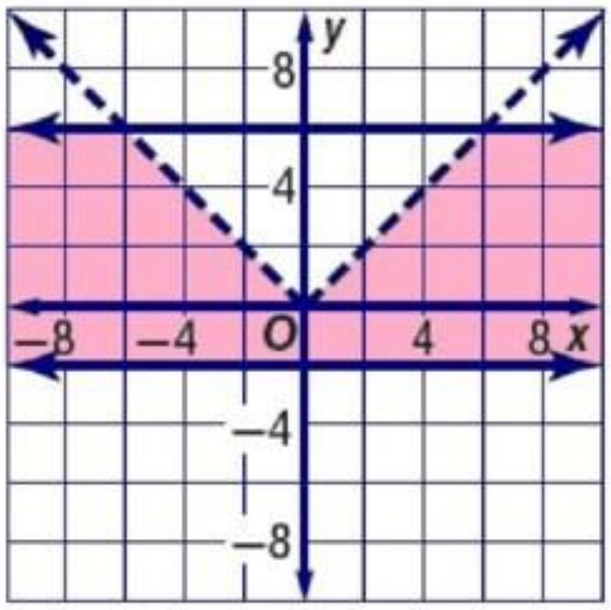


29

$$6y + 2x \leq 9$$
$$2y + 18 \geq 5x$$
$$y > -4x - 9$$

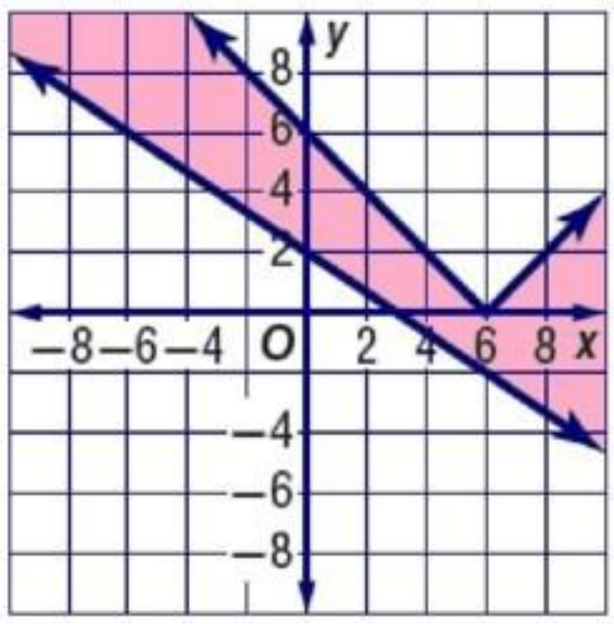
$$6y \leq -2x + 9$$
$$y \leq -\frac{1}{3}x + \frac{3}{2}$$

$$2y \geq 5x - 18$$
$$y \geq \frac{5}{2}x - 9$$



30

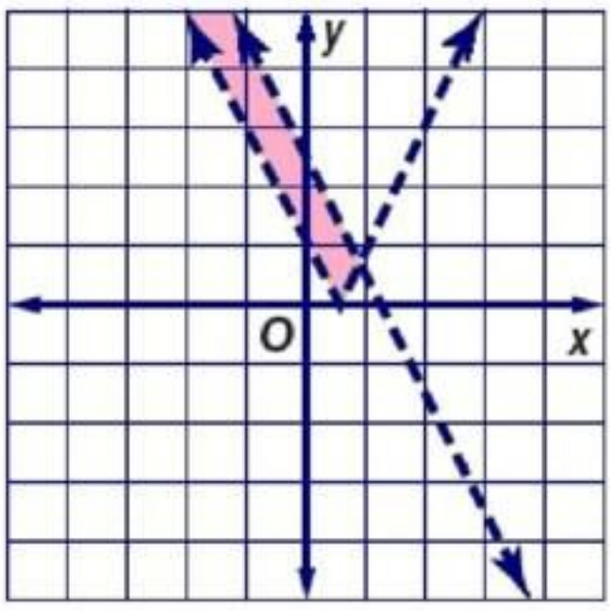
$$|x| > y$$
$$y \le 6$$
$$y \ge -2$$



31

$$2x + 3y \ge 6$$
$$y \le |x - 6|$$

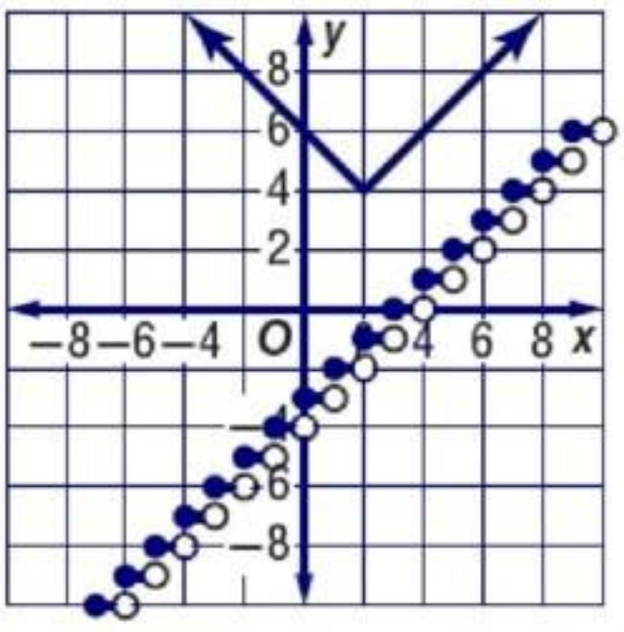
$$3y \ge -2x + 6$$
$$y \ge -\frac{2}{3}x + 2$$



32

$$8x + 4y < 10$$
$$y > |2x - 1|$$

$$4y < -8x + 10$$
$$y < -2x + 2.5$$

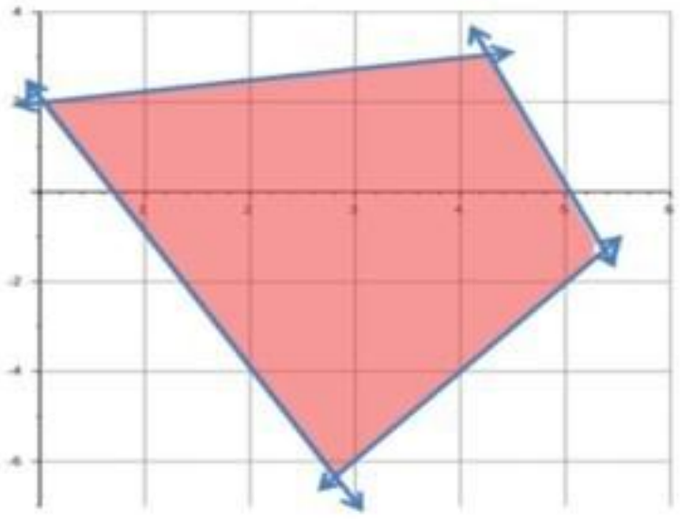


33

$$y \ge |x - 2| + 4$$
$$y \le \square x \square - 3$$

جد إحداثيات رؤوس الشكل الناتج عن التمثيل البياني لكل نظام مما يأتي:

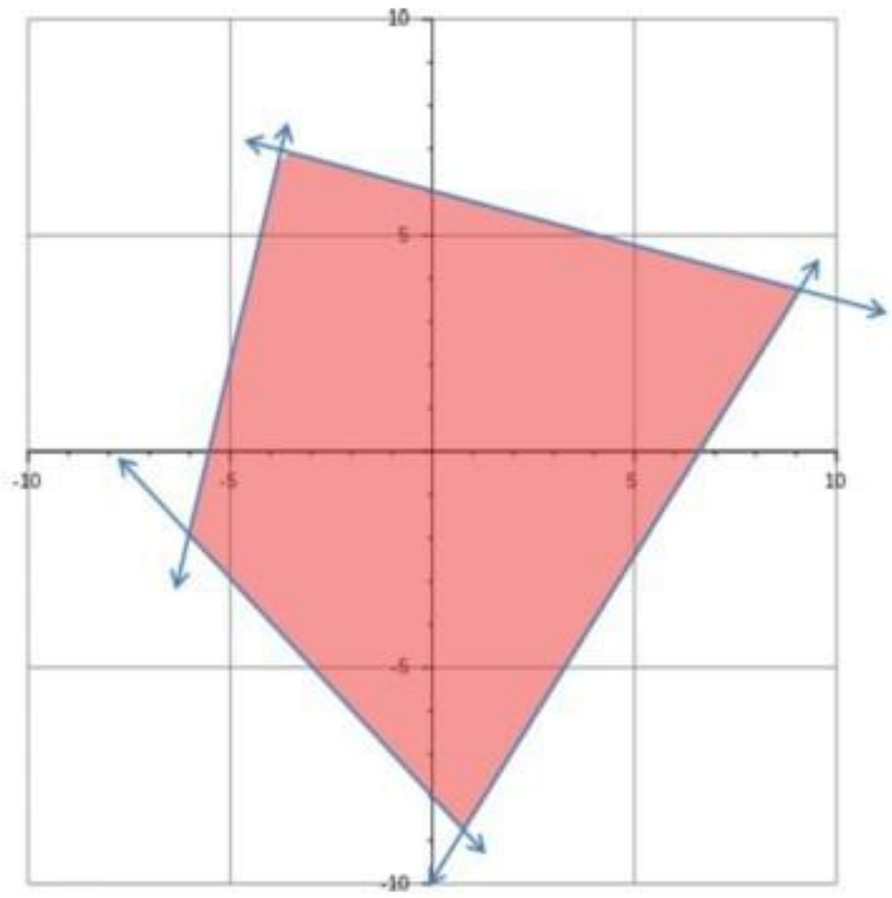
34



$$y \geq 2x - 12$$
$$y \leq -4x + 20$$
$$4y - x \leq 8$$
$$y \geq -3x + 2$$

$$4y \leq x + 8$$
$$y \leq \frac{1}{4}x + 2$$

$$(0, 2)\ ,\ \left(5\frac{1}{3}, -1\frac{1}{3}\right)\ ,\ \left(4\frac{4}{17}, 3\frac{1}{17}\right)\ ,\ (2.8, -6.4)$$

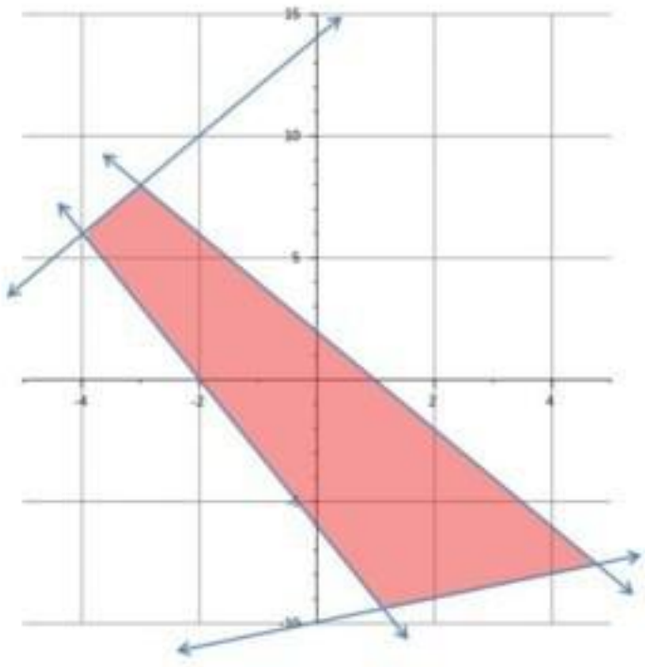


$$y \geq -x - 8$$
$$2y \geq 3x - 20$$
$$4y + x \leq 24$$
$$y \leq 4x + 22$$

35

$$y > \frac{3}{2}x - 10$$
$$4y \leq -x + 24$$
$$y \leq -\frac{1}{4}x + 6$$

$$(-6, -2)\ ,\ \left(-3\frac{13}{17}, 6\frac{16}{17}\right)\ ,\ \left(9\frac{1}{7}, 3\frac{5}{7}\right)\ ,\ (0.8, -8.8)$$



$$2y - x \geq -20$$
$$y \geq -3x - 6$$
$$y \leq -2x + 2$$
$$y \leq 2x + 14$$

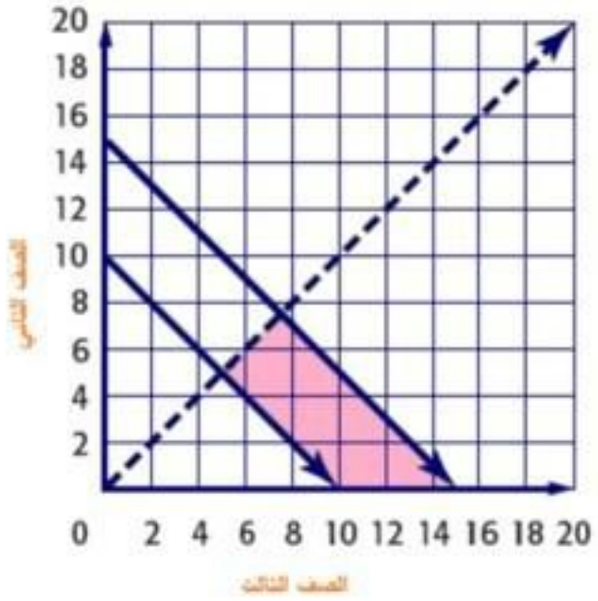
36

$$2y \geq x - 20$$
$$y \geq \frac{1}{2}x - 10$$

$$(-4, 6)\ ,\ (-3, 8)\ ,\ (4.8, -7.6)\ ,\ \left(1\frac{1}{7}, -9\frac{3}{7}\right)$$

37 باضة:

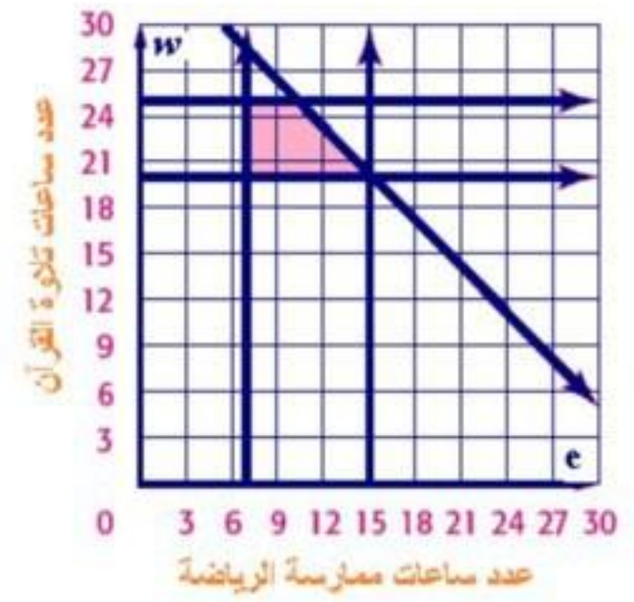
اكتب نظام متباينات يمثل ذلك الموقف، و مثله بيانياً.



$$10 \le x + y \le 15$$
$$x > y$$
$$x \ge 0$$
$$y \ge 0$$

38 إدارة الوقت:

افرض أن w هي عدد ساعات تلاوة القرآن و e هي عدد ساعات ممارسة الرياضة



$$w + e \le 20$$
$$4 \le e \le 10$$
$$10 \le w \le 14$$

مسائل مهارات التفكير العليا

39 سألة مفتوحة: اكتب نظاماً من متباينتين على أن يكون الحل :

a ربع الثالث فقط

$$x < -1 \quad , \quad y < -2$$

b غير موجود

$$y < -2 \quad , \quad y > 2$$

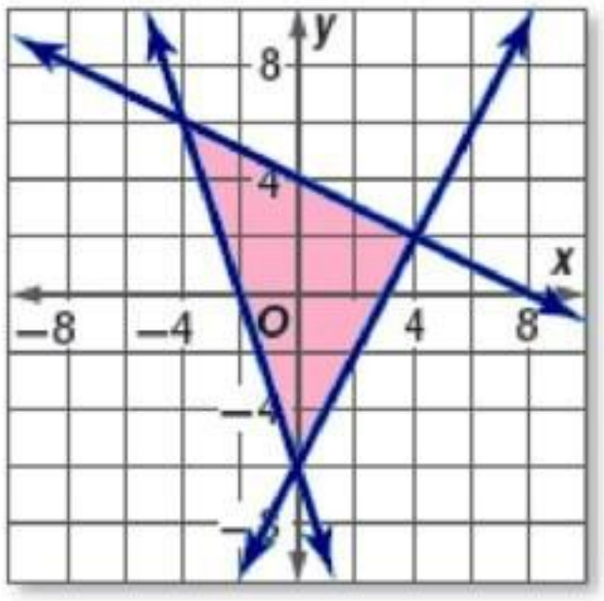
c على مستقيم

$$y \le x \quad , \quad y \ge x$$

d) ة واحدة فقط

$y < |x|$, $y \geq |x|$ ؛ الحل هو النقطة $(0, 0)$

40) ـ: تمثل المنطقة المظللة في المستوى الأحداثي المجاور حلاً لنظام من المتباينات. اكتب هذا النظام.



$y \geq 2x - 6$
$y \leq -0.5x + 4$
$y \geq -3x - 6$

41) تبرير:
العبارة صحيحة

42) ب:
بتظليل منطقة حل كل متباينة في النظام على أن يتم تظليل المنطقة فوق المستقيم إذا كانت المتباينة $y >$ والمنطقة تحت المستقيم إذا كانت المتباينة $y <$

تدريب على اختبار

43) الإجابة الصحيحة (B) $y = 3x + 2$

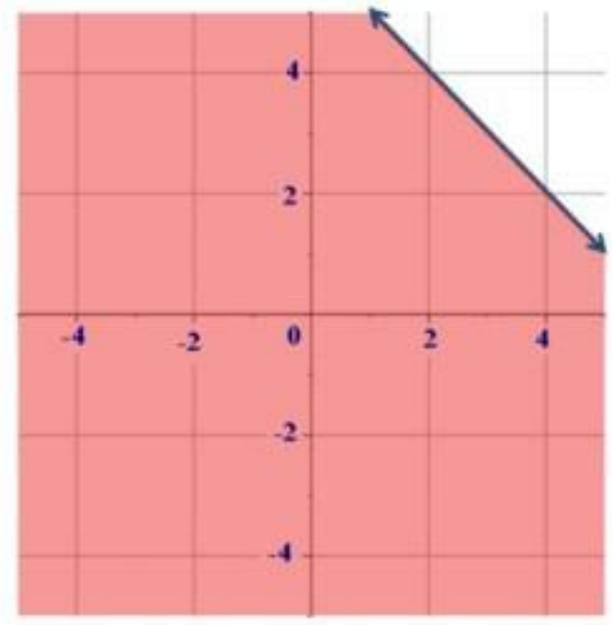
44) ابة قصيرة: إذا كانت $5y + 6z$, $3x + 2y$ فما قيمة x بدلالة z؟

$5y = 6z$
$y = \frac{6}{5}z$ بالتعويض عن قيمة y
$3x = 2y$
$3x = 2\left(\frac{6}{5}z\right) = \frac{12}{5}z$ بقسمة الطرفين على 3
$x = \frac{4}{5}z$

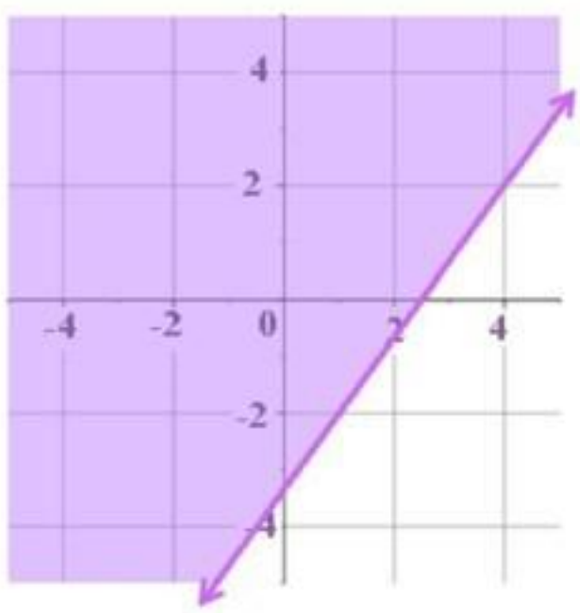
مراجعة تراكمية

مثل كل متباينة مما يأتي بيانياً:

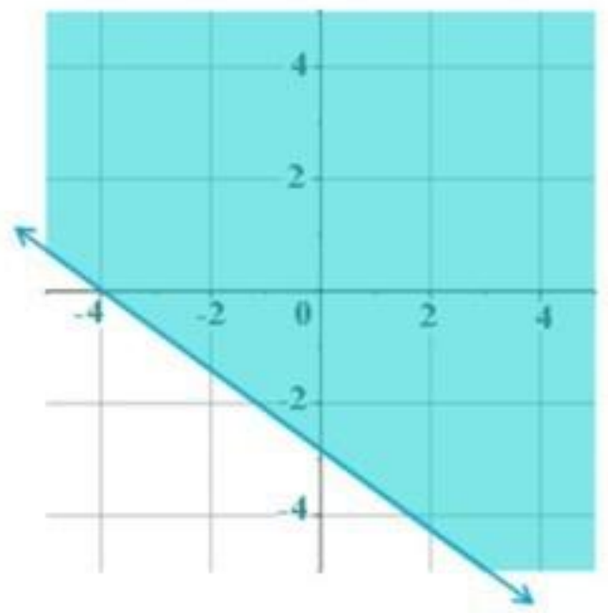
45 $x + y \leq 6$



46 $4x - 3y < 10$

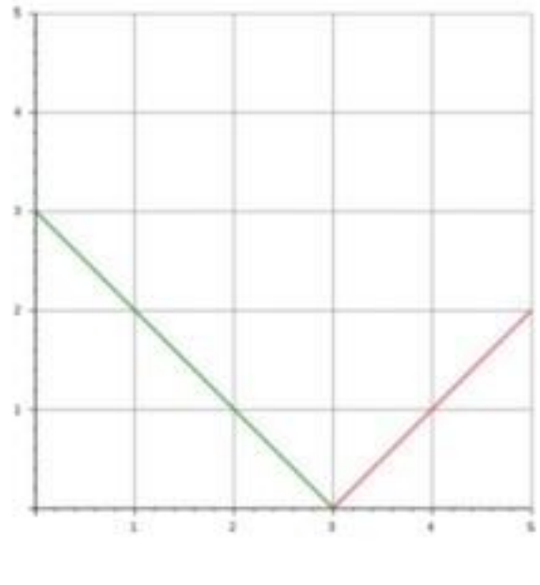


47 $5x + 7y \geq -20$



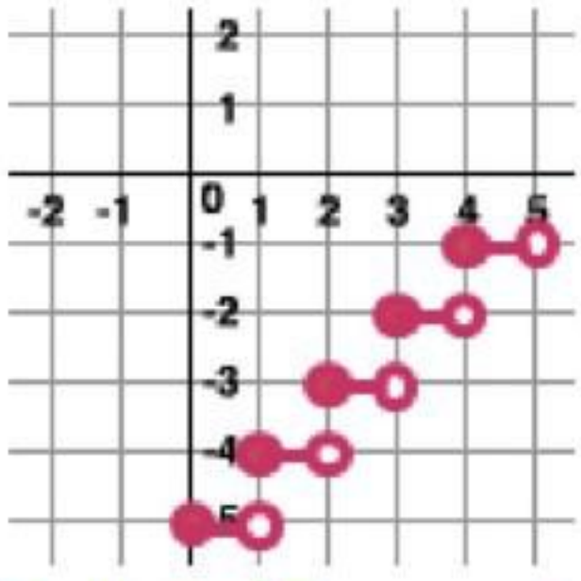
مثل كل دالة مما يأتي بيانياً ، و حدد كلاً من مجالها و مداها:

48 $f(x) = |x - 3|$



المجال: $(-\infty , \infty)$ ، **المدى:** $(-\infty , \infty)$

49 $h(x) = [x] - 5$



المجال: جميع الأعداد الحقيقية

المدى: جميع الأعداد الصحيحة

إذا كان $g(x)=3x-4$, $f(x)=2x+5$ ، فأوجد قيمة كل مما يأتي:

50 $g(-2)$

$$g(-2)=3(-2)-4$$
$$=-10$$

51 $f(-0.25)$

$$f(-0.25)=2(-0.25)+5$$
$$=-0.5+5=4.5$$

52 $g(-0.75)$

$$g(-0.75)=3(-0.75)-4$$
$$=-2.25-4=-6.25$$

توسع

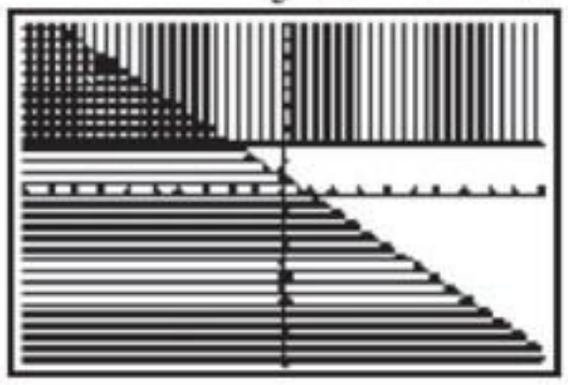
معمل الحاسبة البيانية

5-1 أنظمة المتباينات الخطية

استعمل الحاسبة البيانية لحل كل نظام من متباينتين مما يأتي:

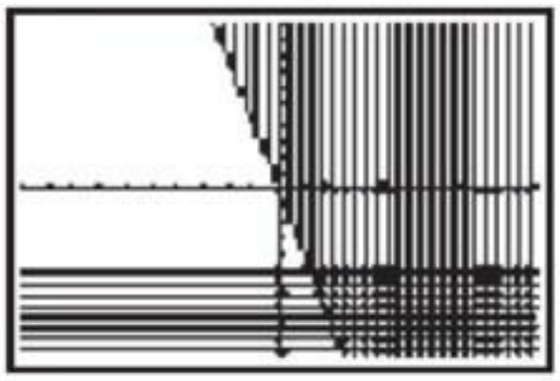
1

$y \geq 3$
$y \leq -x + 1$



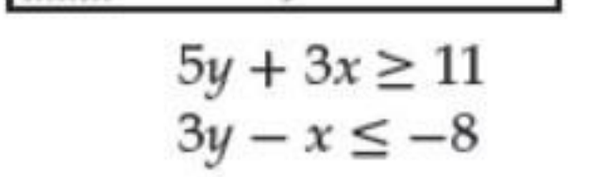
2

$y \geq -4x$
$y \leq -5$



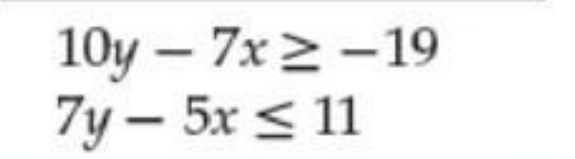
3

$y \geq 2 - x$
$y \leq x + 3$



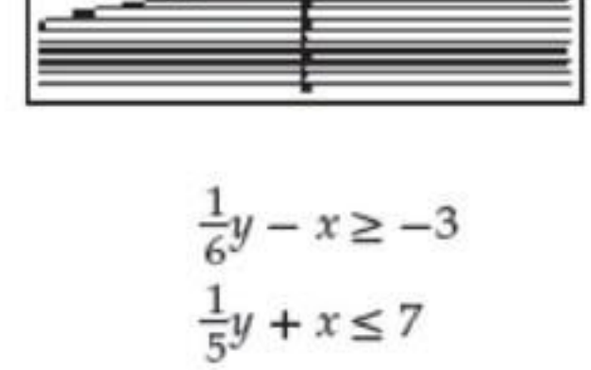
4

$y \geq 2x + 1$
$y \leq -x - 1$



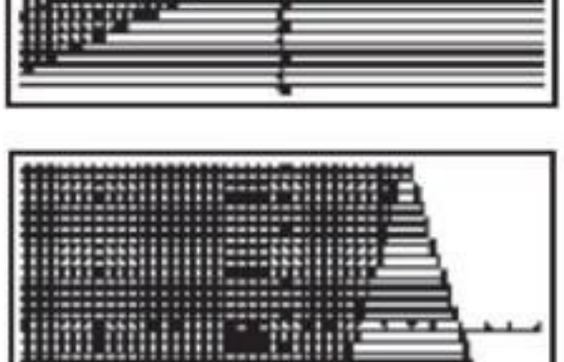
5

$2y \geq 3x - 1$
$3y \leq -x + 7$



6

$y + 5x \geq 12$
$y - 3 \leq 10$



7

$5y + 3x \geq 11$
$3y - x \leq -8$

8

$10y - 7x \geq -19$
$7y - 5x \leq 11$

9

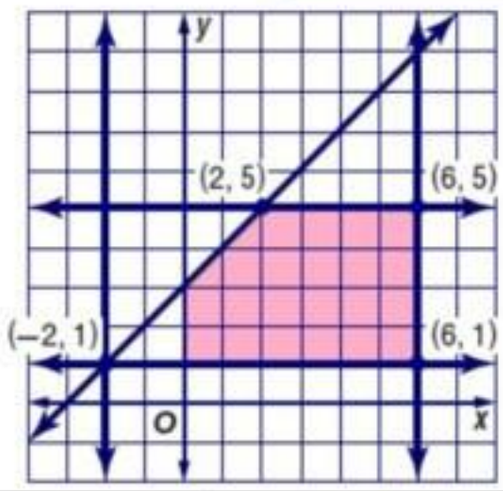
$\frac{1}{6}y - x \geq -3$
$\frac{1}{5}y + x \leq 7$

6-1
البرمجة الخطية و الحل الأمثل

تحقق

1 A

$-2 \le x \le 6$
$1 \le y \le 5$
$y \le x + 3$
$f(x, y) = -5x + 2y$

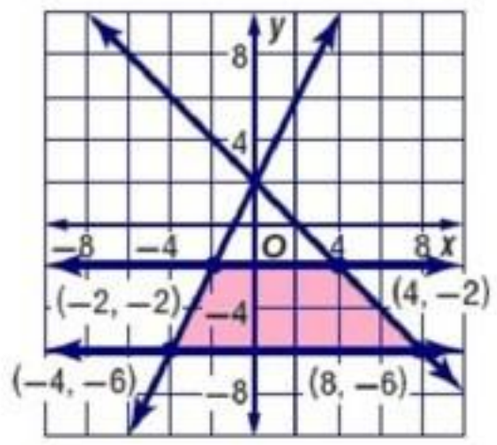


(x, y)	$-5x+2y$	$f(x, y)$	
(2, 5)	-5(2)+2(5)	0	
(6, 5)	-5(6)+2(5)	-20	
(-2, 1)	-5(-2)+2(1)	12	← القيمة العظمى
(6, 1)	-5(6)+2(1)	-28	← القيمة الصغرى

القيمة الصغرى 28- عند النقطة (6, 1) ؛
القيمة العظمى 12 عند النقطة (0, 3)

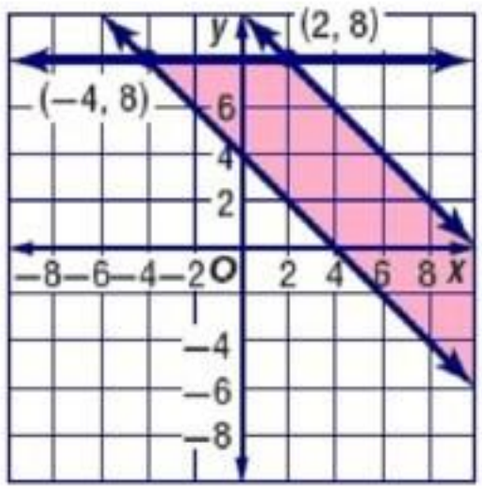
1 B

$-6 \le y \le -2$
$y \le -x + 2$
$y \le 2x + 2$
$f(x, y) = 6x + 4y$



(x, y)	$6x+4y$	$f(x, y)$	
(-2, -2)	6(-2)+4(-2)	-20	
(-4, -6)	6(-4)+4(-6)	-48	← القيمة الصغرى
(4, -2)	6(4)+4(-2)	16	
(8, -6)	6(8)+4(-6)	24	← القيمة العظمى

القيمة الصغرى 48- عند النقطة (-4, -6)
القيمة العظمى 24 عند النقطة (8, -6)

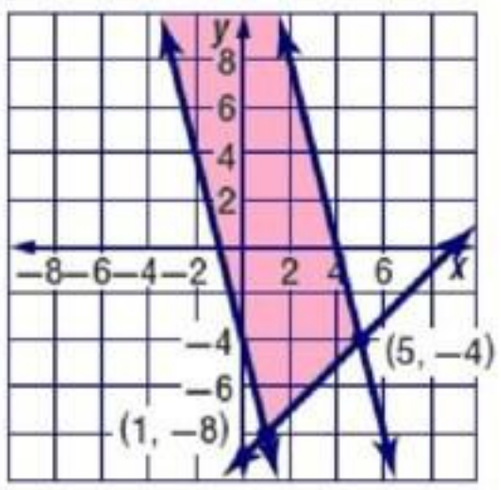


$$y \le 8$$
$$y \ge -x + 4$$
$$y \le -x + 10$$
$$f(x, y) = -6x + 8y$$

2 A

(x, y)	$-6x+8y$	$f(x, y)$
(-4, 8)	-6(-4)+8(8)	88
(2, 8)	-6(2)+8(8)	52

القيمة العظمى 88 عند النقطة (-4, 8)
لا توجد قيمة صغرى

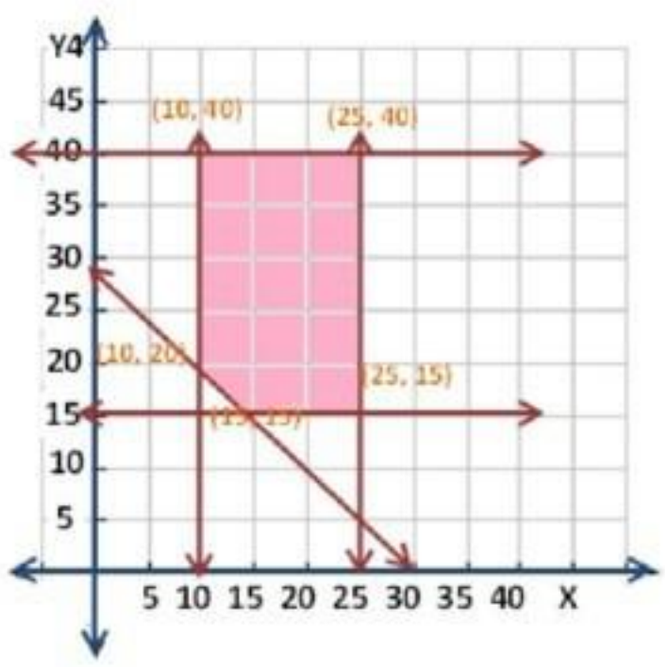


$$y \ge x - 9$$
$$y \le -4x + 16$$
$$y \ge -4x - 4$$
$$f(x, y) = 10x + 7y$$

2 B

(x, y)	$10x+7y$	$f(x, y)$
(1, -8)	10(1)+7(-8)	-46
(5, -4)	10(5)+7(-4)	22

القيمة الصغرى -46 عند النقطة (1, -8)
لا توجد قيمة عظمى



3 جوهرات:

$$f(x, y) = 5x + 3y$$
$$10 \le x \le 25$$
$$15 \le y \le 40$$
$$x + y \ge 30$$

$$f(10,40) = 5(10) + 3(40) = 170$$
$$f(25,40) = 5(25) + 3(40) = 245$$
$$f(25,15) = 5(25) + 3(15) = 170$$
$$f(10,20) = 5(10) + 3(20) = 110$$
$$f(15,15) = 5(15) + 3(15) = 120$$

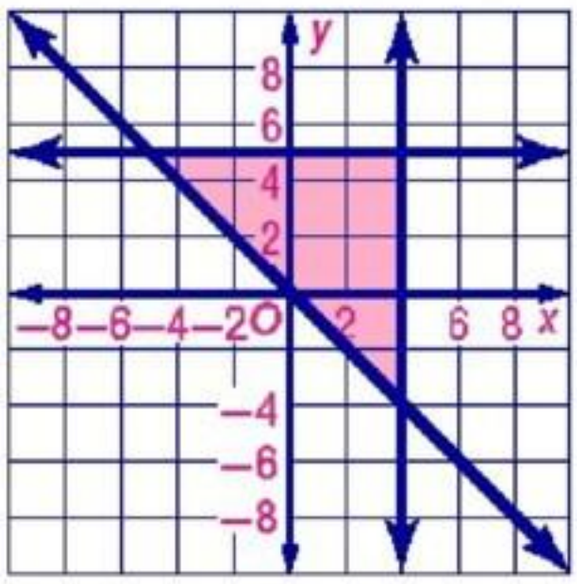
الإجابة المطلوبة: 25 عقداً و 40 سواراً.

تأكد

مثل كل نظام مما يأتي بيانياً ، ثم حدد إحداثيات رؤوس منطقة الحل ، و أوجد القيمة العظمى و القيمة الصغرى للدالة المعطاه في هذه المنطقة:

1

$$y \le 5$$
$$x \le 4$$
$$y \ge -x$$
$$f(x,y) = 5x - 2y$$



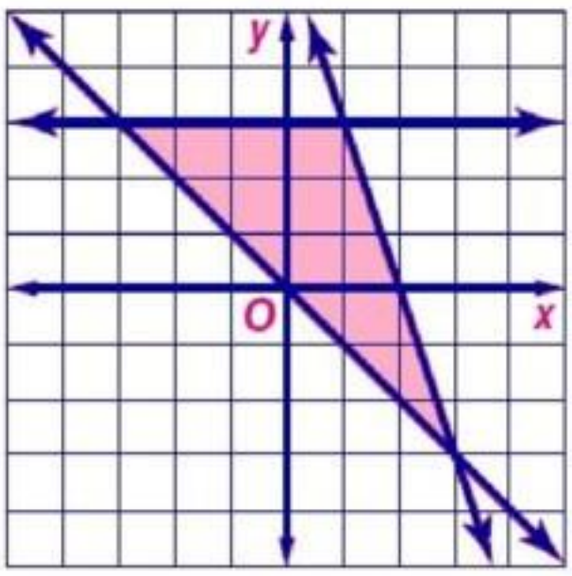
(x, y)	$5x-2y$	$f(x, y)$
(4, 5)	5(4)-2(5)	10
(4, -4)	5(4)-2(-4)	28
(-5, 5)	5(-5)-2(5)	-35

(4, 5), (4, -4), (-5, 5)

القيمة العظمى هي 28 عند النقطة (4, -4)
، القيمة الصغرى هي 35- عند النقطة (-5, 5)

2

$$y \le -3x + 6$$
$$-y \le x$$
$$y \le 3$$
$$f(x,y) = 8x + 4y$$



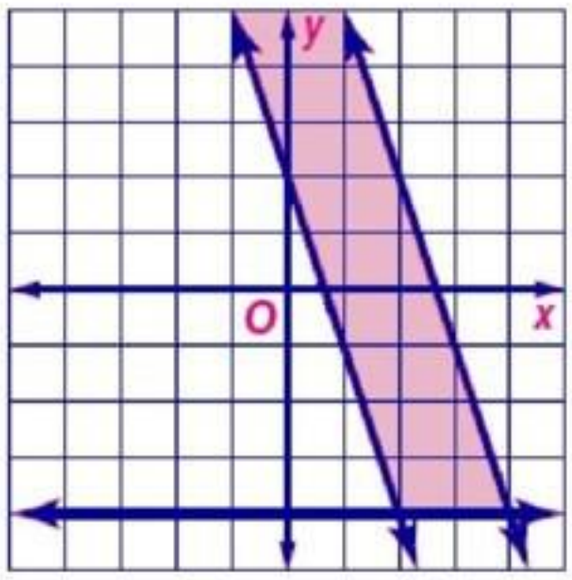
(x, y)	$8x+4y$	$f(x, y)$
(1, 3)	8(1)+4(3)	20
(3, -3)	8(3)+4(-3)	12
(-3, 3)	8(-3)+4(3)	-12

(1, 3), (3, -3), (-3, 3)

القيمة العظمى هي 20 عند النقطة (1, 3)
القيمة الصغرى هي 12- عندالنقطة (-3, 3)

3

$$y \geq -3x + 2$$
$$9x + 3y \leq 24$$
$$y \geq -4$$
$$f(x, y) = 2x + 14y$$



(x, y)	$2x+14y$	$f(x, y)$
(2, -4)	2(2)+14(-4)	-52
(4, -4)	2(4)+14(-4)	-48

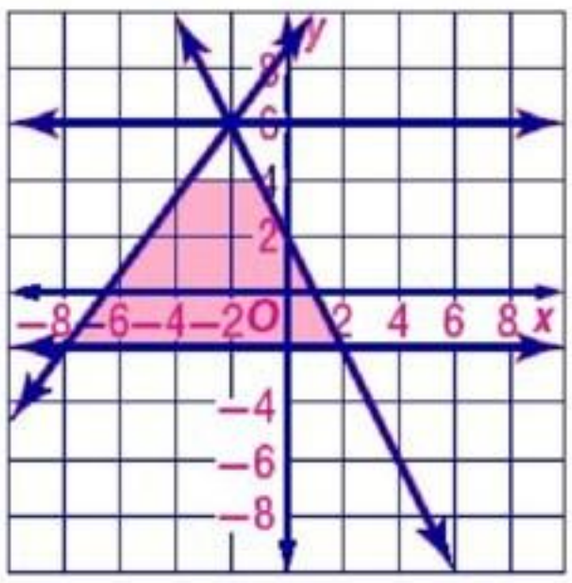
على اعتبار النقطة (0, 2)

$$f(0,2) = 2(0) + 14(2) = 28$$

اذن لا توجد قيمة عظمى
القيمة الصغرى هي 52-

4

$$-2 \leq y \leq 6$$
$$3y \leq 4x + 26$$
$$y \leq -2x + 2$$
$$f(x, y) = -3x - 6y$$



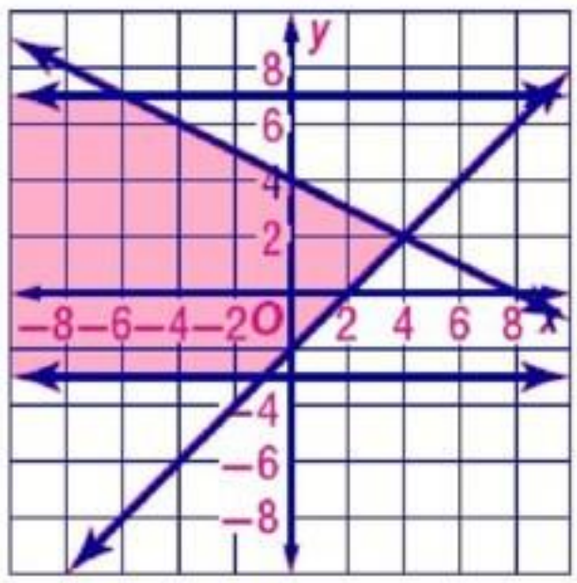
(2, -2), (-8, -2), (-2, 6)

(x, y)	$-3x - 6y$	$f(x, y)$
(2, -2)	-3(2) - 6(-2)	6
(-8, -2)	-3(-8) - 6(-2)	36
(-2, 6)	-3(-2) - 6(6)	-30

القيمة العظمى هي 36 عند النقطة (-8, -2)
القيمة الصغرى هي 30- عند النقطة (-2, 6)

5

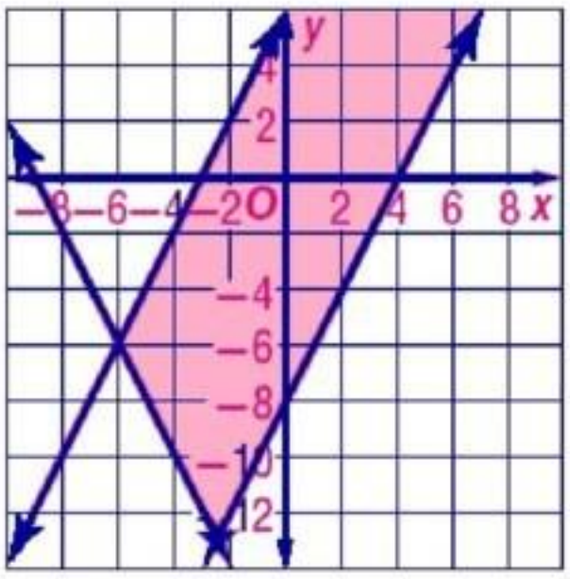
$$-3 \leq y \leq 7$$
$$4y \geq 4x - 8$$
$$6y + 3x \leq 24$$
$$f(x, y) = -12x + 9y$$



(4, 2), (-1, -3), (-6, 7)
اعتبر النقطة (-20, 1)
f (-20, 1)=249 و هي اكبر من 135
اذن لا توجد قيمة عظمى

(x, y)	$-12x + 9y$	$f(x, y)$
(4, 2)	-12(4) + 9(2)	-30
(-1, -3)	-12(-1) + 9(-3)	-15
(-6, 7)	-12(-6) + 9(7)	135

القيمة الصغرى هي 30- عند النقطة (-2, 6)



6

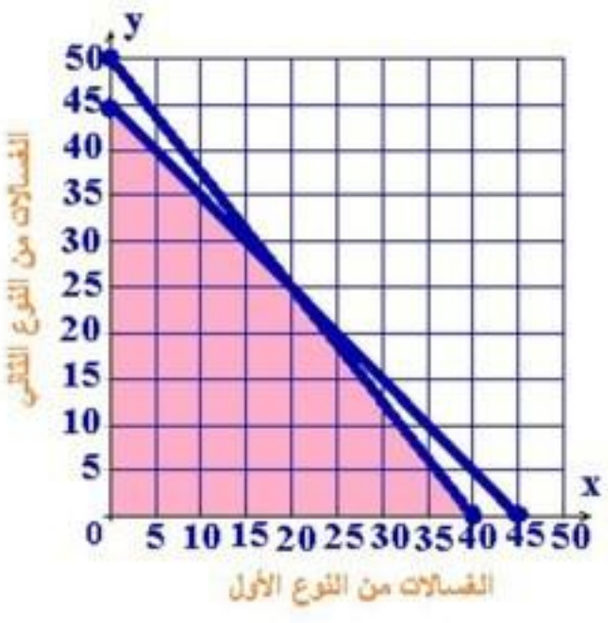
$$y \le 2x + 6$$
$$y \ge 2x - 8$$
$$y \ge -2x - 18$$
$$f(x,y) = 5x - 4y$$

بالمثل

(-6, -6), (-2.5, -13)

لا توجد قيمة صغرى

القيمة العظمى هي 39.5



7 **ثقافة مالية:**

a **اكتب نظام متباينات يمثل هذا الموقف.**

$$x \ge 0 \ , \ y \ge 0$$
$$5x + 4y \le 200$$
$$2x + 2y \le 90$$

b **مثل نظام المتباينات بيانياً، وحدد منطقة الحل.**

c **حدد إحداثيات رؤوس منطقة الحل**

(0, 0) , (40, 0) , (20, 25) , (0, 45)

d **إذا كان ربح الغسالة من النوع الأول 80 ريالاً ، و من النوع الثاني 50 ريالاً. فاكتب دالة تمثل الربح الكلي لكلا النوعين.**

$$f(x, y) = 80x + 50y$$

e **ما عدد الغسالات التي يجب تصنيعها من كل نوع للحصول على أكبر ربح ممكن. و ما هو هذا الربح؟**

(x, y)	$80x + 50y$	$f(x, y)$
(0, 0)	80(0) + 50(0)	0
(40, 0)	80(40) + 50(0)	3200
(20, 25)	80(20) + 50(25)	2850

عدد الغسالات :

40 من النوع الأول

0 من النوع الثاني.

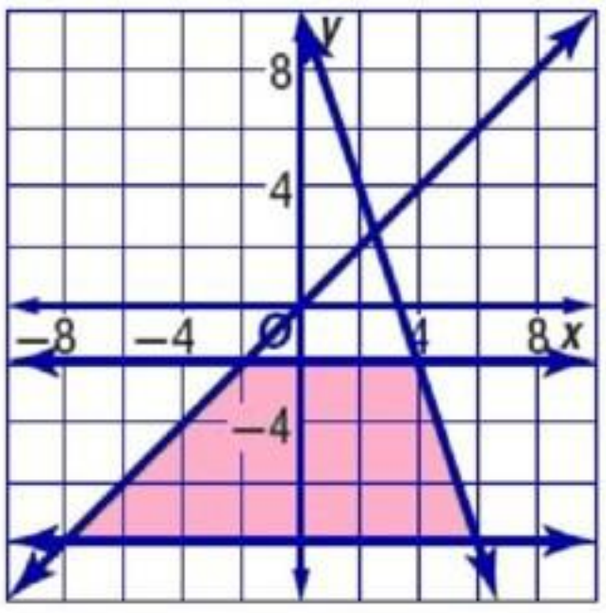
الربح =3200

تدرب وحل المسائل

مثل كل نظام مما يأتي بيانياً، ثم حدد إحداثيات رؤوس منطقة الحل، و أوجد القيمة العظمى و القيمة الصغرى للدالة المعطاه في هذه المنطقة:

8

$$-8 \le y \le -2$$
$$y \le x$$
$$y \le -3x + 10$$
$$f(x, y) = 5x + 14y$$



(6, –8), (4, –2), (–2, –2) and (–8, –8)

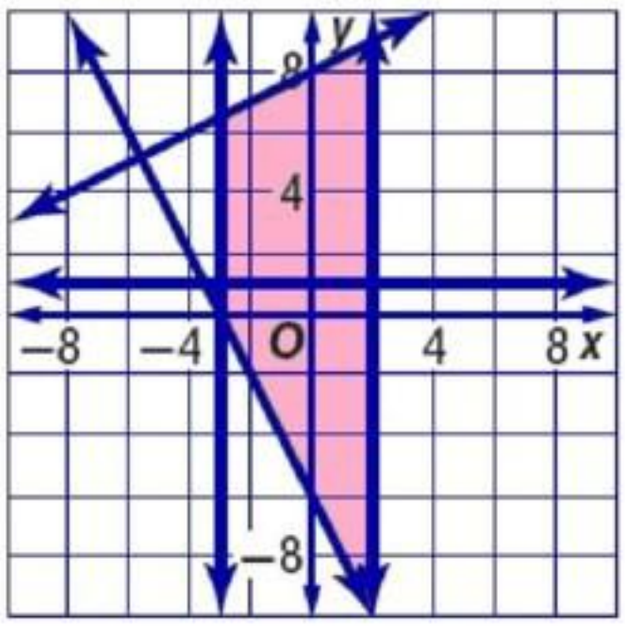
القيمة العظمى هي 8- عند النقطة (4, -2)

القيمة الصغرى هي 152- عند النقطة (-8, -8)

(x, y)	$5x + 14y$	$f(x, y)$
(6, -8)	5(6) + 14(-8)	-82
(4, -2)	5(4) + 14(-2)	-8
(-2, -2)	5(-2) + 14(-2)	-38
(-8, -8)	5(-8) + 14(-8)	-152

9

$$2 \ge x \ge -3$$
$$y \ge -2x - 6$$
$$4y \le 2x + 32$$
$$f(x, y) = -4x - 9y$$

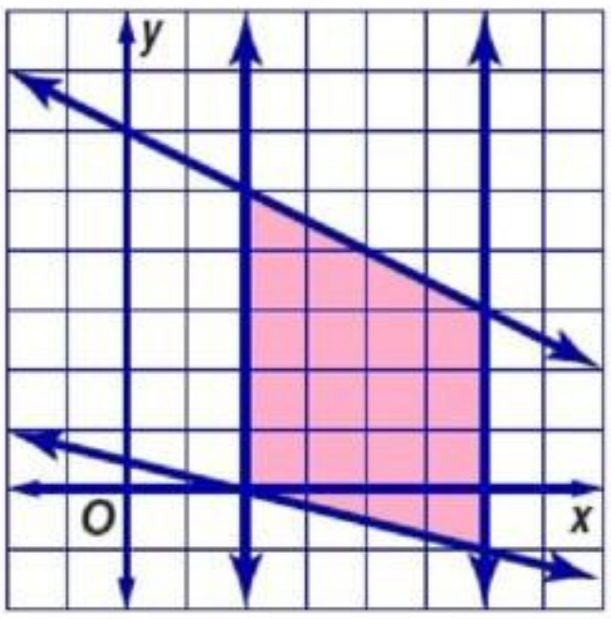


(2, –10), (–3, 0), (–3, 6.5), (2, 9)

القيمة العظمى هي 82 عند النقطة (2, -10)

القيمة الصغرى هي 89- عند النقطة (2, 9)

(x, y)	$-4x \ -9y$	$f(x, y)$
(2, -10)	-4(2) - 9(-10)	82
(-3, 0)	-4(-3) - 9(0)	12
(-3, 6.5)	-4(-3) - 9(6.5)	-46.5
(2, 9)	-4(2) - 9(9)	-89



10

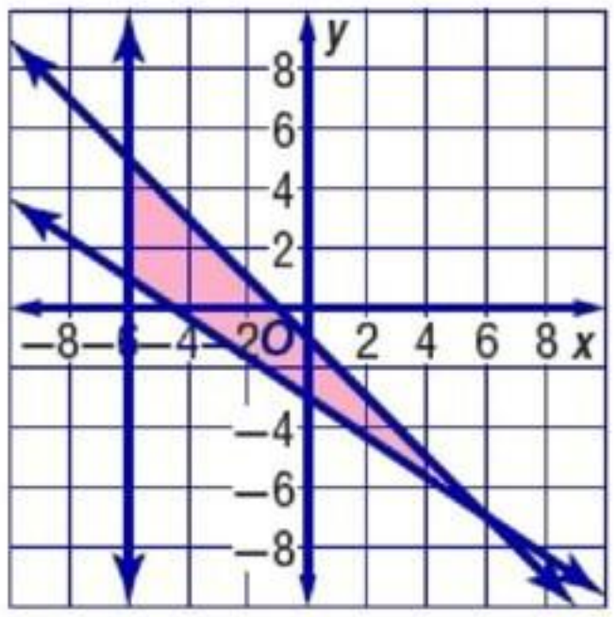
$$x + 4y \geq 2$$
$$2x + 4y \leq 24$$
$$2 \leq x \leq 6$$
$$f(x, y) = 6x + 7y$$

(2, 0), (6, -1), (6, 3), (2, 5)

(x, y)	$6x + 7y$	$f(x, y)$
(2, 0)	6(2) + 7(0)	12
(6, -1)	6(6) + 7(-1)	29
(6, 3)	6(6) + 7(3)	57
(2, 5)	6(2) + 7(5)	47

القيمة العظمى هي 57 عند النقطة (6, 3)

القيمة الصغرى هي 12 عند النقطة (2, 0)



11

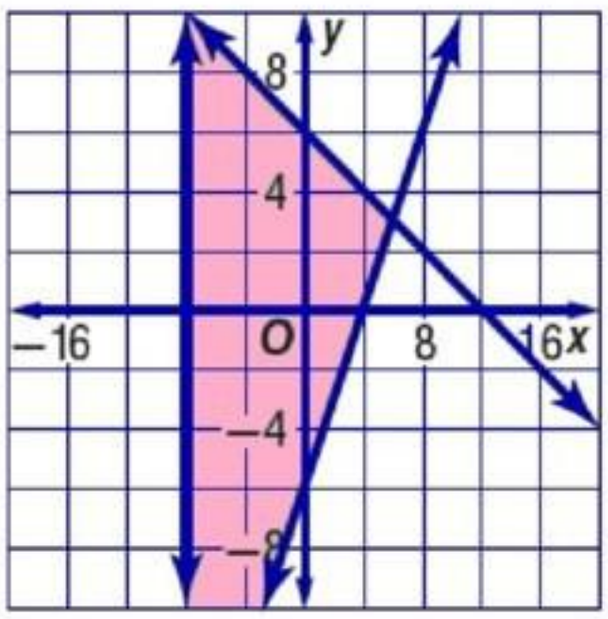
$$x \geq -6$$
$$y + x \leq -1$$
$$2x + 3y \geq -9$$
$$f(x, y) = -10x - 12y$$

(-6, 1) , (6, -7) , (-6, 5)

القيمة العظمى هي 48 عند النقطة (-6, 1)

القيمة الصغرى هي 0 عند النقطة (-6, 5)

(x, y)	$-10x - 12y$	$f(x, y)$
(-6, 5)	-10(-6) - 12(5)	0
(-6, 1)	-10(-6) - 12(1)	48
(6, -7)	-10(6) - 12(-7)	23



$$x \geq -8$$
$$3x + 6y \leq 36$$
$$2y + 12 \geq 3x$$
$$f(x, y) = 10x - 6y$$

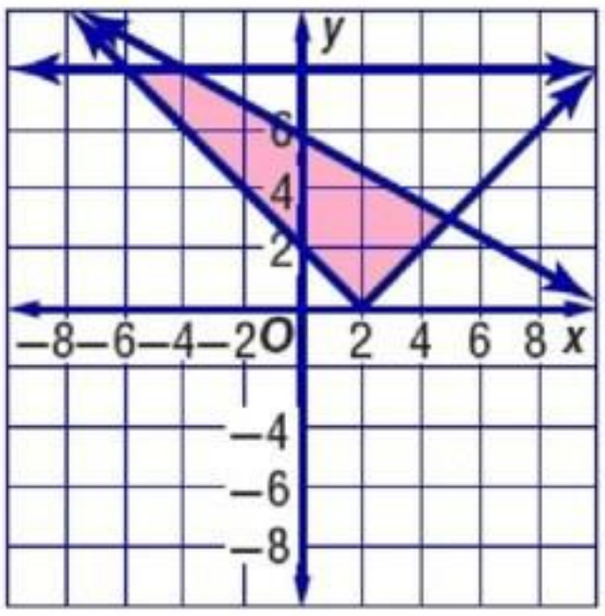
12

(6, 3) , (-8, 10) , (-8, -18)

(x, y)	$10x - 6y$	$f(x, y)$
(6, 3)	10(6)-6(3)	42
(-8, 10)	10(-8)-6(10)	-140
(-8, -18)	10(-8)-6(-18)	28

القيمة العظمى هي 42 عند النقطة (6, 3)
القيمة الصغرى هي 140- عند النقطة (-8, 10)

13

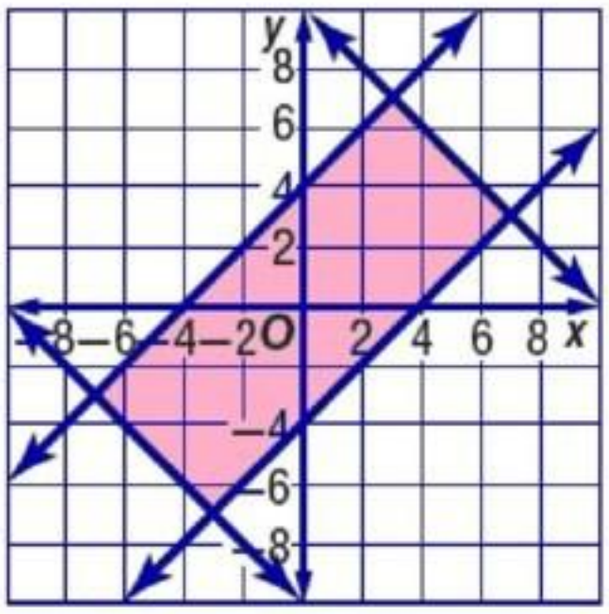


$$y \geq |x - 2|$$
$$y \leq 8$$
$$8y + 5x \leq 49$$
$$f(x, y) = -5x - 15y$$

(2, 0) , (5, 3), (-3, 8) , (-6, 8)

(x, y)	$-5x-15y$	$f(x, y)$
(2, 0)	-5(2) -15(0)	-10
(5, 3)	-5(5) -15(3)	-70
(-3, 8)	-5(-3) -15(8)	-105
(-6, 8)	-5(-6) -15(8)	-90

القيمة العظمى هي 10- عند النقطة (2, 0)
القيمة الصغرى هي 105- عند النقطة (-3, 8)



14

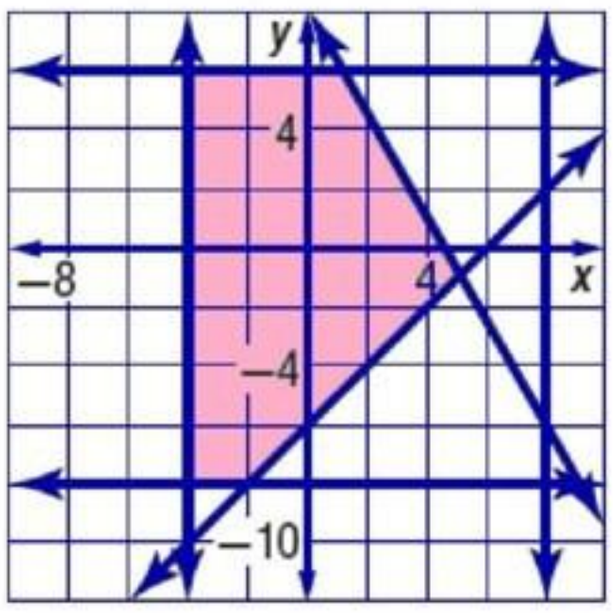
$$y \le x + 4$$
$$y \ge x - 4$$
$$y \le -x + 10$$
$$f(x, y) = -10x + 9y$$

(3, 7) , (7, 3) , (-3, -7) , (-7, -3)

(x, y)	$-10x+9y$	$f(x, y)$
(3, 7)	-10(3) +9(7)	33
(7, 3)	-10(7) +9(3)	-43
(-3, -7)	-10(-3) +9(-7)	33
(-7, -3)	-10(-7) +9(-3)	43

القيمة العظمى هي 43 عند النقطة (-7, -3)

القيمة الصغرى هي 43- عند النقطة (7, 3)



15

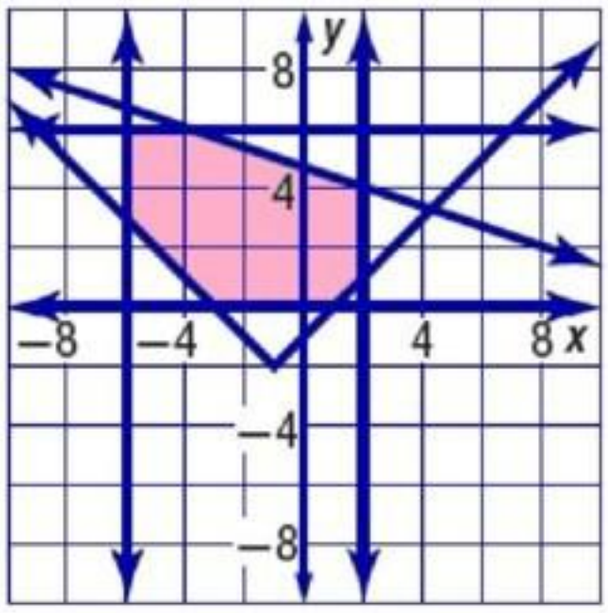
$$-4 \le x \le 8$$
$$-8 \le y \le 6$$
$$y \ge x - 6$$
$$f(x, y) = 12x + 8y$$

(5, -1) , (1, 6) , (-2, -8) , (-4, -8) , (-4, 6)

(x, y)	$12x+8y$	$f(x, y)$
(5, -1)	12(5) +8(-1)	52
(1, 6)	12(1) +8(6)	60
(-2, -8)	12(-2) +8(-8)	-88
(-4, -8)	12(-4) +8(-8)	-112
(-4, 6)	12(-4) +8(6)	0

القيمة العظمى هي 60 عند النقطة (1, 6)

القيمة الصغرى هي 112- عند النقطة (-4, -8)



16

$$y \geq |x+1| - 2$$
$$0 \leq y \leq 6$$
$$-6 \leq x \leq 2$$
$$x + 3y \leq 14$$
$$f(x,y) = 5x + 4y$$

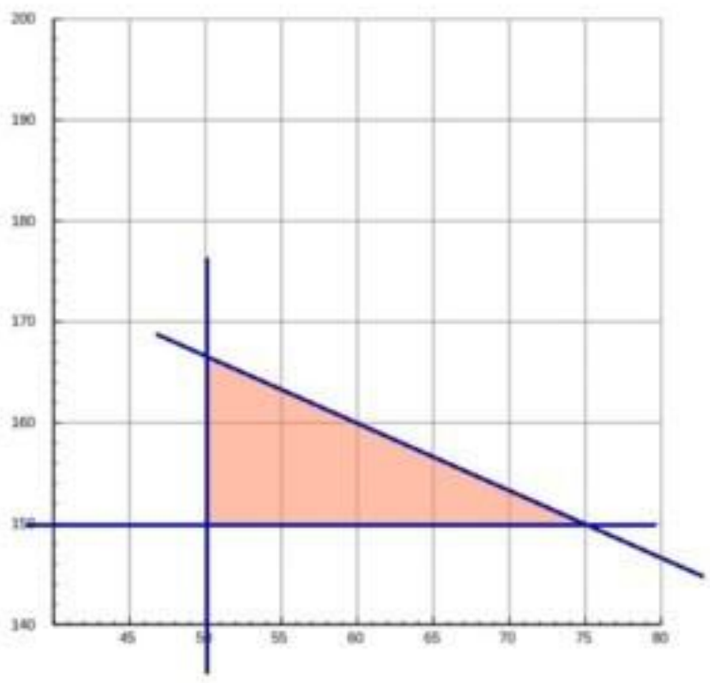
(-4, 6) , (2, 4) , (2, 1) , (1, 0) , (-3, 0) , (-6, 3) , (-6, 6)

(x, y)	$5x+4y$	$f(x, y)$
(-4, 6)	5(-4) +4(6)	-4
(2, 4)	5(2) +4(4)	26
(2, 1)	5(2) +4(1)	14
(1, 0)	5(1) +4(0)	5
(-3, 0)	5(-3) +4(0)	-15
(-6, 3)	5(-6) +4(3)	-18
(-6, 6)	5(-6) +4(6)	-6

القيمة العظمى هي 26 عند النقطة (2, 4)

القيمة الصغرى هي 18- عند النقطة (-6, 3)

17 صناعة: نفرض x, y يمثلان النوع الأول والنوع الثاني



17

$$f(x,y) = 35x + 25y$$
$$200y + 100x \leq 450$$

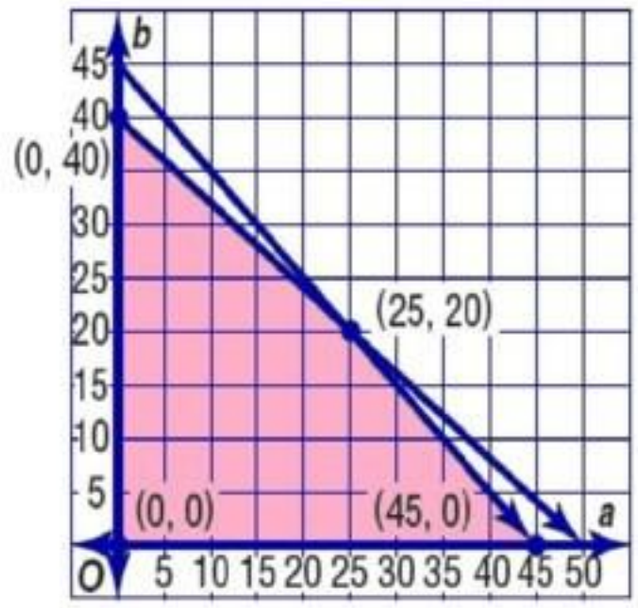
250 من النوع الاول

200 من النوع الثاني

18 لاء:

a ، نظام متباينات خطية يمثل هذا الموقف

$$a \geq 0,$$
$$b \geq 0,$$
$$a + b \leq 45,$$
$$4a + 5b \leq 200$$



b نظام المتباينات بيانياً ،
و حدد منطقة الحل و إحداثيات رؤوسها

c $f(a, b) = 26a + 30b$

d ما عدد الجدران و الاسقف التي عليه طلاؤها ليتقاضى أكبر مبلغ ، و ما هو هذا المبلغ؟

(a, b)	26a+30b	$f(a, b)$
(0, 0)	26(0) + 30(0)	0
(0, 40)	26(0) + 30(40)	1200
(25, 20)	26(25) + 30(20)	1250
(45, 0)	26(45) + 30(0)	1170

25 جداراً
20 سقفاً
1250 ريالاً

19 ن:

a عدد الصناديق المشحونة من كلا النوعين لتكون الأجرة أكبر ما يمكن.

$$25x + 50y \leq 4200$$
$$3x + 5y \leq 480$$
$$x \geq 0$$
$$y \geq 0$$

:

$$f(x, y) = 5x + 8y$$

إحداثيات الرؤوس
(0, 0), (0, 84), (160, 0), (120, 24).

(x, y)	5x+8y	$f(x, y)$
(0, 0)	5(0) +8(0)	0
(0, 84)	5(0) +8(84)	672
(160, 0)	5(160) +8(0)	800
(120, 24)	5(120) +8(24)	792

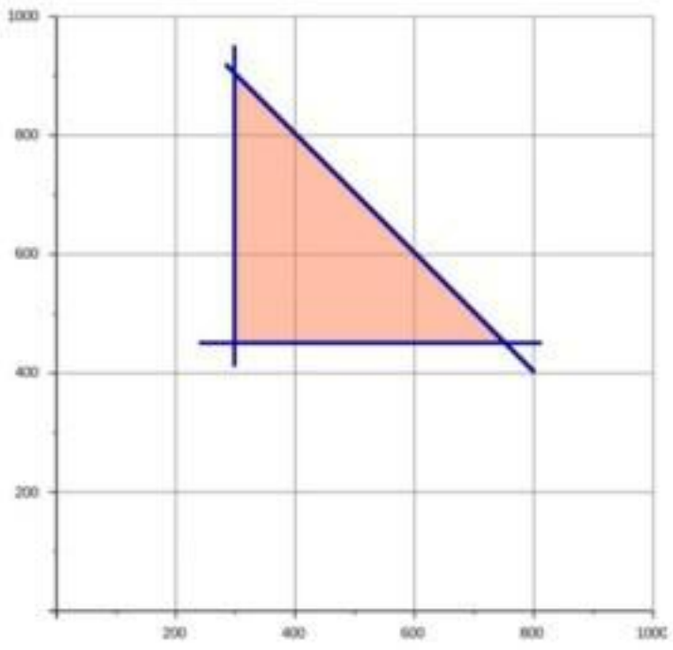
160 صندوق صغيراً
٠ صندوق كبيراً

b أكبر أجرة ممكنة لحاوية الشحن

800 ريال

20 عادة التدوير:

$$f(x, y) = 175x + 200y$$
$$x + y \le 1200$$
$$x \ge 300$$
$$y \ge 450$$



رؤوس الإحداثيات:

(750,450), (300, 450), (300, 900)

(x, y)	$175x + 200y$	$f(x, y)$
(300, 450)	175(300) +200(450)	142500
(300, 900)	175(300) +200(900)	232500
(750,450)	175(750) +200(450)	221250

أكبر ربح = 232500

300 طن لصنع الحاويات الصغيرة

900 طن لصنع الحاويات الكبيرة

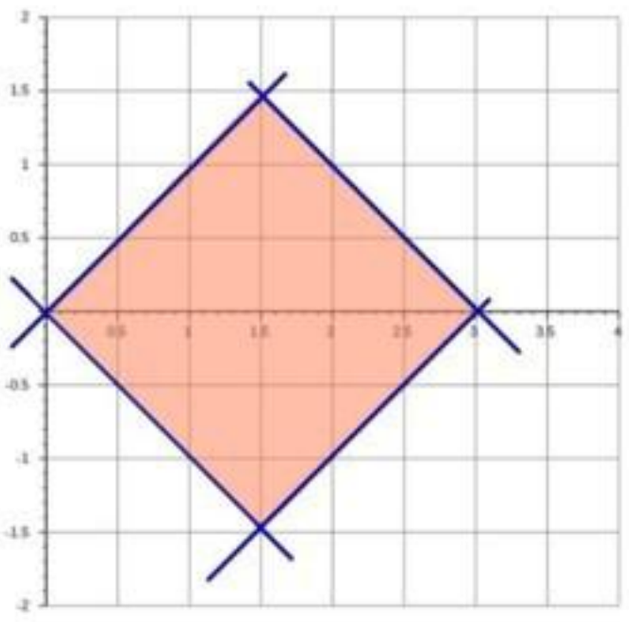
مسائل مهارات التفكير العليا

21 مسألة مفتوحة:

$$-6 \le y \le -2$$
$$4 \le x \le 9$$

22 التحدي:

المساحة = 4.5 وحدة مربعة



23 نظام المتباينات المختلف : منطقة الحل في الشكل (b) غير مغلقة ، أما في الأشكال الثلاثة الأخرى فهي مغلقة.

24 تبرير:
إذا وجدت قيمة صغرى في منطقة غير مغلقة فلا يمكن أن توجد فيها قيمة عظمى ، لأنه يمكن إيجاد قيمة أكبر من القيمة المقترحة.

تدريب على اختبار

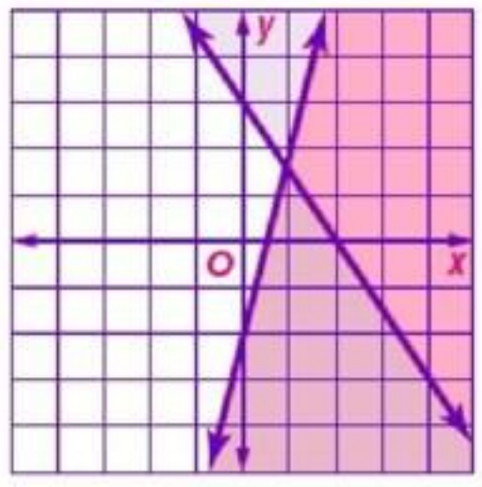
26 الإختيار الصحيح (B)

27 الإختيار الصحيح (D)

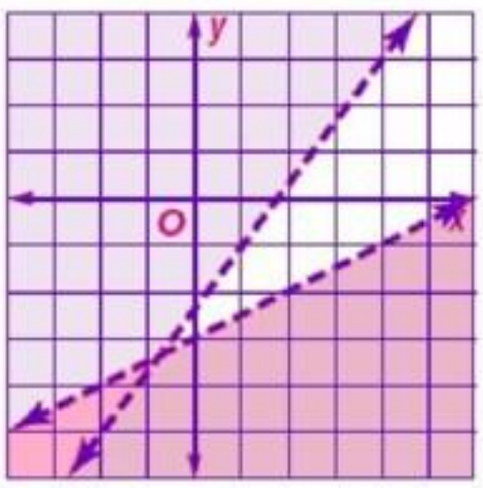
مراجعة تراكمية

حل كل نظام من متباينتين مما يأتي بيانياً:

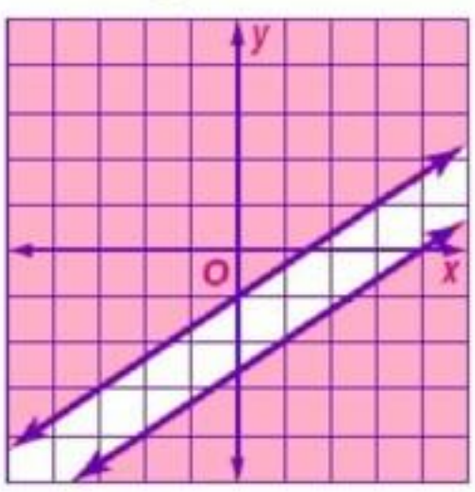
28 $3x+2y\geq 6$
$4x-y\geq 2$



29 $4x-3y<7$
$2y-x<-6$



30 $3y\leq 2x-8$
$y\geq \frac{2}{3}x-1$



حدد مجموعة الأعداد التي ينتمي إليها كل عدد فيما يأتي:

31 -7 Z Q R

32 $-\frac{1}{3}$ Q R

33 $\sqrt{3}$ R I

الفصل
1 دليل الدراسة والمراجعة

اختبار المفردات

حدد إذا كانت كل من العبارتين صحيحة أم خاطئة:

١) خاطئة ، غير النسبية

٢) صحيحة

اختر المصطلح المناسب لإكمال كل جملة فيما يأتي

٣) متباينة

٤) مجال

٥) متعددة التعريف

أكمل كل جملة فيما يأتي بالمصطلح المناسب:

٦) البرمجة

٧) الحل الأمثل

٨) غير المحدودة

مراجعة الدروس

1-1 خصائص الأعداد الحقيقية

حدد مجموعات الأعداد التي ينتمي إليها كل عدد مما يأتي:

٩) Q, R

١٠) N, W, Z, Q, R

١١) Q, R

بسط كل تعبير مما يأتي

١٢) $11x + 2y = 4x - 3y + 7x + 5y$

١٣) $-2a + 8b + 6 = 2(a + 3) - 4a + 8b$

١٤) $5m + 41n = 4(2m + 5n) - 3(m - 7n)$

١٥) مال:

a) $3(3.5) + 3(3.5)$ أو $3(2.5 + 2.5)$

b) $18 = 3 \times 6$ ريالاً

حدد مجال و مدى كل علاقة فيما يأتي، ثم حدد إذا كانت تمثل دالة أم لا، و هل هي متباينة أم لا؟

١٦) المجال= $\{1, 3, 5, 7\}$
المدى = $\{2, 4, 6, 8\}$
متباينة ، دالة

١٧) المجال = $\{-3, 0, 2, 4, 5\}$
المدى = $\{0, 2, 4, 5\}$
شاملة

١٨) المجال = $\{-4, -2, 1, 3\}$
المدى = $\{-4, 1, 3, 5\}$
ليست دالة

١٩) المجال= $\{-1, 1, 3, 5, 7\}$
المدى = $\{-4, -2, 0, 2, 4\}$
متباينة و دالة

إذا كانت $f(x) = -3x + 2$ ، أوجد قيمة كل مما يأتي:

٢٠) $f(4) = -3(4) + 2 = -10$

٢١) $f(-3) = -3(-3) + 2 = 11$

٢٢) $f(0) = -3(0) + 2 = 2$

٢٣) $f(y) = -3y + 2$

٢٤) $f(-a) = 3a + 2$

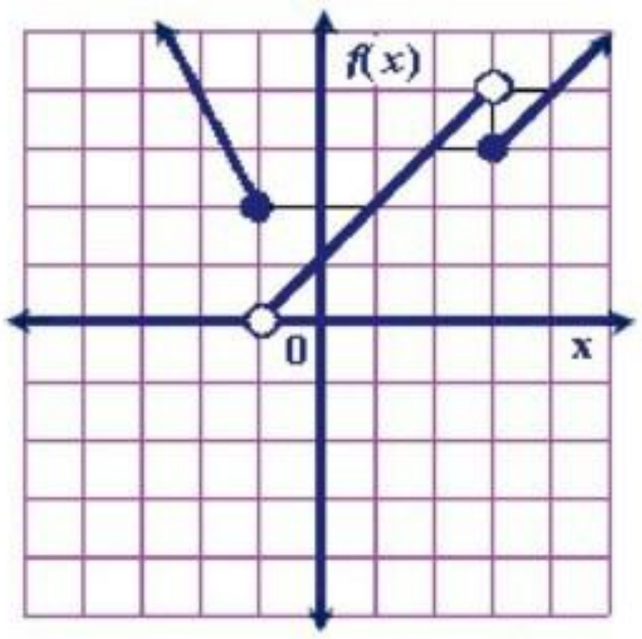
٢٥) $f(2w) = -6w + 2$

٢٦) مناسبات:
المجال= مجموعة الأعداد الطبيعية
المدى= $\{29, 33, 37, 41, \ldots\ldots\}$

1-3 دوال خاصة

مثل كل دالة فيما يأتي بيانياً، ثم حدد مجالها و مداها:

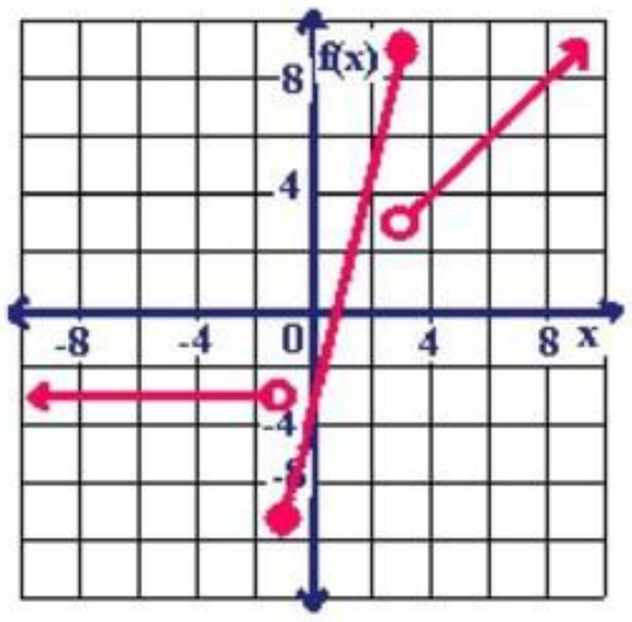
٢٧) $f(x)=\begin{cases}-2x, & x\le -1\\ x+1, & -1<x<3\\ x, & x\ge 3\end{cases}$



المجال= جميع الأعداد الحقيقية

المدى = $\{f(x)\,|\,f(x)>0\}$

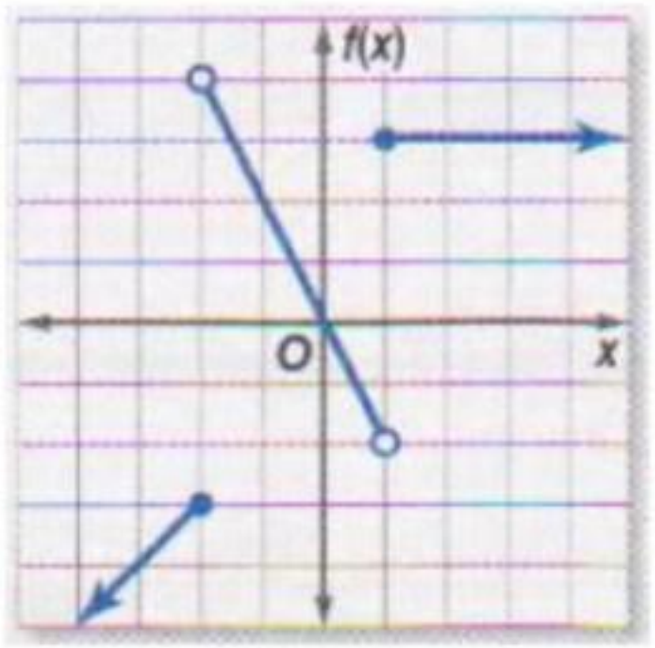
٢٨) $f(x)=\begin{cases}-3, & x<-1\\ 4x-3, & -1\le x\le 3\\ x, & 3\end{cases}$



المجال: جميع الأعداد الحقيقية

المدى: $\{f(x)\,|\,f(x)\ge -7\}$

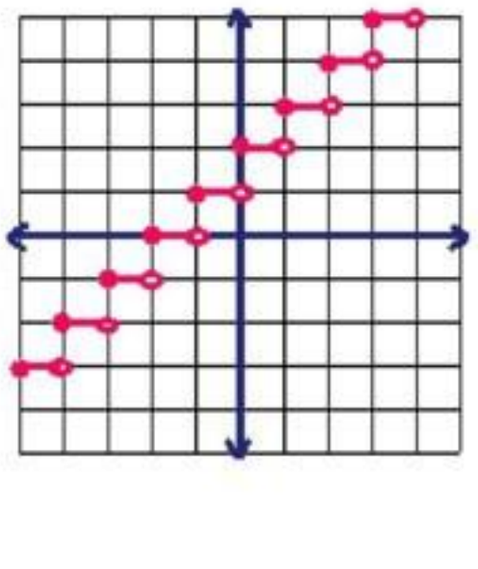
٢٩) اكتب الدالة المتعددة التعريف التي لها التمثيل البياني أدناه



$f(x)=\begin{cases}x-1, & x\le -2\\ -2x, & -2<x<1\\ 3, & x\ge 1\end{cases}$

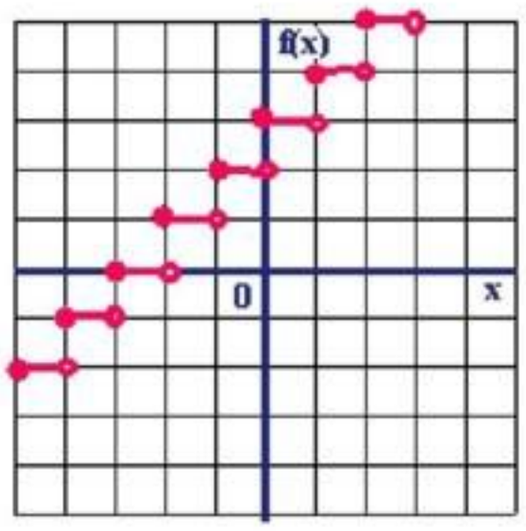
مثل كل دالة فيما يأتي بيانياً، ثم حدد محالها و مداها:

٣٠) $f(x)=\square x\square+2$



المجال : جميع الأعداد الحقيقية

المدى: جميع الأعداد الصحيحة



٣١) $f(x) = \lfloor x + 3 \rfloor$

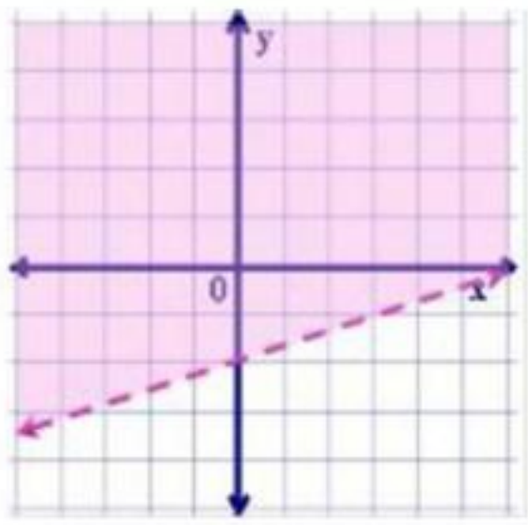
المجال : جميع الأعداد الحقيقية

المدى: جميع الأعداد الصحيحة

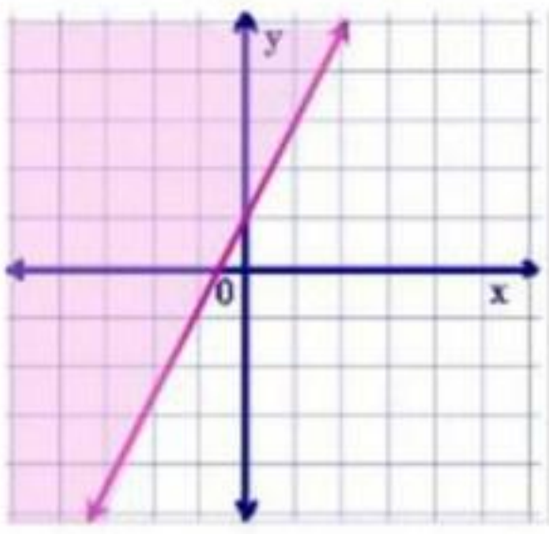
1-4 تمثيل المتباينات الخطية ومتباينات القيمة المطلقة بيانيًّا

مثل كل متباينة فيما يأتي بيانياً

٣٢) $x - 3y < 6$

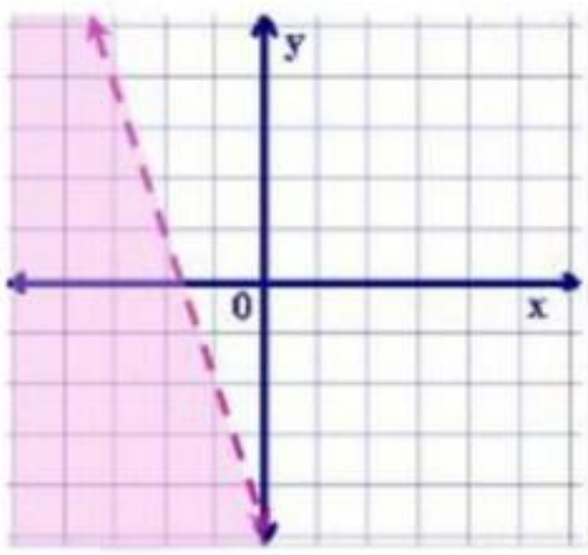


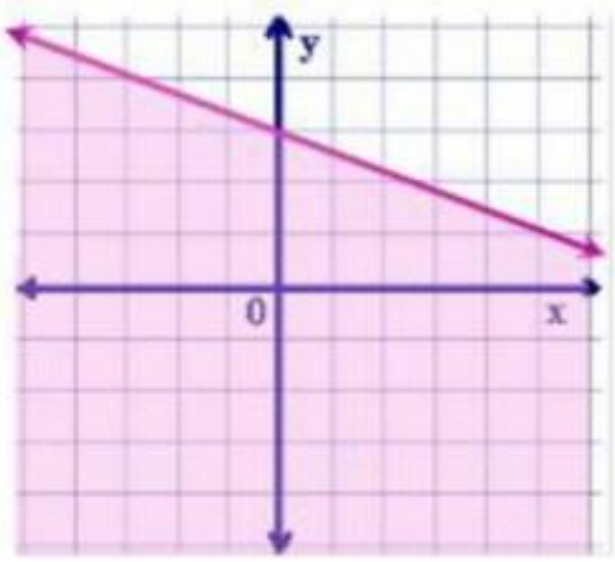
33) $y \geq 2x + 1$



34) $2x + 4y \leq 12$

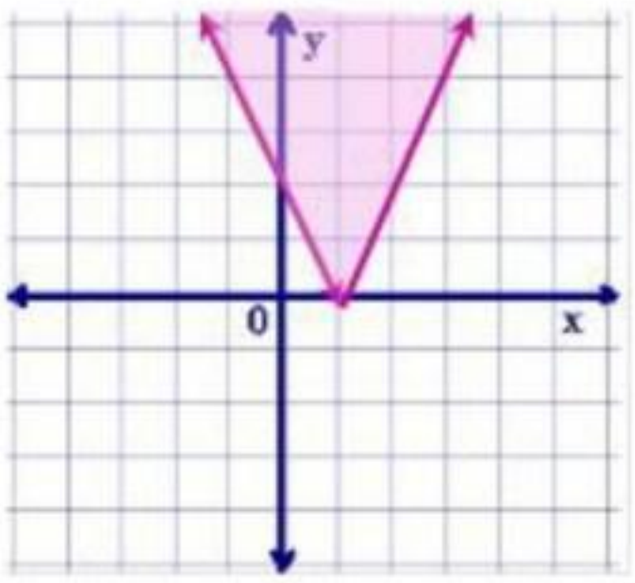
35) $y > -3x - 5$

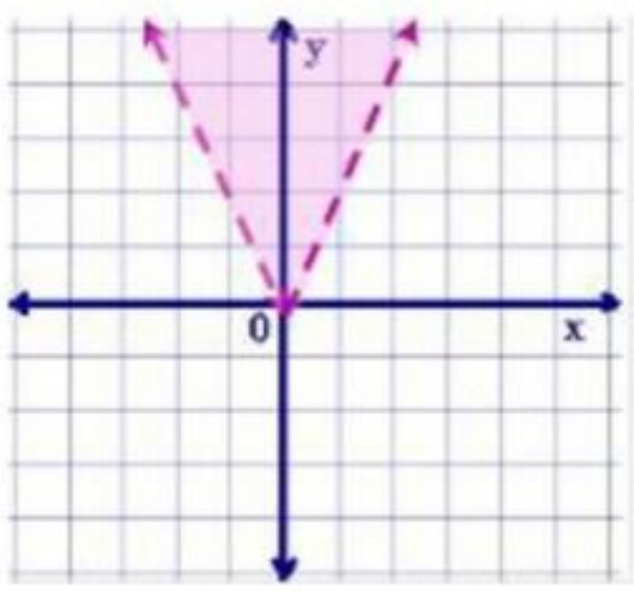




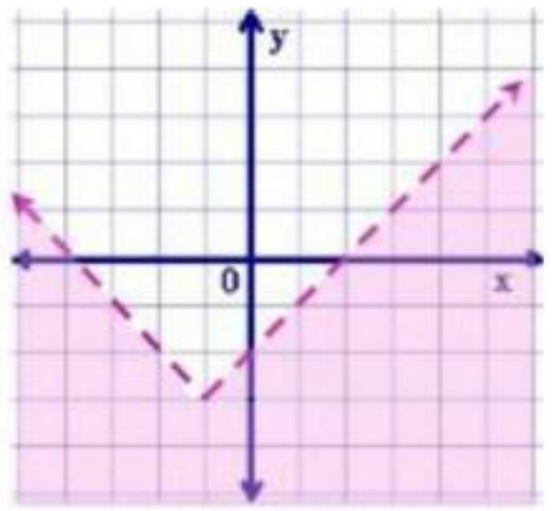
36) $y > |2x|$

37) $y \geq |2x - 2|$

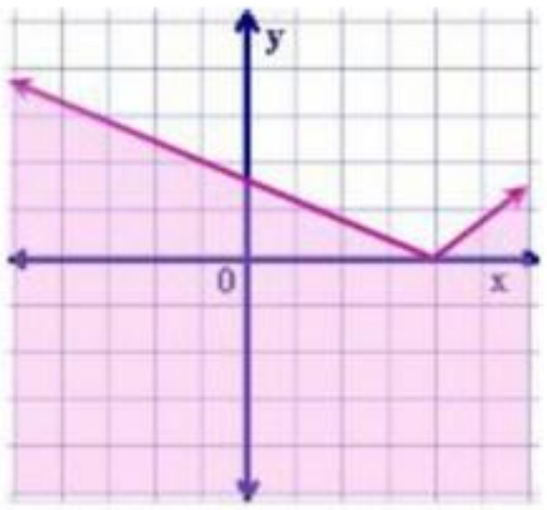




$y + 3 < |x + 1|$ (38

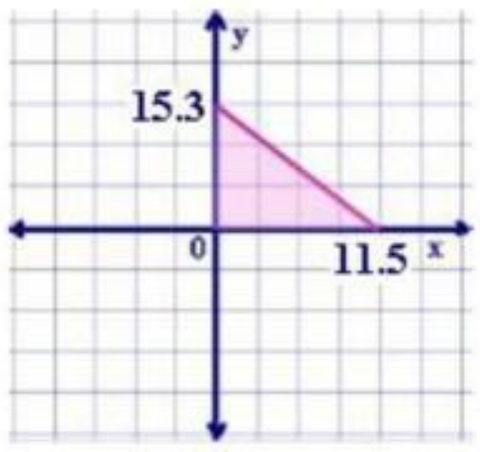


$2y \le |x - 3|$ (39



40) شراء:

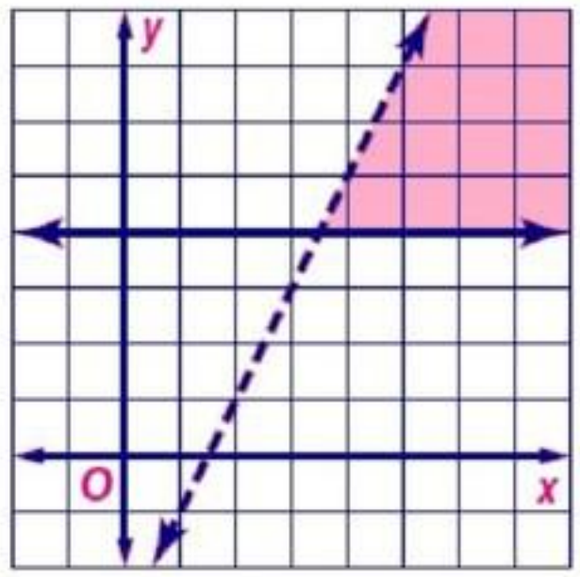
$4x + 3y \le 46$



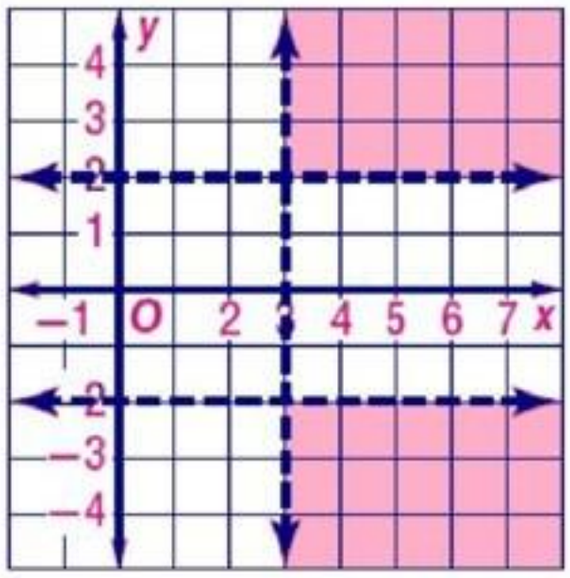
1-5 حل أنظمة المتباينات الخطية بيانيًا

حل كل نظام مما يأتي بيانياً

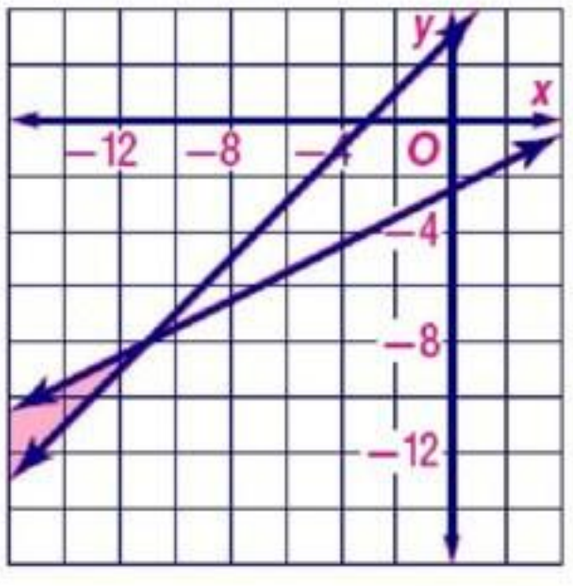
$y < 2x - 3$
$y \ge 4$ (41



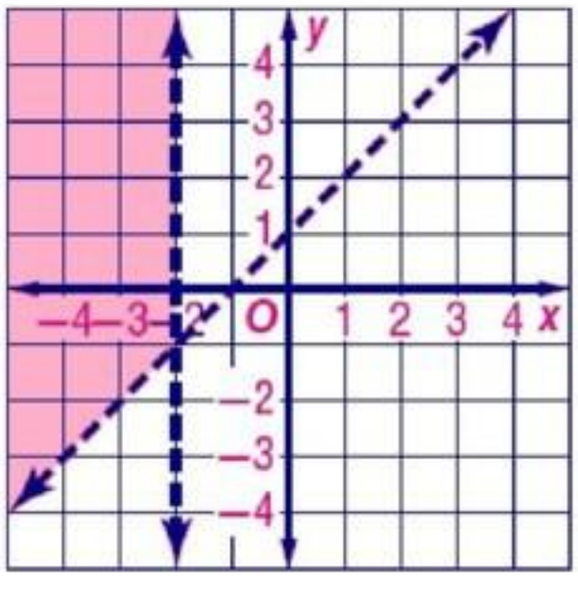
$|y| > 2$
$x > 3$ (42



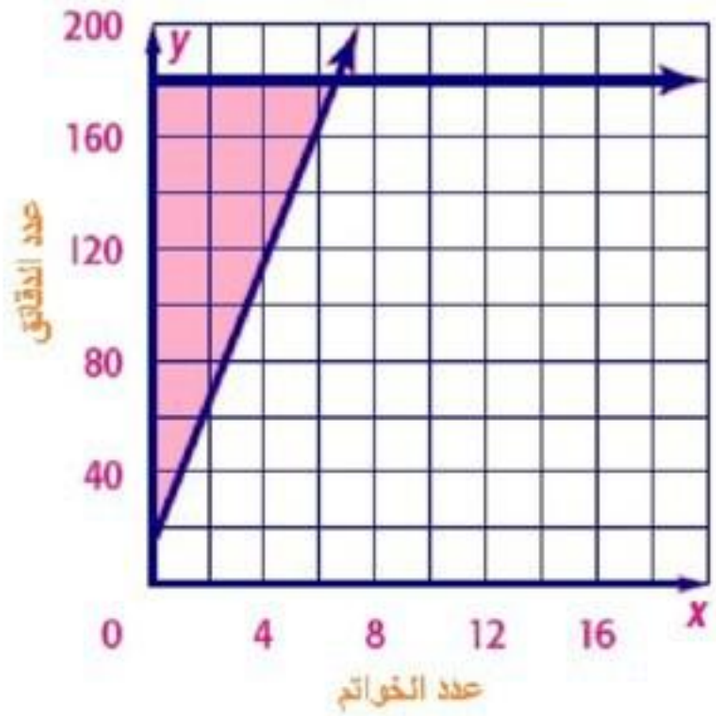
$y \ge x + 3$
$2y \le x - 5$ (43



$y > x + 1$
$x < -2$ (44



45) مجوهرات:



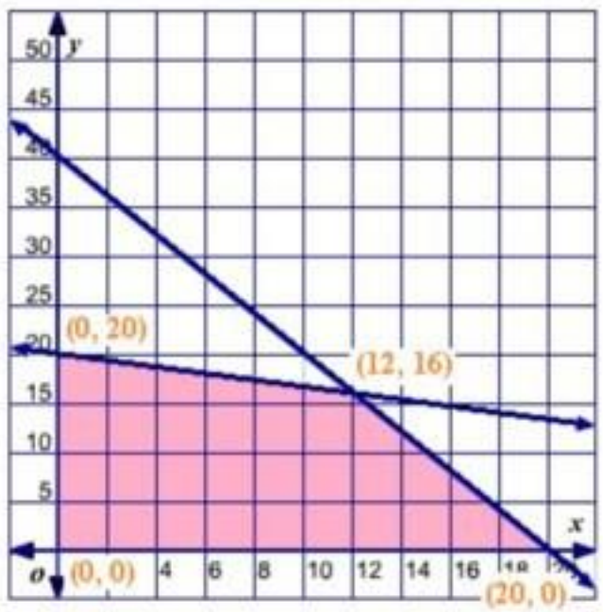
1-6 البرمجة الخطية والحل الأمثل

٤٦) تنسيق أزهار:

126 من النوع الأول وَ 63 باقة من النوع الثاني

٤٧) صناعة:

$x \le 0$
$y \le 0$
$2x + y \le 40$
$x + 3y \le 60$
$f(x, y) = 20x + 15y$



(x, y)	$20x+15y$	$f(x, y)$
(0, 0)	20(0) +15(0)	0
(0, 20)	20(0) +15(20)	300
(20, 0)	20(20) +15(0)	400
(12, 16)	20(12) +15(16)	480

عدد الاحذية: 12 و 16
اكبر ربح= 480 ريالاً

الفصل 1 اختبار الفصل

١) بسط العبارة:

$$-12a-4b-2a+10b=-4(3a+b)-2(a-5b)$$
$$=-14a+6b$$

٢) اختيار من متعدد:

الإجابة الصحيحة: (C) 9

٣) بستنة:

طول السياج $= 3(7+5+7+12) = 93$ ft.

٤) أوجد قيمة:

$$-\frac{3}{8}=\frac{3\left(\frac{2}{3}+(-2)\right)}{4\left(\frac{2}{3}\right)(-2)^2}$$

٥) المجال $=\{-2,4,3,6\}$

المدى $=\{-2,4,3,6\}$

ليست متباينة

أوجد قيمة كل مما يأتي:

٦) $f(-4)=-2(-4)+3=11$

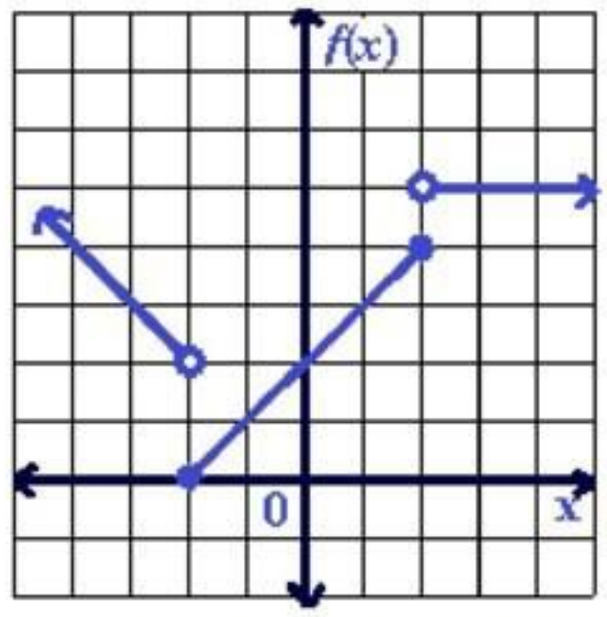
٧) $f(3y)=-2(3y)+3=-6y+3$

٨) اختيار من متعدد:

الإجابة الصحيحة : (C) 21.0 ريالاً

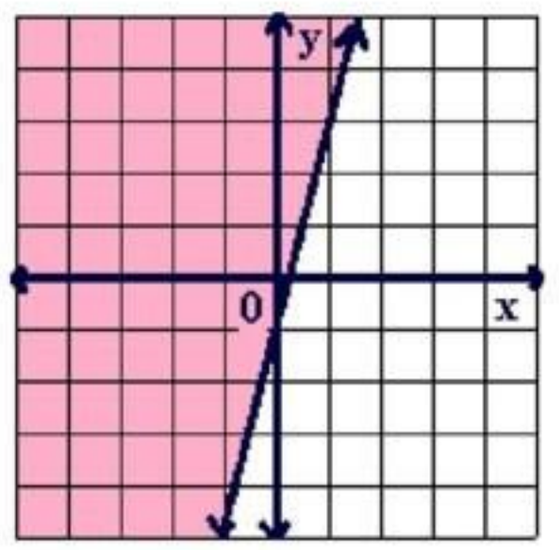
٩) مثل الدالة $f(x)$ بيانياً

$$f(x)=\begin{cases}-x, & x<-2\\ x+2, & -2\le x\le 2\\ 5, & x>2\end{cases}$$

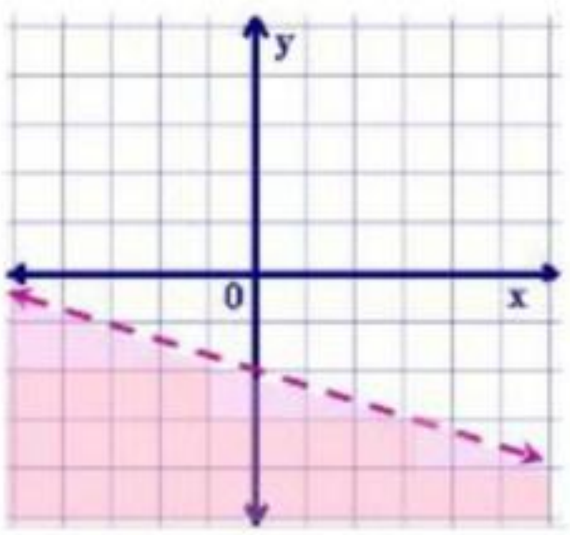


مثل كل متباينة فيما يأتي بيانيا:

١٠) $y \ge 4x-1$

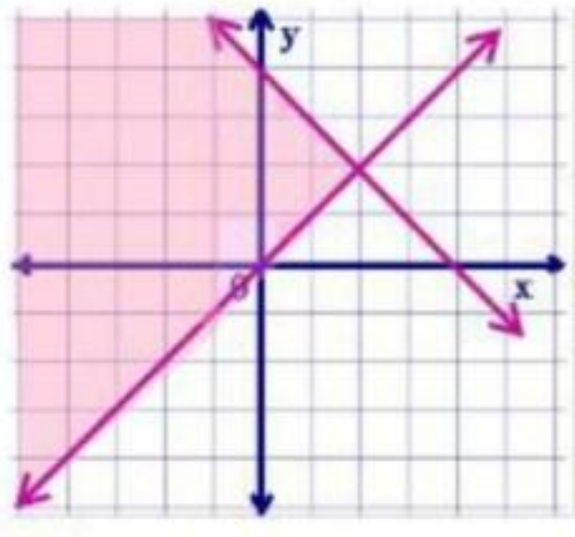


11) $2x+6y<-12$

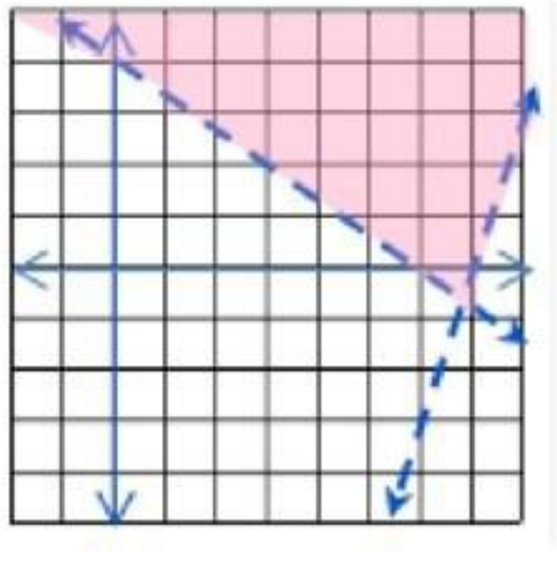


حل كل نظام مما يأتي بيانياً:

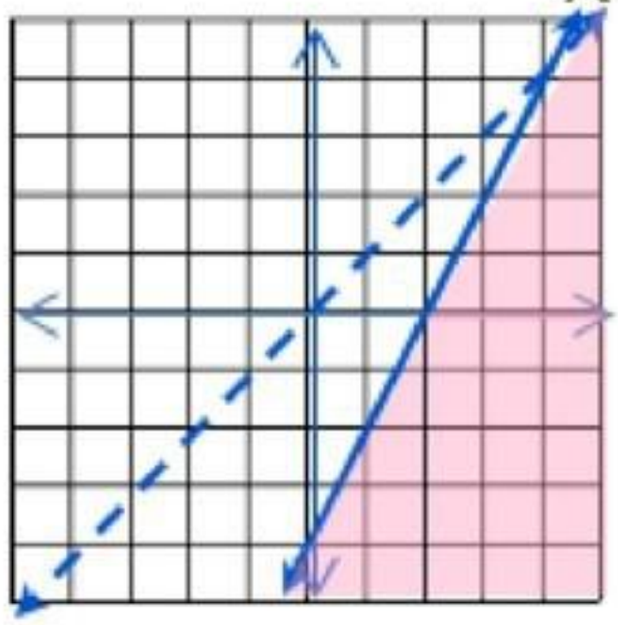
12) $\begin{aligned} x+y &\le 4\\ y &\ge x\end{aligned}$



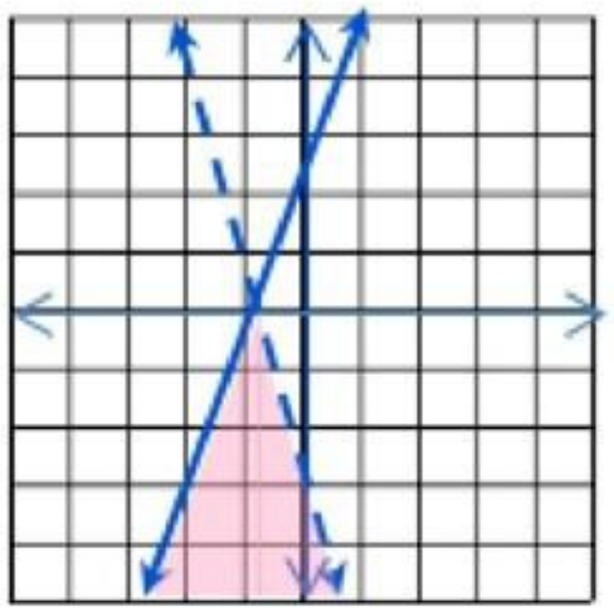
13) $\begin{aligned} 2x+3y &> 12\\ 3x-y &< 21\end{aligned}$



(14 $\begin{matrix} x - y > 0 \\ 4 + y \leq 2x \end{matrix}$



(15 $\begin{matrix} 2y - 5x \leq 6 \\ 4x + y < -4 \end{matrix}$



١٦) اختيار من متعدد:

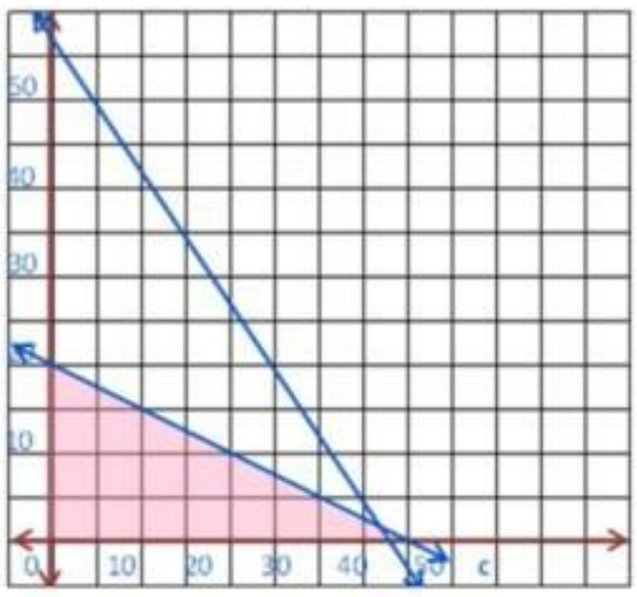
الإختيار الصحيح (B) 50

١٧) نجارة:

$c \geq 0, \quad t \geq 0$

a) $\begin{matrix} 0.5c + t \leq 20 \\ c + 2t \leq 108 \end{matrix}$

b) بيانياً



c) 34 مقعدا وَ 3 طاولات

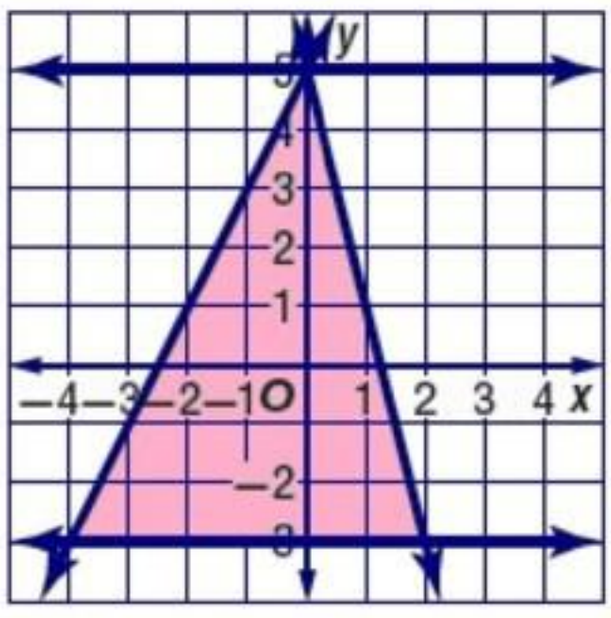
قيمة أكبر ربح 955 ريالاً

١٨)

الرؤوس $(1,-3)$, $(0,5)$, $(-4,-4)$

القيمة العظمى: $f(2,-3)=17$

القيمة الصغرى: $f(0,5)=-15$



الإعداد للاختبارات المعيارية

1) المبلغ 1400 ريال

أجرة الحديقة الواحدة = 45

البدلات = 10.5

$$45x + 10.5 = 1400$$
$$45x = 1400 - 10.5$$
$$45x = 1398.5$$
$$x \approx 31.$$

تحقيق الربح بعد 32 حديقة

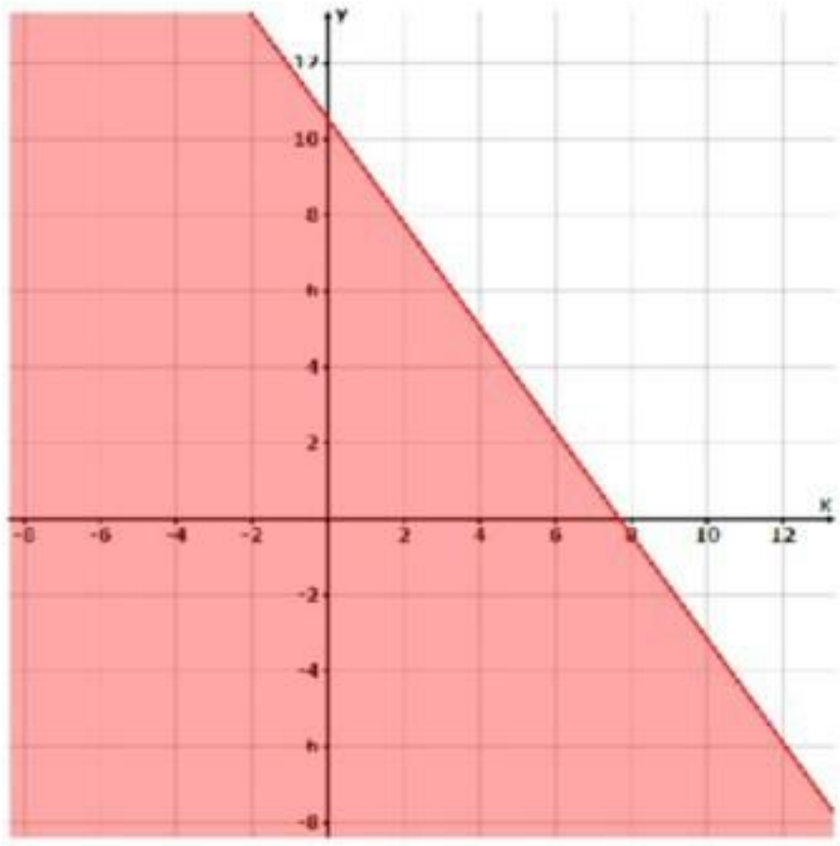
2) المبلغ 50 ريال

ثمن القلم: 6.5 ريال

ثمن المسطرة: 4.75 ريال

$$6.5x + 4.75y \leq 50$$

$$y \leq -\frac{26}{19}x + \frac{200}{19}$$



1 قلم ، 9 مسطرة

2 قلم ، 7 مسطرة

3 قلم ، 5 مسطرة

الفصل 1

اختبار تراكمي

للفصل 1

أسئلة الاختيار من متعدد

اختر رمز الإجابة الصحيحة فيما يأتي:

١) الإختيار الصحيح هو (B) -1

٢) الإختيار الصحيح هو (A) $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$

٣) الإختيار الصحيح هو (D) الأعداد الكلية

٤) الإختيار الصحيح هو (C) $\{-3, 1, 2, 6\}$

٥) الإختيار الصحيح هو (A) -2

٦) الإختيار الصحيح هو (C) المنطقة III

٧) الإختيار الصحيح هو (B) (0, 3)

أسئلة ذات إجابات قصيرة

أجب عم كل مما يأتي:

٨) $-18a + 19b = -12a + 4b - 6a + 15b$

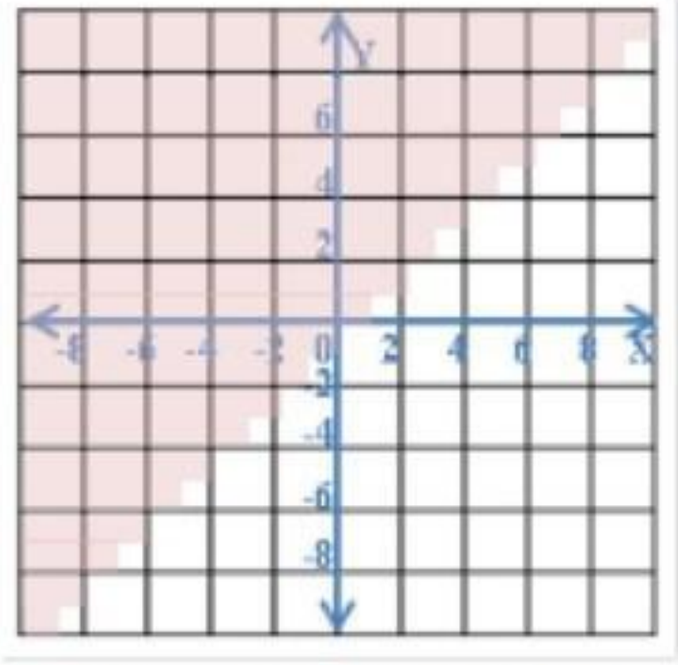
٩) $f(x) = \begin{cases} 5, & x < -4 \\ -x - 2, & -4 \le x \le 4 \\ 2x - 12, & x \end{cases}$

١٠) $f(-3) = \begin{cases} -5, & -4 \le x \le 4 \\ -18, & x \end{cases}$

أسئلة ذات إجابات مطولة

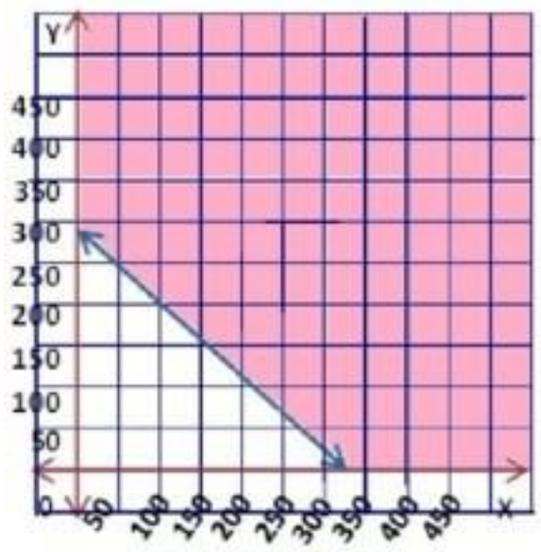
أجب عن كل مما يأتي موضحاً الخطوات:

(١١



(١٢ (a $0.45x + 0.5y \geq 150$

(b

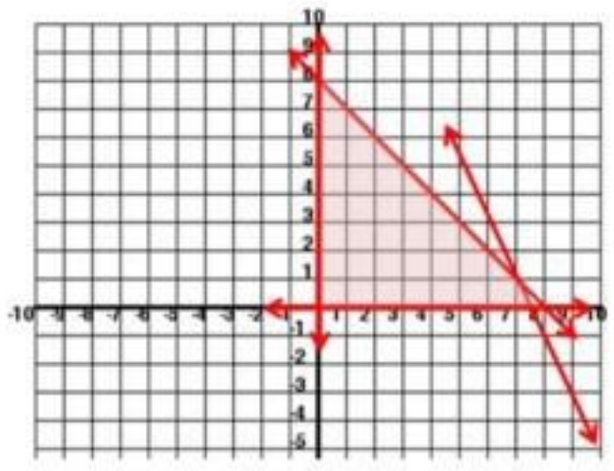


c) نعم؛ الربح الذي تحقق هو 161 ريالاً

(١٣ (a)

$x \geq 0$
$y \geq 0$
$5x + 5y \leq 40$
$2x + y \leq 15$

(b (0, 0) , (0, 8) , (7.5, 0) , (7, 1)



c) $P = 12x + 8y$

(x, y)	$12x+8y$	$f(x, y)$
(0, 0)	12(0) +8(0)	0
(0, 8)	12(0) +8(8)	64
(7.5, 0)	12(7.5) +8(0)	90
(7, 1)	12(7) +8(1)	92

d) أكبر تكلفة هي 92

إذن 7 أطباق من النوع الأول

و طبق واحد من النوع الثاني