6
التشابه

التهيئة

حل كلًّا من المعادلات الآتية:

1) $\frac{3x}{8} = \frac{6}{x}$

$$\frac{3x}{8} = \frac{6}{x}$$
$$3x^2 = 48$$
$$x^2 = 16$$
$$x = \pm 4$$
$$x = 4 \ , \ -4$$

2) $\frac{7}{3} = \frac{x-4}{6}$

$$\frac{7}{3} = \frac{x-4}{6}$$
$$3(x-4) = 7 \times 6$$
$$3x - 12 = 42$$
$$3x = 54$$
$$x = 18$$

3) $\frac{x+9}{2} = \frac{3x-1}{8}$

$$\frac{x+9}{2} = \frac{3x-1}{8}$$
$$2(3x-1) = 8(x+9)$$
$$6x - 2 = 8x + 72$$
$$-74 = 2x$$
$$x = -37$$

4) $\frac{3}{2x} = \frac{3x}{8}$

$$\frac{3}{2x} = \frac{3x}{8}$$

$$6x^2 = 24$$

$$x^2 = 4$$

$$x = \pm 2$$

$$x = 2 \ , \ -2$$

5) **تعليم:** نسبة عدد الطلاب إلى عدد المعلمين في مدرسة هي 17 إلى 1. إذا كان عدد طلاب المدرسة 1088 طالبًا، فما عدد المعلمين؟

عدد المعلمين x

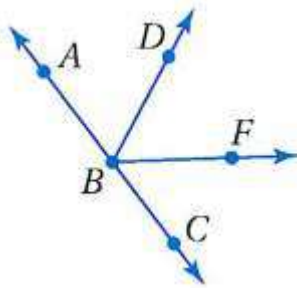
$$\frac{1088}{x} = \frac{17}{1}$$

$$17x = 1088$$

$$x = 64$$

عدد المعلمين = 64

جبر: في الشكل أدناه، $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$ نصفا مستقيمين متعاكسان، و $\overrightarrow{BD}$ ينصّف $\angle ABF$.



6) إذا كان $m\angle ABD = (x+14)^\circ$, $m\angle ABF = (3x-8)^\circ$، فأوجد $m\angle ABD$.

$$m\angle ABF = 2m\angle ABD$$

$$3x - 8 = 2(x+14)$$

$$3x - 8 = 2x + 28$$

$$x = 36$$

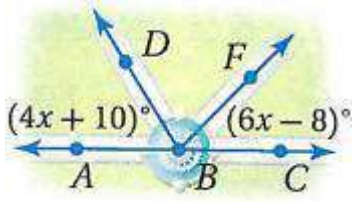
$$m\angle ABD = 36 + 14$$

$$m\angle ABD = 50^\circ$$

7) إذا كان $m\angle ABF=(10x-1)^\circ, m\angle FBC=(2x+25)^\circ$، فأوجد $m\angle DBF$.

$$m\angle FBC + m\angle ABF = 180^\circ$$
$$(2x+25)+(10x-1)=180$$
$$12x + 24 = 180$$
$$12x = 156$$
$$x = 13$$
$$m\angle ABF = 10\times 13 - 1 = 129^\circ$$
$$m\angle DBF = \frac{1}{2} m\angle ABF$$
$$m\angle DBF = \frac{129}{2} = 64.5^\circ$$

8) **حدائق:** يخطط مهندس لإضافة ممرات تصل إلى نافورة كما هو مبيّن أدناه.
إذا كان $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BA}$ نصفي مستقيمين متعاكسين و $\overrightarrow{BD}$ ينصّف $\angle ABF$، فأوجد $m\angle FBC$.

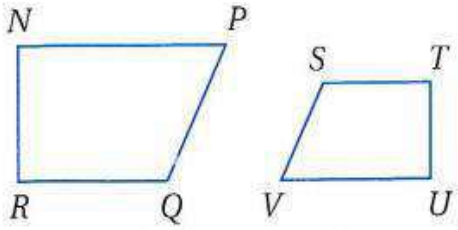


$$2m\angle DBA + m\angle FBC = 180^\circ$$
$$2(4x+10)+(6x-8)=180$$
$$8x + 20 + 6x - 8 = 180$$
$$14x + 12 = 180$$
$$14x = 168$$
$$x = 12$$
$$m\angle FBC = 6\times 12 - 8$$
$$m\angle FBC = 64^\circ$$

المضلعات المتشابهة

6-1

تحقق

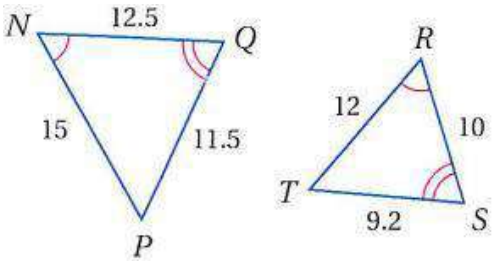


1) إذا كان $NPQR \sim UVST$. فاكتب جميع أزواج الزوايا المتطابقة، واكتب تناسبًا يربط بين الأضلاع المتناظرة.

الزوايا المتطابقة:

$$\angle N \cong \angle U \,, \angle P \cong \angle V \,, \angle Q \cong \angle S \,, \angle R \cong \angle T$$

التناسب: $\frac{NP}{UV} = \frac{PQ}{VS} = \frac{QR}{ST} = \frac{RN}{TU}$



2) حدّد ما إذا كان المثلثان متشابهين أم لا؟ وإذا كانا كذلك، فاكتب عبارة التشابه ومعامل التشابه. ووضّح إجابتك.

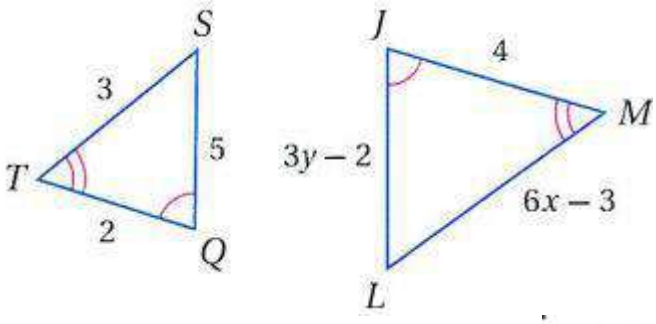
نعم؛ لأن: $\Delta NQP \sim \Delta RST$

$$\angle N \cong \angle R \,, \angle Q \cong \angle S$$

$\angle P \cong \angle T$ **بحسب نظرية الزاوية الثالثة؛**

$\frac{NQ}{RS} = \frac{QP}{ST} = \frac{PN}{TR}$ **ومعامل التشابه** $\frac{5}{4}$

إذا كان $\triangle QST \sim \triangle JLM$، فأوجد قيمة المتغير في كل مما يأتي:



x (3A

$\triangle JLM \cong \triangle QST$

$$\frac{JL}{QS} = \frac{LM}{ST} = \frac{JM}{QT}$$

$$\frac{3y-2}{5} = \frac{6x-3}{3} = \frac{4}{2}$$

$$2(6x-3) = 12$$

$$12x - 6 = 12$$

$$12x = 18$$

$$x = 1.5$$

y (3B

$$\frac{JL}{QS} = \frac{JM}{QT}$$

$$\frac{3y-2}{5} = \frac{4}{2}$$

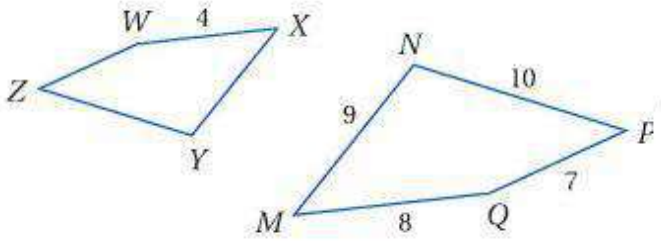
$$2(3y-2) = 4 \times 5$$

$$6y - 4 = 20$$

$$6y = 20 + 4$$

$$6y = 24$$

$$y = 4$$



4) إذا كان $MNPQ \sim XYZW$ ، فأوجد معا تشابه $MNPQ$ إلى $XYZW$ ، ومحيط كل مضلع.

$$\frac{QM}{WX} = \frac{8}{4} = 2$$

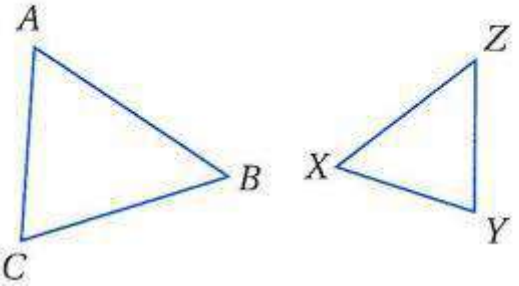
معامل التشابه = 2

محيط MNPQ = 9 + 8 + 7 + 10 = 34

محيط XYZW يساوي = $\frac{34}{2}$ = 17

اكتب جميع الزوايا المتطابقة، واكتب تناسبًا يربط بين الأضلاع المتناظرة في كل مما يأتي:

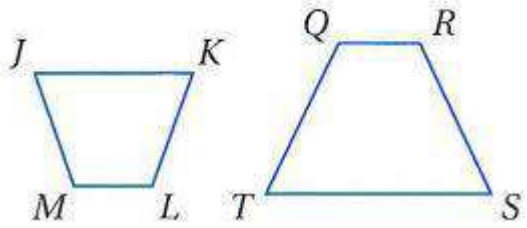
(1 $\triangle ABC \sim \triangle ZYX$



$\angle A \cong \angle Z$, $\angle B \cong \angle Y$, $\angle C \cong \angle X$

$$\frac{AC}{ZX} = \frac{BC}{YX} = \frac{AB}{ZY}$$

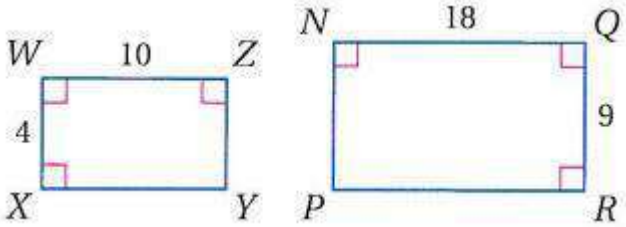
(2 $JKLM \sim TSRQ$



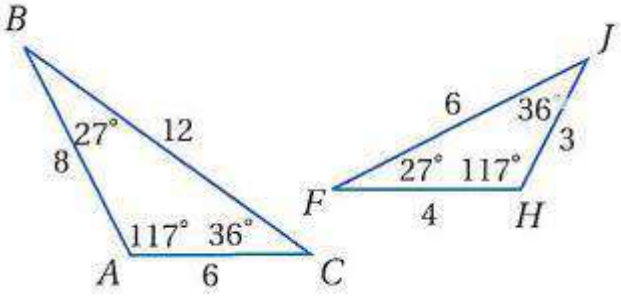
$\angle K \cong \angle S$, $\angle L \cong \angle R$, $\angle M \cong \angle Q$, $\angle J \cong \angle T$

$$\frac{JM}{TQ} = \frac{ML}{QR} = \frac{KL}{SR} = \frac{JK}{TS}$$

حدّد ما إذا كان المضلعان في كل من السؤالين الآتيين متشابهين أم لا، وإذا كانا كذلك، فاكتب عبارة التشابه ومعامل التشابه، وإلّا فوضح السبب.

3) 

لا لأن $\frac{NQ}{WZ} \neq \frac{QR}{WX}$

4) 

نعم، $\Delta ABC \sim \Delta HFJ$

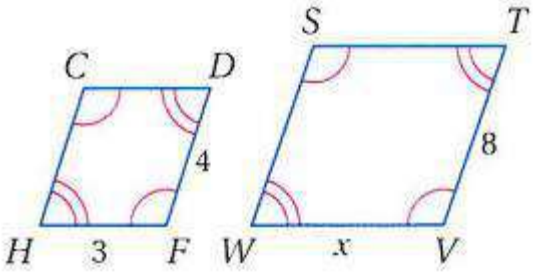
$\angle A \cong \angle H , \angle B \cong \angle F , \angle C \cong \angle J$

لأن $2 = \frac{8}{4} = \frac{AB}{HF} = \frac{BC}{FJ} = \frac{CA}{JH}$

ومعامل التشابه: 2

في كل مما يأتي، إذا كان المضلعان متشابهين، فأوجد قيمة x .

(5



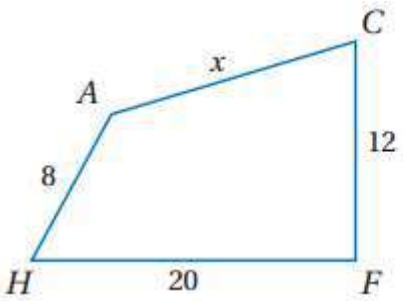
من خصائص التشابه $\frac{HF}{WV} = \frac{DF}{TV}$

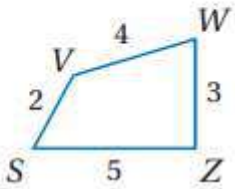
$$\frac{3}{x} = \frac{4}{8}$$

$$4x = 24$$

$$x = 6$$

(6



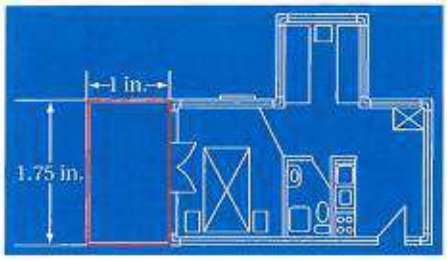


$$\frac{AH}{SZ} = \frac{CF}{VW}$$

$$\frac{20}{5} = \frac{x}{4}$$

$$5x = 80$$

$$x = 16$$



7) **تصميم:** في مخطط الشقّة المجاور، عرض الشّرفة 1 in وطولها 1.75 in. إذا كان طول الشّرفة الحقيقي 15 ft، فما محيطها؟

$$\frac{x}{1} = \frac{15}{1.75}$$

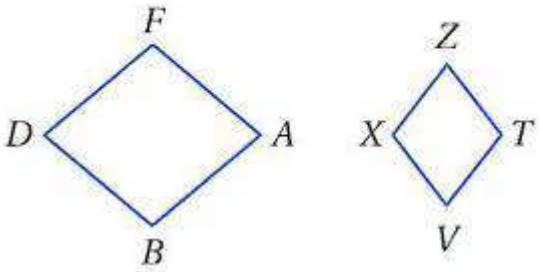
$$x = 15 \div 1.75 = 8.57$$

$$\text{محيطها} = 2(8.57 + 15) = 47\text{ft} \text{ تقريبا}$$

تدرب وحل المسائل:

اكتب جميع الزوايا المتطابقة، واكتب تناسبًا يربط الأضلاع المتناظرة للمضلعين في كل مما يأتي:

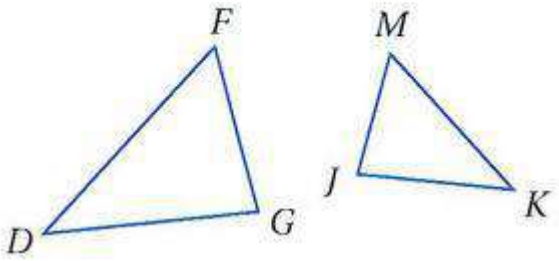
(8 $ABDF \sim VXZT$



$$\frac{AB}{VX} = \frac{BD}{XZ} = \frac{DF}{ZT} = \frac{FA}{TV}$$

$$\angle A \cong \angle V \ , \angle B \cong \angle X \ , \angle D \cong \angle Z \ , \angle F \cong \angle T$$

(9 $\triangle DFG \sim \triangle KMJ$

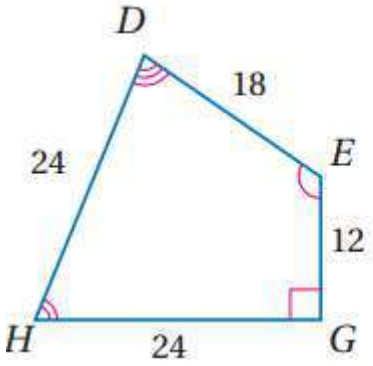


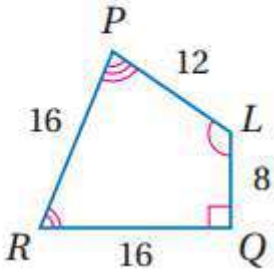
$$\frac{DF}{KM} = \frac{FG}{MJ} = \frac{GD}{JK}$$

$$\angle D \cong \angle K \ , \angle F \cong \angle M \ , \angle G \cong \angle J$$

حدّد ما إذا كان المضلعان في كل مما يأتي متشابهين أم لا، وإذا كانا كذلك، فاكتب عبارة التشابه ومعامل التشابه، وإلّا فوضح السبب.

(10





نعم، HDEG ~ PLQR لأن HDEG ≅ PLQR

$$\frac{LQ}{EG}=\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$$

$$\frac{PL}{DE}=\frac{12}{18}=\frac{2}{3}$$

$$\frac{RQ}{HG}=\frac{16}{24}=\frac{2}{3}$$

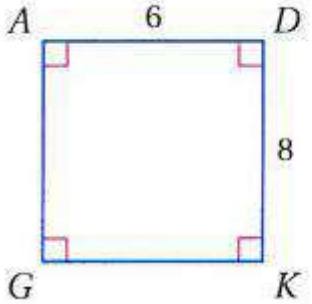
$$\frac{PR}{DH}=\frac{16}{24}=\frac{2}{3}$$

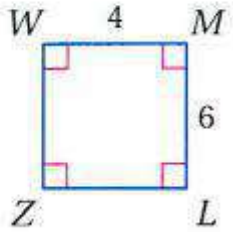
وبما أن الزوايا متطابقة أيضا إذا:

HDEG ≅ PLQR

ومعامل التشابه: $\frac{2}{3}$

(11

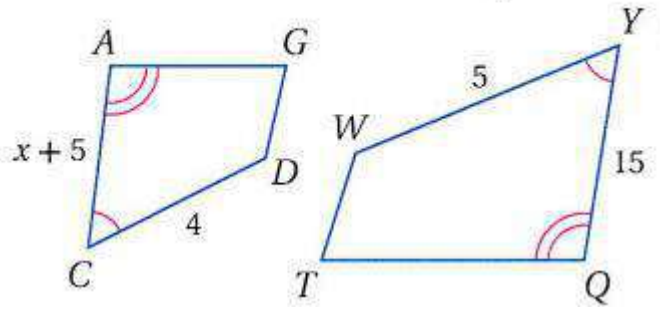




لا؛ لأن $\frac{AD}{WM}\neq\frac{DK}{ML}$

في كل مما يأتي، إذا كان المضلعان متشابهين، فأوجد قيمة x .

(12



0

$$\frac{AC}{QY} = \frac{CD}{YW}$$

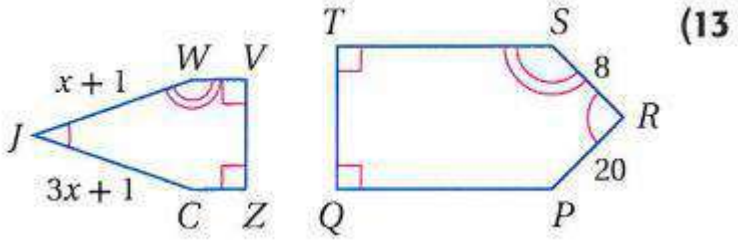
$$\frac{x + 5}{15} = \frac{4}{5}$$

$$5x + 25 = 60$$

$$5x = 35$$

$$x = 7$$

(13



$$\frac{JW}{RS} = \frac{JC}{RP}$$

$$\frac{x + 1}{8} = \frac{3x + 1}{20}$$

$$20x + 20 = 24x + 8$$

$$4x = 12$$

$$x = 3$$

14) طول المستطيل $ABCD$ يساوي 20 m ، وعرضه 8 m. وطول المستطيل $QRST$ المشابه له يساوي 40 m. أوجد معامل تشابه المستطيل $ABCD$ إلى المستطيل $QRST$ ، ومحيط كل منهما.

$\frac{1}{2} = \frac{20}{40} = \frac{AB}{QR}$ معامل التشابه $= 1:2$

محيط $ABCD = 2(8 + 20) =$

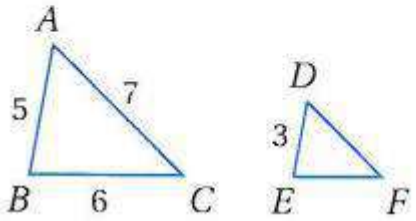
محيط $ABCD$ يساوي $56m$

محيط $QRST = 56 \times 2 = 112$

محيط $QRST$ يساوي $112m$

أوجد محيط المثلث المحدد في كلّ مما يأتي:

15) $\triangle DEF$ ، إذا كان $\triangle ABC \sim \triangle DEF$.



$\frac{AB}{DE} = \frac{5}{3}$

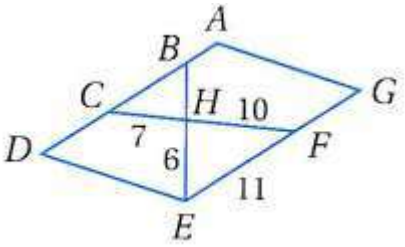
محيط ABC أ $= 5 + 6 + 7 = 18$

$\frac{18}{x} = \frac{5}{3}$

$x = \frac{3 \times 18}{5} = 10.8$

المحيط $= 10.8$

16) $\triangle CBH$ ، إذا كان $\triangle CBH \sim \triangle FEH$ ، $ADEG$ متوازي أضلاع.



$$\frac{CH}{FH} = \frac{7}{10}$$

محيط FEH أ $= 10 + 6 + 11 = 27$

$$\frac{x}{27} = \frac{7}{10}$$

$$x = \frac{7 \times 27}{10} = 18.9$$

المحيط $= 18.9$

17) إذا كان معامل التشابه بين مستطيلين متشابهين 1:2 ، ومحيط المستطيل الكبير 80 m ، فأوجد محيط المستطيل الصغير.

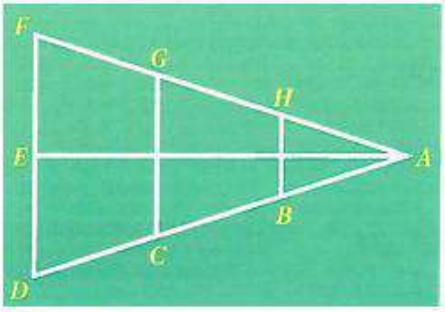
$$\frac{80}{?} = \frac{2}{1}$$

محيط المستطيل الصغير $= \frac{80}{2} = 40m$

18) إذا كان معامل التشابه بين مربّعين متشابهين 3:2، ومحيط المربع الصغير 50 ft فأوجد محيط المربع الكبير.

$$\frac{50}{?} = \frac{2}{3}$$

محيط المربع الكبير $= \frac{3 \times 50}{2} = 75m$



مثلثات متشابهة: في الشكل المجاور، ثلاثة مثلثات متشابهة فيها: $\angle AFD \cong \angle AGC \cong \angle AHB$.
أوجد الأضلاع التي تناظر الضلع المُعطى أو الزوايا التي تطابق الزاوية المُعطاة في كلٍّ من الأسئلة الآتية.

(19 $\overline{AB}$

$\overline{AD}$, $\overline{AC}$

(20 $\overline{FD}$

$\overline{HB}$,$\overline{GC}$

(21 $\angle ACG$

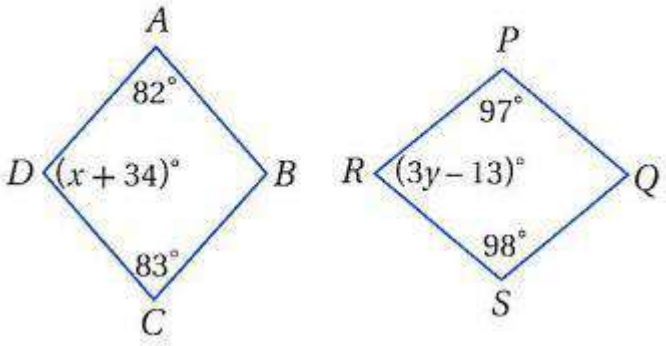
$\angle ABH$, $\angle ADF$

(22 $\angle A$

$\angle A$ موجودة في المثلثات الثلاثة.

أوجد قيمة كل متغيّر فيما يأتي:

(23 $ABCD \sim QSRP$



بما أن ABCD ~ QSRP

$\angle D \cong \angle P$

x + 34 = 97

x = 63

بما أن ABCD ~ QSRP

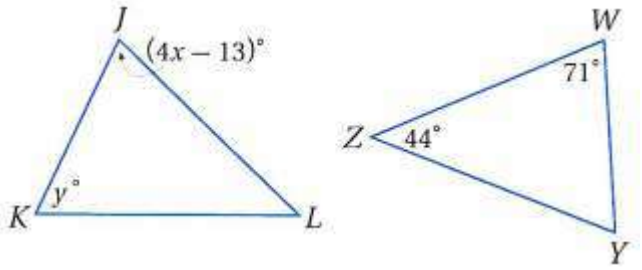
$\angle R \cong \angle C$

$3y - 13 = 83$

$3y = 96$

$y = 32$

(24 $\triangle JKL \sim \triangle WYZ$



بما أن $\Delta JKL \sim \Delta WYZ$

$\angle K \cong \angle Y$

$\angle Y = 180 - (44 + 71) = 65^{\circ}$

$y = 65$

$\angle J \cong \angle W$

$4x - 13 = 71$

$4x = 84$

$x = 21$

(25 **عرض الشرائح:** إذا كانت أبعاد صورة على شريحة 13 in في $9\frac{1}{4}$ in، ومعامل تشابه صور الشريحة إلى الصور المعروضة بواسطة جهاز العرض 1:4 ؛ فما أبعاد الصورة المعروضة؟

$9.25 \times 4 = 37in$

$13 \times 4 = 52in$

هندسة إحداثية : حدد ما إذا كان المستطيلان $WXYZ$, $ABCD$ المعطاة إحداثيات رؤوسهما في السؤالين الآتيين متشابهين أم لا ؟ وضّح إجابتك.

(26 $C(7,-1), D(-1,-1); W(-2,10), X(14,10), Y(14,-2), Z(-2,-2)$

$A(-1,5), B(7,5)$

$$CD=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{(7+1)^2+(-1+1)^2}=8$$

$$AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{(-1-7)^2+(5-5)^2}=8$$

$$BC=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{(7-7)^2+(5+1)^2}=6$$

$$AD=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{(-1+1)^2+(5+1)^2}=6$$

$$YZ=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{(14+2)^2+(-2+2)^2}=16$$

$$WX=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{(-2-14)^2+(10-10)^2}=16$$

$$XY=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{(14-14)^2+(10+2)^2}=12$$

$$WZ=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{(-2+2)^2+(10+2)^2}=12$$

$\frac{1}{2}=\frac{8}{16}=\frac{AB}{WX}=\frac{CD}{YZ}=\frac{BC}{XY}=\frac{AD}{WZ}$ متشابهين لأن

27) $A(5,5), B(0,0), C(5,-5), D(10,0); W(1,6), X(-3,2), Y(2,-3), Z(6,1)$

$$CD=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{(5-10)^2+(-5-0)^2}=\sqrt{50}$$

$$AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{(5-0)^2+(5-0)^2}=\sqrt{50}$$

$$BC=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{(0-5)^2+(0+5)^2}=\sqrt{50}$$

$$AD=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{(5-10)^2+(5-0)^2}=\sqrt{50}$$

$$YZ=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{(2-6)^2+(-3-1)^2}=\sqrt{32}$$

$$WX=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{(1+3)^2+(6-2)^2}=\sqrt{32}$$

غير متشابهين لأن $\frac{BC}{XY}\neq\frac{AB}{WX}$

حدّد ما إذا كان المضلعان فى كل مما يأتى متشابهين دائمًا أو أحيانًا أو غير متشابهين أبدًا ؟ وضح إجابتك.

28) مثلثان منفرجا الزاوية

أحيانا؛ إذا كانت الزوايا المتناظرة متطابقة والأضلاع المتناظرة متناسبة، فإن المثلثين منفرجي الزاوية متشابهان.

29) شبه منحرف ومتوازي أضلاع

لا يمكن أن يتشابها: كل ضلعين متقابلين في متوازي الأضلاع متوازيان. في حين أن لشبه المنحرف ضلعان فقط متوازيان لذلك فالشكلان لا يمكن أن يكونا متشابيهن أبدا، لأنهما لا يمكن أن يكونا من نوع واحد من الأشكال.

30) مثلثان قائما الزاوية

أحيانا: إذا كانت الزوايا المتناظرة متطابقة والأضلاع المتناظرة متناسبة، فإن المثلثين قائمي الزاوية يكونان متشابهين.

31) مثلثان متطابقا الضلعين

أحيانا: إذا كانت الزوايا المتناظرة متطابقة والأضلاع المتناظرة متناسبة فإن المثلثين متطابقي الضلعين يكونان متشابهين.

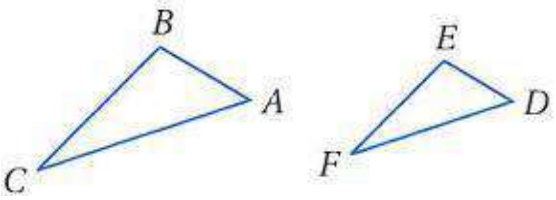
32) مثلث مختلف الأضلاع، ومثلث متطابق الضلعين

لا يمكن أن يتشابها: بما أن المثلث المتطابق الضلعين له ضلعان متطابقان والمثلث مختلف الأضلاع له ثلاثة أضلاع غير متطابقة، فإن النسب بين الأضلاع المتناظرة لا يمكن أن تكون متساوية. لذا فالمثلث المتطابق الضلعين والمثلث المختلف الأضلاع لا يمكن أن يتشابها.

33) مثلثان متطابقا الأضلاع

دائما: المثلث متطابق الأضلاع قياس كل زاوية فيه 60، لذلك فزوايا أي مثلث متطايق الأضلاع مطابقة لزوايا أي مثلث آخر متطابق الأضلاع وبما أن أضلاع المثلث متطابق الأضلاع تكون متطابقة دائما، فإن النسب بين أطوال الأضلاع المتناظرة تكون متساوية دائما. لذا فإن، أي مثلثين متطابقي الأضلاع يكونان دائما متشابهين.

34) **برهان:** اكتب برهانًا حرًّا للنظرية 2.1 (في حالة المثلثات)



المعطيات: $\triangle ABC \sim \triangle DEF, \frac{AB}{DE} = \frac{m}{n}$

المطلوب: إثبات أن $\frac{\text{محيط } \triangle ABC}{\text{محيط } \triangle DEF} = \frac{m}{n}$

المعطيات: $\Delta ABC \sim \Delta DEF , \frac{AB}{DE} = \frac{m}{n}$

المطلوب: $\frac{\Delta ABC}{\Delta DEF} = \frac{m}{n}$

البرهان: بما أن $\Delta ABC \sim \Delta DEF$

فإن $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$

إذن $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF} = \frac{m}{n}$ وبالضرب التبادلي يكون

$$AC = DF\left(\frac{m}{n}\right) \quad BC = EF\left(\frac{m}{n}\right) \quad AB = DE\left(\frac{m}{n}\right)$$

وبالتعويض يكون المحيط ΔABC

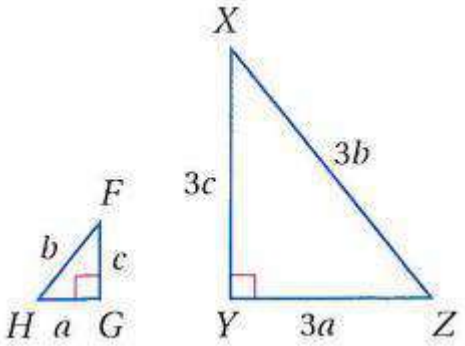
$$DE\left(\frac{m}{n}\right) + EF\left(\frac{m}{n}\right) + DF\left(\frac{m}{n}\right) =$$

$$\left(\frac{m}{n}\right)(DE+EF+DF)=\Delta ABC \text{ محيط}$$

$$\left(\frac{m}{n}\right)=\frac{\left(\frac{m}{n}\right)(DE+EF+DF)}{(DE+EF+DF)}= \text{إذن فالنسبة بين المحيطين}$$

35) تغيير الأبعاد: في الشكل المجاور، $\Delta FGH \sim \Delta XYZ$

a) بيِّن أن النسبة بين محيطي المثلثين هي النسبة نفسها بين أضلاعهما المتناظرة.



بما أن $\Delta FGH \sim \Delta XYZ$

$$\frac{FG}{XY}=\frac{GH}{YZ}=\frac{FH}{XZ}$$

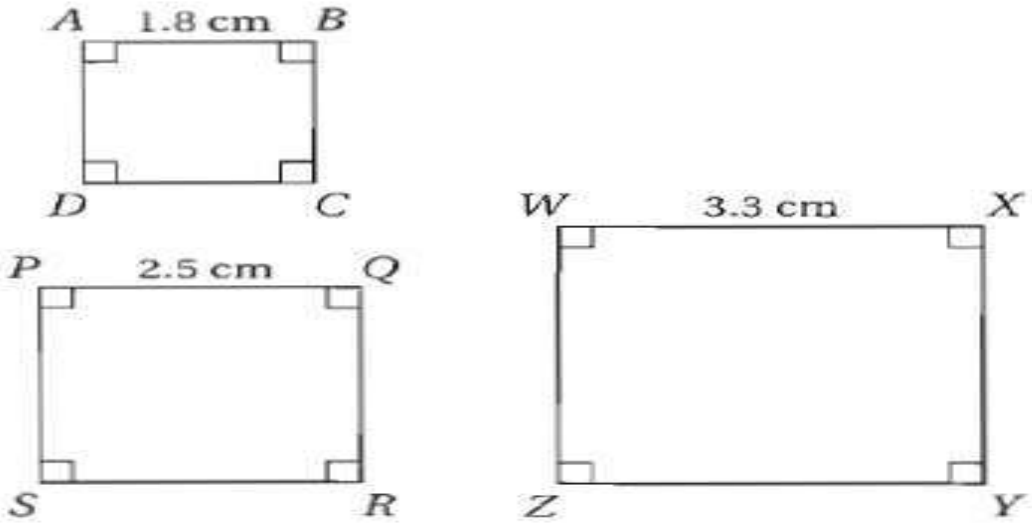
$$\frac{a}{3a}=\frac{b}{3b}=\frac{c}{3c}=\frac{a+b+c}{3(a+b+c)}=\frac{1}{3}$$

b) إذا أضيف لطول كل ضلع 6 وحدات. فهل المثلثان الجديدان متشابهان؟

لا لم تعد الأضلاع متناسبة.

36) **تمثيلات متعدّدة:** سوف تكتشف في هذه المسألة تشابه المربّعات.

a) **هندسيًّا:** ارسم ثلاثة مربّعات مختلفة الأبعاد، وسمها *WXYZ*, *PQRS*, *ABCD*. وقس طول ضلع كل مربّع وسجّل الأطوال على المربعات.



b) **جدوليًّا:** احسب النسب بين أطوال الأضلاع المتناظرة لكل زوج مربعات فيما يأتي ودوّنها في جدول: *ABCD*, *PQRS*; *PQRS*, *WXYZ*; *WXYZ*, *ABCD*.

هل كل مربعين من المربعات متشابهان؟

WXYZ, *ABCD*		*PQRS*, *WXYZ*		*ABCD*, *PQRS*	
1.8	*WX:AB*	0.76	*PQ:WX*	0.72	*AB:PQ*
1.8	*XY:BC*	0.76	*QR:XY*	0.72	*BC:QR*
1.8	*YZ:CD*	0.76	*RS:YZ*	0.72	*CD:RS*
1.8	*ZW:DA*	0.76	*SP:ZW*	0.72	*AD:PS*

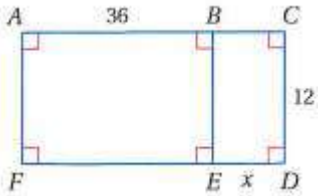
ABCD يشابه PQRS، PQRS يشابه WXYZ، WXYZ يشابه ABCD.

c) **لفظيًّا:** ضع تخمينًا حول تشابه جميع المربّعات.

C) جميع المربعات متشابهة.

مسائل مهارات التفكير العليا:

37) تحدَّ: ما قيمة (قيم) x التي تجعل $EDCB \sim BEFA$ ؟



بما أن $EDCB \sim BEFA$

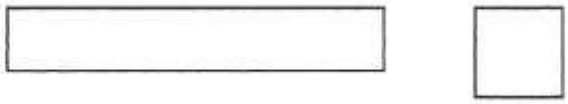
$$\frac{ED}{BE} = \frac{EB}{BA}$$

$$\frac{x}{12} = \frac{12}{36}$$

$$x = \frac{12 \times 12}{36} = 4$$

قيمة $x = 4$

38) إجابة مفتوحة: أوجد مثالًا مضادًا للعبارة الآتية: "جميع المستطيلات متشابهة"



39) برهان: إذا كان المستطيل $BCEG$ فيه: $BC:CE = 2:3$ ، وكان المستطيل $LJAW$ فيه: $LJ:JA = 2:3$ فأثبت أن: $BCEG \sim LJAW$

بما أن $BC : CE = 2 : 3$ إذا $GE : BG = 2 : 3$ لأن كل ضلعين متقابلين في المستطيل متطابقين

بما أن $LJ : JA = 2 : 3$ إذا $WA : LW = 2 : 3$ لأن كل ضلعين متقابلين في المستطيل متطابقين

$$BC = LJ = 2$$

$$GE = WA = 2$$

$$LW = BG = 3$$

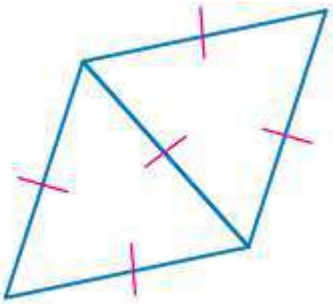
$$CE = JA = 3$$

إذا كل ضلعين متناظرين متطابقين

ومن خصائص المستطيل أن جميع زواياه قوائم إذا كل الزوايا المتناظرة متطابقة

إذا LJAW □ BCEG

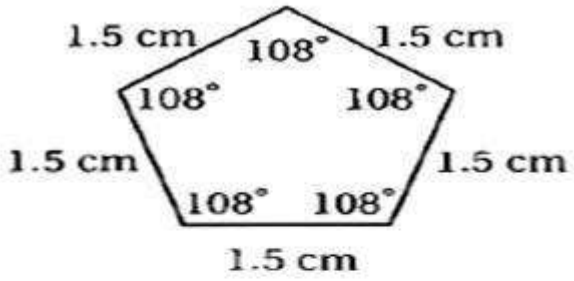
40) **تبرير:** يمكن دمج مثلثين متساوِيَي الأضلاع متطابقين؛ لتكوينِ شكل رباعي كما في الشكل المجاور. إذا كوّنت شكلًا رباعيًّا آخر من مثلثين متساوِيَي الأضلاع متطابقين آخرين، فأيُّ العبارات التالية صحيحة حول الشكل المجاور، والشكل الذي كوّنته: يجب أن يكونا متشابهين، المجاور قد يكونا متشابهين، أو غير متشابهين. فسّر إجابتك.

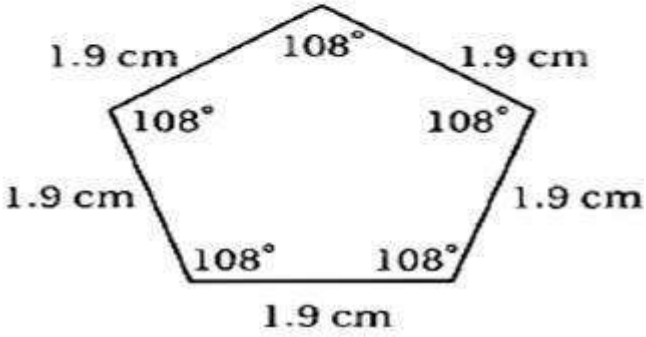


يجب أن يكونا متشابهين لأن جميع الأضلاع المتناظرة متطابقة

41) **تبرير:** ارسم مضلعين خماسيين منتظمين أطوال أضلاعهما مختلفة. هل المضلعان متشابهان؟ وهل كل مضلعين منتظمين ومتساويي عدد الأضلاع متشابهان؟ وضح إجابتك.

نعم؛ المضلعان الخماسيان المنتظمان متشابهان لأن زواياهما المتناظرة متطابقة وأضلاعهما المتناظرة متناسبة. وبما أن جميع زوايا المضلع المنتظم متطابقة وجميع أضلاعه متطابقة أيضا. فإن زوايا المضلعين المنتظمين تكون متطابقة بغض النظر عن أبعاد أي شكل. وبما أن جميع أضلاع المضلع المنتظم متطابقة، فإن النسب بين الأضلاع المتناظرة في المضلعين المنتظمين اللذين لهما العدد نفسه من الأضلاع ستكون متساوية. لذا فإن جميع المضلعات المنتظمة والتي لها العدد نفسه من الأضلاع تكون متشابهة.





42) **اكتب:** بيّن أوجه الشبه وأوجه الاختلاف بين المضلعات المتطابقة والمضلعات المتشابهة.

يكون المضلعان متطابقين إذا كان لهما الأبعاد نفسها والشكل نفسه. وفي المضلعين المتطابقين تكون الزوايا المتناظرة متطابقة والأضلاع المتناظرة متطابقة وعندما يكون المضلعان متشابهين فإن زواياهما المتناظرة متطابقة وأضلاعهما المتناظرة متناسبة. والمضلعات المتطابقة تكون متشابهة أيضا لأن الزوايا المتناظرة تكون متناسبة. ولا يكون المضلعان المتشابهان متطابقين إلا إذا كانت النسبة بين أطوال أضلاعهما المتناظرة تساوي 1.

تدريب على الاختبار المعياري

43) إذا كان: $JKLM \cong PQRS$ ومعامل تشابه $PQRS$ إلى $JKLM$ يساوي 4:3 وكان $QR = 8\text{ cm}$ فما طول KL؟

A 24 cm **C** 8 cm

B $10\frac{2}{3}\text{ cm}$ **D** 6 cm

$$\frac{3}{4}=\frac{QR}{KL}$$

$$\frac{3}{4}=\frac{8}{KL}$$

$$KL=\frac{8\times 4}{3}=10\frac{2}{3}$$

(44 مستطيلان متشابهان. إذا كان معامل التشابه بينهما 3:5، ومحيط المستطيل الكبير 65 m، فما محيط المستطيل الصغير؟

39 : B

$$\frac{x}{65}=\frac{3}{5}$$

$$x=\frac{3\times 65}{5}=39$$

مراجعة تراكمية

حل كل تناسب مما يأتي: (مهارة سابقة)

(44 $\frac{c-2}{c+3}=\frac{5}{4}$

$$\frac{c-2}{c+3}=\frac{5}{4}$$

$$5c+15=4c-8$$

$$5c-4c=-8-15$$

$$c=-23$$

(45 $\frac{2}{4y+5}=\frac{-4}{y}$

$$\frac{2}{4y+5}=\frac{-4}{y}$$

$-16y - 20 = 2y$

$-16y - 2y = 20$

$18y = -20$

$y = \frac{20}{18} = -\frac{10}{9}$

(46) $\frac{2x+3}{x-1} = \frac{-4}{5}$

$\frac{2x+3}{x-1} = \frac{-4}{5}$

$10x + 15 = -4x + 4$

$14x = -11$

$x = -\frac{11}{14}$

(47) **هندسة إحداثية** أوجد إحداثيات نقطة تقاطع قطري $JKLM$ الذي رؤوسه $J(2, 5), K(6, 6), L(4, 0), M(0, -1)$. (الدرس 2-1)

بما أن قطري متوازي الأضلاع ينصف كلا منهما الآخر، فإن نقطة تقاطعهما هي نقطة منتصف كل من $\overline{KM}$, $\overline{JL}$. أوجد نقطة منتصف $\overline{JL}$ التي طرفاها $(2,5),(4,0)$

$\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right) = \frac{2+4}{2}, \frac{5+0}{2}$ (صيغة نقطة المنتصف)

$(3,2.5)$ (بالتبسيط)

إذن إحداثيا نقطة تقاطع قطري $JKLM$ هما $(3,2.5)$

اكتب الفرض الذي تبدأ به برهانًا غير مباشر لكل عبارة مما يأتي: (مهارة سابقة)

(48) إذا كان $3x > 12$، فإن $x > 4$.

$x \leq 4$

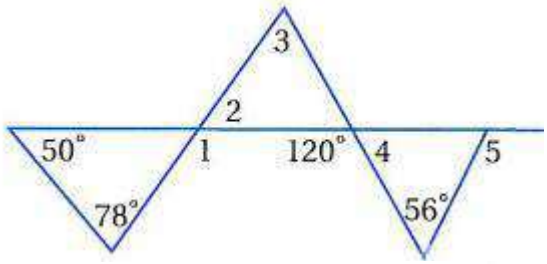
(49 $\overline{PQ} \cong \overline{ST}$

$\overline{\mathbf{PQ}} \ncong \overline{\mathbf{ST}}$

(50 منصّف زاوية الرأس لمثلث متطابق الضلعين هو أيضًا ارتفاع للمثلث.

منصف زاوية الرأس لمثلث متطابق الضلعين ليس ارتفاعا للمثلث.

في الشكل المجاور، أوجد قياس كل من الزوايا الآتية. (مهارة سابقة)



(51 $m\angle 1$

نظرية الزاوية الخارجة عن مثلث

$\angle 1 = 78 + 50$

$\angle 1 = 128^{\circ}$

(52 $m\angle 2$

$\angle 2 = 180 - (78 + 50)$

$\angle 2 = 52^{\circ}$ بالتقابل بالرأس

(53 $m\angle 3$

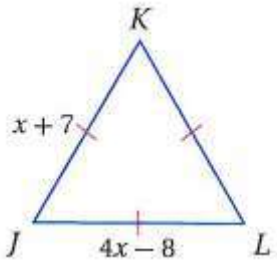
$\angle 3 = 180 - (52 + 60)$

$\angle 3 = 68^{\circ}$

استعد للدرس اللاحق

جبر أوجد قيمة x وطول كل ضلع في كلٍّ من المثلثين الآتيين:

(54



$JL = JK$

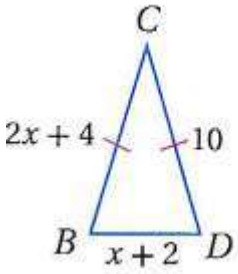
$4x - 8 = x + 7$

$3x = 15$

$x = 5$

$JK = JL = LK = 12$

(55



$CB = CD$

$2x + 4 = 10$

$2x = 6$

$x = 3$

$CB = CD = 10$

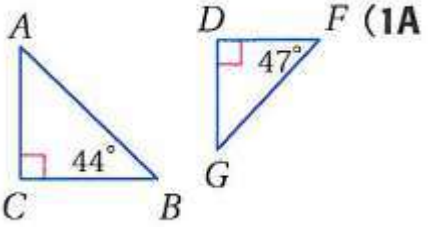
$BD = 3 + 2 = 5$

المثلثات المتشابهة

6-2

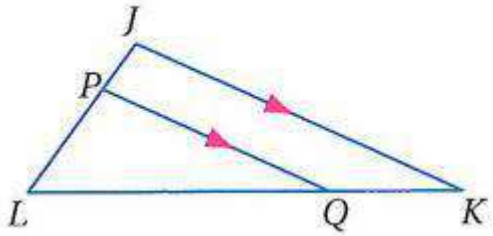
تحقق

(1A



لا، لا يوجد زاويتان في أحد المثلثين مطابقتان لزاويتين في المثلث الآخر.

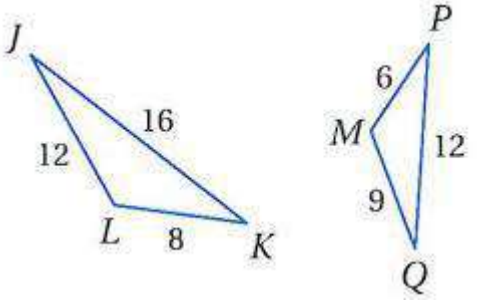
(1B



نعم؛ $\angle LPQ \cong \angle LJK$ ، $\angle L \cong \angle L$ إذن

$\Delta KLJ \sim \Delta QLP$

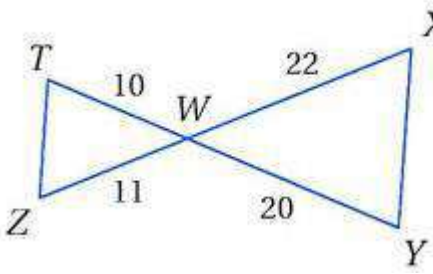
(2A



نعم؛ $\Delta JLK \sim \Delta QMP$ وفق نظرية التشابه SSS حيث أن

$$\frac{JL}{QM} = \frac{LK}{MP} = \frac{JK}{QB} = \frac{4}{3}$$

(2B



نعم؛ $\Delta TWZ \cong \Delta YWX$ وفق نظرية التشابه SAS حيث أن

$$\angle W \cong \angle W \ , \ \frac{TW}{YW} = \frac{WZ}{WX} = \frac{1}{2}$$

3) في المثال السابق، ماقيمة y؟

20.7 **D** 9.2 **C** 8.4 **B** 5.2 **A**

$$\frac{MN}{MO} = \frac{NQ}{OP}$$

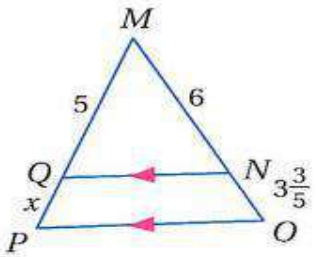
$$\frac{9}{12} = \frac{6.9}{y}$$

$$9y = 6.9 \times 12$$

$$y = 9.2$$

أوجد كل طولٍ فيما يأتي.

QP, MP (4A



بما أن $PO \parallel QN$ إذن $\angle MQN \cong \angle QPO$, $\angle MNQ \cong \angle NOP$

إذن $\Delta PMO \sim \Delta QMN$ حسب مسلمة AA

$$\frac{MQ}{MP} = \frac{MN}{MO}$$

$$\frac{5}{5+x} = \frac{6}{6+3.6}$$

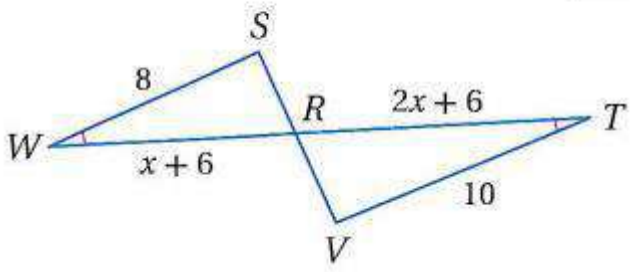
$$30 + 6x = 30 + 18$$

$$6x = 18$$

$$x = 3$$

$$QP = 3 \ , MP = 8$$

WR, RT (4B



بما أن $\angle SRW \cong \angle VRT \ , \ \angle SWR \cong \angle RTV$

إذن $\triangle RVT \sim \triangle RSW$ حسب مسلمة AA

$$\frac{RW}{RT} = \frac{SW}{VT}$$

$$\frac{x+6}{2x+6} = \frac{8}{10}$$

$$16x + 48 = 10x + 60$$

$$6x = 12$$

$$x = 2$$

$$WR = 8 \ , RT = 10$$

5) **بنايات:** يقف منصور بجوار بناية، وعندما كان طول ظلّه 9 ft، كان طول ظل البناية 322.5 ft. إذا كان طول منصور 6 ft، فكم قدمًا ارتفاع البناية؟

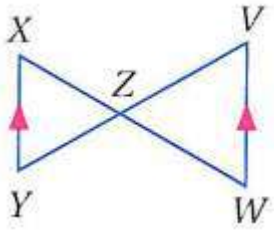
$$\frac{9}{322.5} = \frac{6}{x}$$

$$x = \frac{6 \times 322.5}{9} = 215$$

ارتفاع البناية $= 215$ ft

حدّد في كل مما يأتي ما إذا كان المثلثان متشابهين أم لا؟ وإذا كانا كذلك فاكتب عبارة التشابه، ووضّح إجابتك.

(1

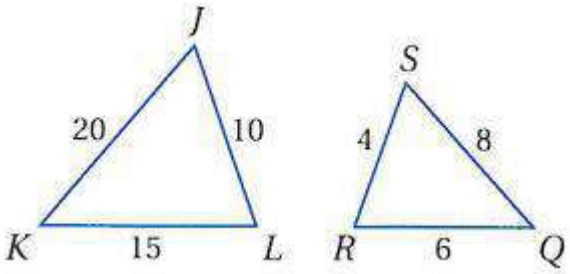


$\angle X \cong \angle W$

$\angle Y \cong \angle V$

نعم؛ $\Delta YXZ \sim \Delta VWZ$ وفق مسلمة التشابه AA.

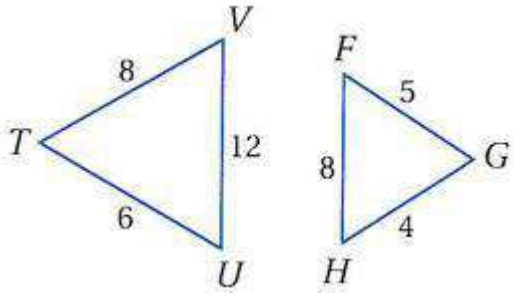
(2



$\frac{JL}{SR} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$ $\quad \frac{LK}{RQ} = \frac{15}{6} = \frac{5}{2}$ $\quad \frac{JK}{SQ} = \frac{20}{8} = \frac{5}{2}$

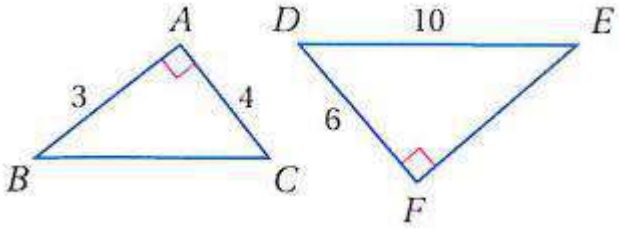
نعم؛ $\Delta JLK \sim \Delta SRQ$ وفق نظرية التشابه SSS.

(3



لا؛ الأضلاع المتناظرة ليست متناسبة.

(4



$\angle A \cong \angle F$

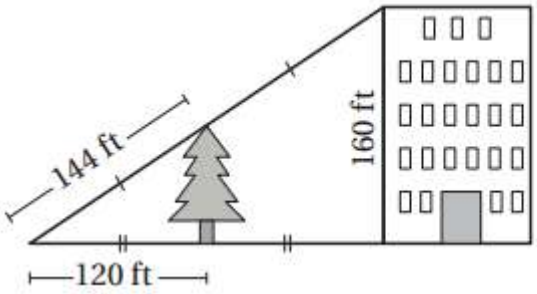
$$FE = \sqrt{(DE)^2 - (DF)^2}$$

$$FE = \sqrt{100 - 36} = 8$$

$$\frac{BA}{DF} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} \quad , \quad \frac{AC}{FE} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2} \quad \Rightarrow \quad \frac{AC}{FE} = \frac{BA}{DF} = \frac{1}{2}$$

نعم؛ $\Delta BAC \sim \Delta DFE$ وفق نظرية التشابه SAS.

(5 **اختيار من متعدّد:** استعمل الشكل أدناه في إيجاد ارتفاع الشجرة؟



A 264 ft

B 60 ft

C 72 ft

D 80 ft

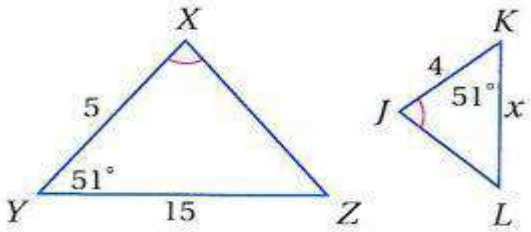
$$\frac{120}{120+120}=\frac{?}{160}$$

$$\frac{120}{240}=\frac{?}{160}$$

$$?=\frac{160\times120}{240}=80ft$$

جبر: أوجد الطول المطلوب في كلٍّ من السؤالين الآتيين:

(6 KL



$\angle X \cong \angle J$

$\angle Y \cong \angle K$

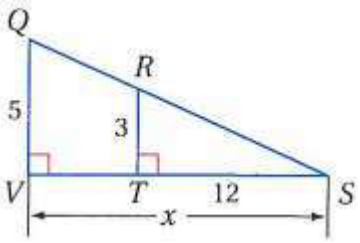
$\Delta XYZ \sim \Delta JKL$ وفق مسلمة التشابه AA

$$\frac{XY}{JK}=\frac{YZ}{KL}$$

$$\frac{5}{4}=\frac{15}{KL}$$

$$KL=\frac{4\times15}{5}=12$$

(7 VS



$\angle QSV \cong \angle RST$

$\angle QVS \cong \angle RTS$

$\Delta QVS \sim \Delta RTS$ وفق مسلمة التشابه AA

$$\frac{VS}{TS}=\frac{QV}{RT}$$

$$\frac{VS}{12}=\frac{5}{3}$$

$$VS=\frac{12\times 5}{3}=20$$

8) **اتّصالات:** طول ظلّ برج اتصالات في لحظة معينة 100 ft . وبجواره لوحة تحذيرية مثبتة على عمود طول ظله في اللحظة ذاتها 3 ft و 4 in . إذا كان ارتفاع عمود 4 ft و 6 in ، فما ارتفاع البرج؟

$$ft=12in$$

$$\frac{100}{(3\times 12+4)}=\frac{x}{(4\times 12+6)}$$

$$\frac{100}{40}=\frac{x}{54}$$

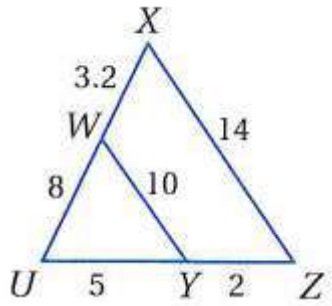
$$x=\frac{100\times 54}{40}=135$$

ارتفاع البرج = 135ft

تدرب وحل المسائل:

حدّد في كل مما يأتي ما إذا كان المثلثان متشابهين أم لا؟ وإذا كانا كذلك، فاكتب عبارة التشابه، وإلّا فحدّد المعلومات الإضافية الكافية لإثبات أنهما متشابهان؟ ووضّح إجابتك.

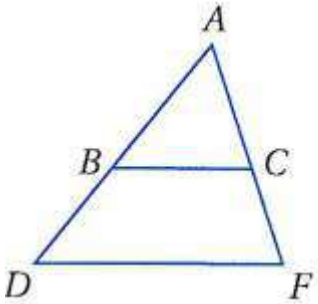
(9



$\frac{XU}{WU}=\frac{11.2}{8}=1.4$ @ $\frac{UZ}{UY}=\frac{7}{5}=1.4$ @ $\frac{XZ}{WY}=\frac{14}{10}=1.4$

نعم؛ $\Delta XUZ \sim \Delta WUY$ وفق نظرية التشابه SSS.

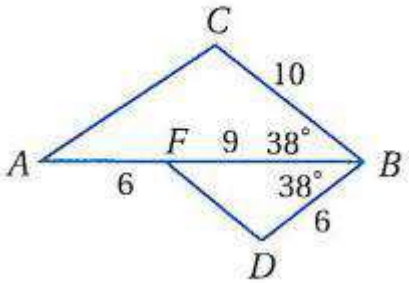
(10



لا؛ يجب أن تكون DF ، BC متوازيان حتى يكون:

$\angle BAC \cong \angle DAF$ حسب مسلمة التشابه AA.

(11



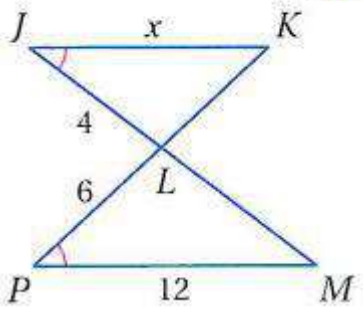
$\angle CBA \cong \angle DBF$

$\frac{CB}{DB}=\frac{10}{6}=\frac{5}{3}$ @ $\frac{BA}{BF}=\frac{15}{9}=\frac{5}{3}$

نعم؛ $\Delta DBF \sim \Delta CBA$ وفق نظرية التشابه SAS.

جبر: عيِّن المثلثين المتشابهين. ثمّ أوجد الطول المطلوب في كل مما يأتي:

(12 JK



$\angle PLM \cong \angle JLK , \angle J \cong \angle P$

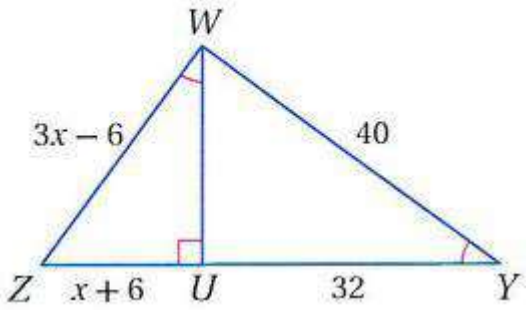
$\Delta JLK \sim \Delta PLM$ حسب مسلمة التشابه AA

$$\frac{JK}{PM} = \frac{JL}{PL}$$

$$\frac{JK}{12} = \frac{4}{6}$$

$$JK = \frac{4 \times 12}{6} = 8$$

(13 WZ, UZ



$\angle WUZ \cong \angle YUW$

$\angle ZWU \cong \angle WYU$

$\Delta WUZ \sim \Delta YUW$ حسب مسلمة التشابه AA

$$WU = \sqrt{(WY)^2 - (YU)^2}$$

$$WU = \sqrt{(40)^2 - (32)^2}$$

$$WU = 24$$

$$\frac{WZ}{YW} = \frac{WU}{YU}$$

$$\frac{3x-6}{40}=\frac{24}{32}$$

$$96x-192=960$$

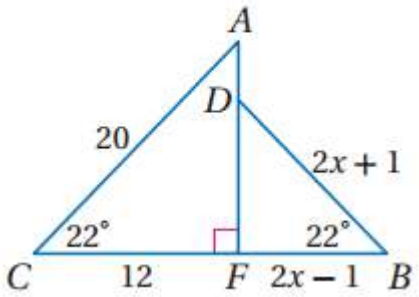
$$96x=1152$$

$$x=12$$

$$WZ=3\times12-6=30$$

$$UZ=12+6=18$$

DB, CB **(14**



$$\angle DFB\cong\angle AFC$$

$$\angle DBF\cong\angle ACF$$

$\Delta AFC \sim \Delta DFB$ حسب مسلمة AA

$$\frac{DB}{AC}=\frac{FB}{FC}$$

$$\frac{2x+1}{20}=\frac{2x-1}{12}$$

$$40x-20=24x+12$$

$$16x=32$$

$$x=2$$

$$DB=2\times2+1=5$$

$$CB=12+2\times2-1=15$$

15) **رياضة:** يقف أيمن بجوار مرمى كرة السلّة. إذا كان طول أيمن 5 ft و 11 in وطول ظلّه 2 ft وكان طول ظل مرمى كرة السلّة 4 ft و 4 in فما ارتفاع المرمى تقريبًا؟

طول أيمن $= 12 \times 5 + 11 = 71\text{ in}$

طول ظله $= 12 \times 2 = 24\text{ in}$

طول ظل المرمى $= 12 \times 4 + 4 = 52\text{ in}$

ارتفاع المرمى x

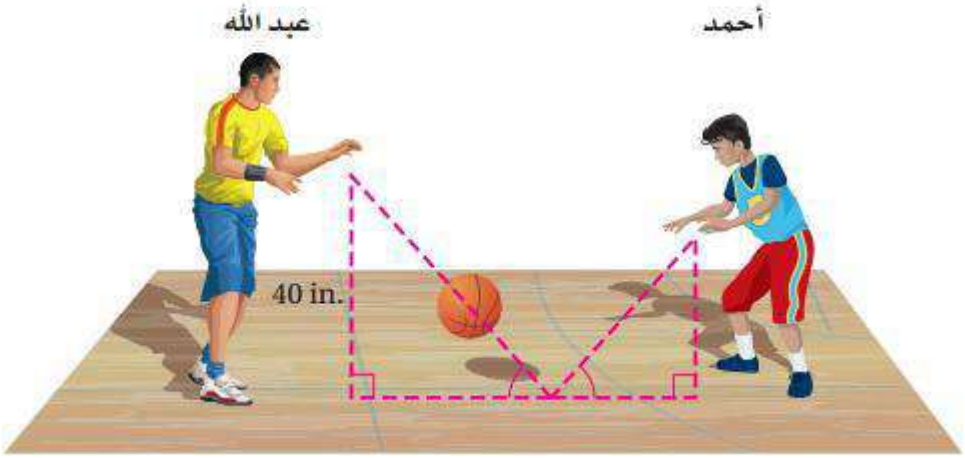
$$\frac{71}{x} = \frac{24}{52}$$

$$x = \frac{71 \times 52}{24} = 153.833\text{ in}$$

$$x = \frac{153.833}{12} = 12.8\text{ ft}$$

ارتفاع المرمى $= 12.8\text{ ft}$

16) **رياضة** رمى عبد الله الكرة لترتد نحو أحمد، فارتطمت بسطح الأرض على بُعد $\frac{2}{3}$ المسافة بينهما، وكانت الزاويتان الناتجتان عن مسار الكرة وسطح الأرض متطابقتين. إذا رمى عبدالله الكرة من ارتفاع 40 in عن سطح الأرض، فعلى أيّ ارتفاع سيلتقطها أحمد؟



$$\frac{x}{40} = \frac{2}{3}$$

$$x = \frac{40 \times 2}{3} = 26.66$$

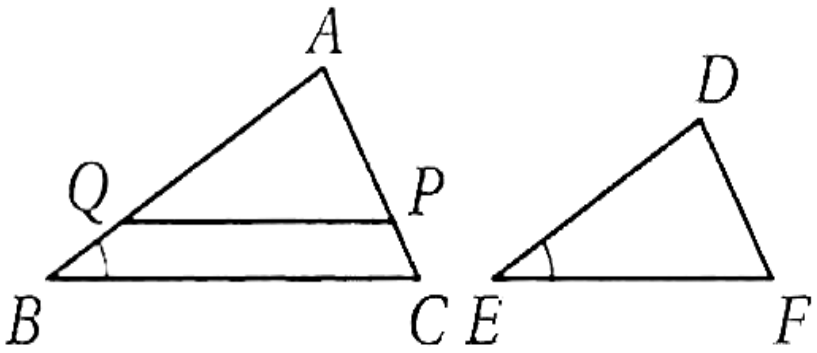
على ارتفاع 26.66in

برهان: اكتب برهانًا ذا عمودين في كل مما يأتي:

17) النظريّة 2.3

المعطيات: $\frac{AB}{DE}=\frac{BC}{EF}$ ، $\angle B \cong \angle E$

المطلوب: $\triangle ABC \sim \triangle DEF$



البرهان: العبارات المبررات

١) $\angle B \cong \angle E$ ، $\frac{AB}{DE}=\frac{BC}{EF}$ معطيات

٢) $\overline{QP} \parallel \overline{BC}$, $\overline{QP} \cong \overline{EF}$ بالرسم.

٣) $\angle AQP \cong \angle B$, $\angle APQ \cong \angle C$ مسلمة الزوايا المتناظرة.

٤) $\angle AQP \cong \angle E$ خاصية التعدي.

٥) $\Delta ABC \sim \Delta AQP$ مسلمة التشابه AA.

٦) $\frac{AB}{AQ}=\frac{BC}{QP}$ تعريف المثلثات المتشابهة.

٧) $AB \cdot QP = AQ \cdot BC$ الضرب التبادلي.

$AB \cdot EF = DE \cdot BC$

٨) $QP = EF$ تعريف تطابق القطع المستقيمة.

٩) $AB \cdot EF = AQ \cdot BC$ بالتعويض.

$AQ \cdot BC = DE \cdot BC$ بالتعويض.

١٠) $AQ = DE$ خاصية القسمة.

١١) $\overline{AQ} \cong \overline{DE}$ تعريف تطابق القطع المستقيمة.

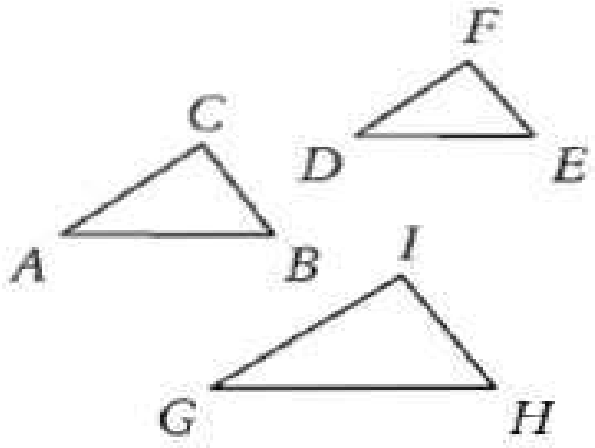
١٢) $\Delta AQP \cong \Delta DEF$

١٣) $\angle APQ \cong \angle F$

١٤) $\angle C \cong \angle F$ خاصية التعدي.

١٥) $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ مسلمة التشابه AA.

18) النظريّة 2.4



خاصية الانعكاس للتشابه.

المطلوب: $\Delta ABC \cong \Delta ABC$

(البرهان):

$\angle A \cong \angle A \ @ \angle B \cong \angle B$

$\Delta ABC \cong \Delta ABC$ حسب مسلمة AA

خاصية التماثل للتشابه

المعطيات: $\Delta ABC \sim \Delta DEF$

المطلوب: $\Delta DEF \sim \Delta ABC$

البرهان: العبارات المبررات

$\Delta ABC \sim \Delta DEF$ معطى.

$\angle A \cong \angle D \ @ \angle B \cong \angle E$ خاصية التماثل.

$\Delta DEF \sim \Delta ABC$ مسلمة التشابه AA.

خاصية التعدي للتشابه

المعطيات: $\Delta ABC \sim \Delta DEF , \Delta DEF \sim \Delta GHI$

المطلوب: $\Delta ABC \sim \Delta GHI$

البرهان: العبارات المبررات

$\Delta ABC \sim \Delta DEF , \Delta DEF \sim \Delta GHI$

$\angle E \cong \angle H \ @ \angle A \cong \angle D \ @ \angle B \cong \angle E \ @ \angle D \cong \angle G$

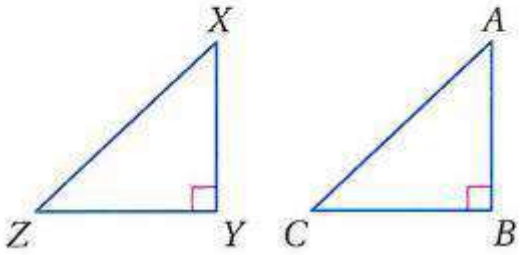
$\angle A \cong \angle G \ @ \angle B \cong \angle H$

$\Delta ABC \sim \Delta GHI$ حسب مسلمة AA

19) **المعطيات:** $\triangle XYZ$ و $\triangle ABC$ قائما الزاوية

$$\frac{XY}{AB}=\frac{YZ}{BC}$$

المطلوب: $\triangle YXZ \sim \triangle BAC$



البرهان: العبارات المبررات.

١) $\Delta ABC, \Delta XYZ$ قائمة الزاوية. (معطى)

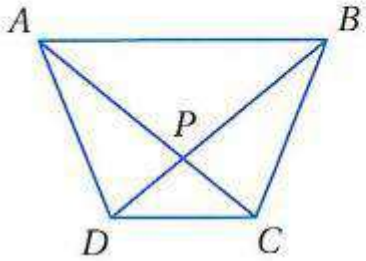
٢) $\angle ABC \cong \angle XYZ$ قائمتان.

٣) $\frac{XY}{AB}=\frac{YZ}{BC}$ معطى

٤) $\Delta ABC \sim \Delta XYZ$ نظرية التشابه SAS.

20) **المعطيات:** $ABCD$ شبه منحرف.

المطلوب: $\frac{DP}{PB} = \frac{CP}{PA}$



البرهان: العبارات المبررات

١) ABCD شبه منحرف.

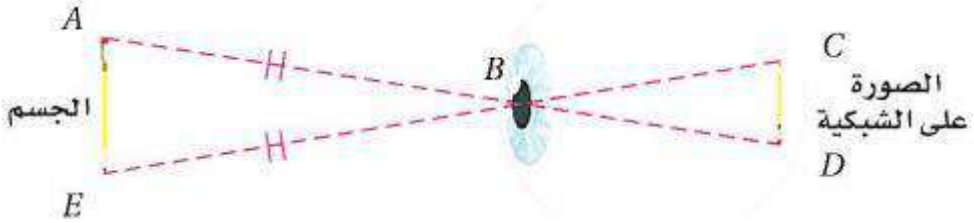
٢) $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$ تعريف شبه المنحرف.

٣) $\angle DCA \cong \angle BAC$ @ $\angle ABD \cong \angle BDC$ نظرية الزوايا المتبادلة داخليا.

٤) $\Delta DCP \sim \Delta BAP$ نظرية التشابه AA.

٥) $\frac{DP}{PB} = \frac{CP}{PA}$ الأضلاع المتناظرة في المثلثين المتشابهين متناسبة.

21) **رؤية:** عندما ننظر إلى جسم فإن صورته تُسْقَطُ على الشبكيّة عبر البؤبؤ. وتكون المسافتان من البؤبؤ إلى أعلى الجسم وأسفله متساويتين، والمسافتان من البؤبؤ إلى أعلى الصورة وأسفلها على الشبكية متساويتين أيضًا. هل المثلثان المتكوّنان بين الجسم والبؤبؤ وبين البؤبؤ والصورة متشابهان؟ وضّح إجابتك.



نعم؛ $\overline{AB} \cong \overline{EB}$ @ $\overline{CB} \cong \overline{DB}$

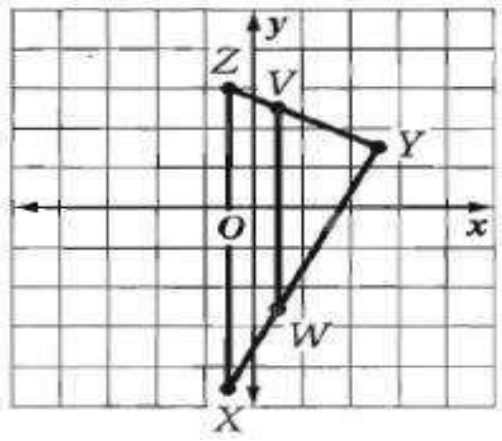
إذن $\frac{AB}{CB} = \frac{EB}{DB}$ و $\angle ABE \cong \angle CBD$

لأن الزاويتين المتقابلتين بالرأس متطابقتان لذلك؛ $\Delta CBD \sim \Delta ABE$ وفق نظرية SAS.

هندسة إحداثيّة: إحداثيات رؤوس المثلثين $\triangle XYZ, \triangle WYV$ هي $X(-1,-9), Y(5,3), Z(-1,6), W(1,-5), V(1,5)$.

22) مثّل المثلثين بيانيًّا، وأثبت أنّ $\triangle WYV \sim \triangle XYZ$.

هندسة احداثيات:



$$XY = \sqrt{12^2 + 6^2} = \sqrt{180} = 6\sqrt{5}$$

$$YZ = \sqrt{3^2 + (-6)^2} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$$

$$ZX = \sqrt{15^2 + 0^2} = \sqrt{15^2} = 15$$

$$VW = \sqrt{10^2 + 0^2} = \sqrt{100} = 10$$

$$WY = \sqrt{8^2 + 4^2} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$$

$$VY = \sqrt{2^2 + (-4)^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$\frac{XY}{WY} = \frac{6\sqrt{5}}{4\sqrt{5}} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{YZ}{YV} = \frac{3\sqrt{5}}{2\sqrt{5}} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{ZX}{VW} = \frac{15}{10} = \frac{3}{2}$$

وبما أن كلاهما $= \frac{3}{2}$ فإن $\Delta XYZ \sim \Delta WYV$ نظرية التشابه SSS.

23) أوجد النسبة بين محيطي المثلثين.

النسبة بين محيطي المثلثين $= \frac{3}{2}$

24) **قياس:** إذا كان $\Delta ABC \sim \Delta JKL$. وطول كل ضلع في ΔJKL يساوي نصف طول الضلع المناظر في ΔABC ، ومساحة ΔABC تساوي $40\,in^2$ ، فما مساحة ΔJKL؟ ما العلاقة بين مساحتي ΔABC ، ΔJKL ، ومعامل التشابه بينهما؟

$$\frac{JK}{AB} = \frac{KL}{BC} = \frac{JL}{AC} = \frac{1}{2}$$

مساحة $\Delta ABC = 40in$

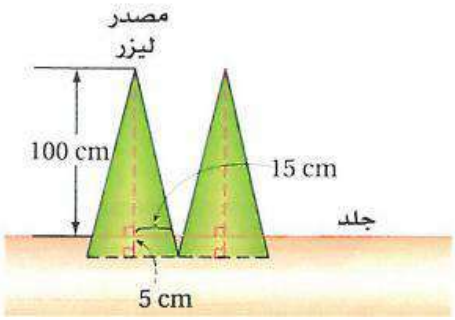
$$\frac{x}{40} = \frac{1}{2}$$

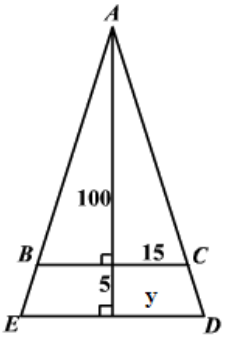
$$x = \frac{40}{2} = 20$$

مساحة $\Delta JKL = 20in^2$

النسبة بين المساحتين تساوي مربع التشابه. ومعامل التشابه $= \frac{1}{2}$

25) **علاج:** استعمل معلومات الربط بالحياة والشكل المجاور لإيجاد المسافة التي يجب أن تفصل بين مصدري أشعة الليزر حتى تكون المنطقتان المعالجتان بكلٍ من المصدرين غير متداخلتين.





الطول الكلي $= 100 + 5 = 105$

المثلثان ABC , AED **متشابهان**

$$\frac{105}{y}=\frac{100}{15}$$

$$105(15)=100(y)$$

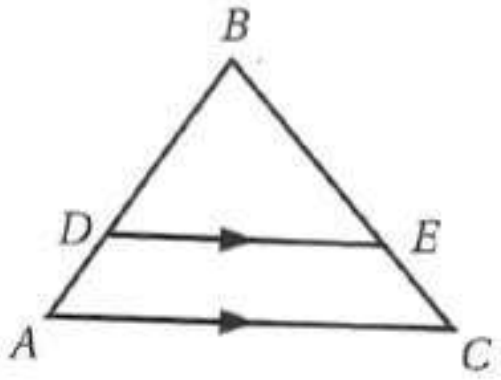
$$y=15.75$$

$$x=2y$$

$$x=2(15.75)=31.5\,\text{cm}$$

26) **تمثيلات متعدّدة:** سوف تستقصي في هذه المسألة الأجزاء المتناسبة لمثلثين.

a) هندسيًّا: ارسم $\triangle ABC$ وارسم $\overline{DE}$ بحيث تكون موازيةً لِـ $\overline{AC}$ كما في الشكل المجاور.



b) جدوليًّا: قس الأطوال AD, DB, CE, EB وسجلها في جدول.

وأوجد النسبتين $\frac{CE}{EB}$ ، $\frac{AD}{DB}$ وسجّلهما في الجدول نفسه.

الأطوال		النسب	
AD	0.9 cm	$\frac{AD}{DB}$	$\frac{1}{2}$
DB	1.8 cm		
CE	1.1 cm	$\frac{CE}{EB}$	$\frac{1}{2}$
EB	2.2 cm		

c) **لفظيًّا:** اكتب تخمينًا حول القطع المستقيمة الناتجة عن مستقيم يوازي أحد أضلاع مثلث ويقطع الضلعين الآخرين.

القطع المستقيمة الناتجة عن مستقيم يوازي أحد أضلاع مثلث ويقطع ضلعيه الآخرين أطوالها متناسبة.

مسائل مهارات التفكير العليا:

27) **اكتب:** بين أوجه الشبه وأوجه الاختلاف بين مسلمة التشابه AA ونظرية التشابه SSS ونظرية التشابه SAS .

مسلمة التشابه AA ونظرية التشابه SSS ونظرية التشابه SAS كلها اختبارات يمكن استعمالها لتحديد ما إذا كان المثلثان متشابهين أم لا. وتستعمل مسلمة التشابه AA عندما يكون معلوما أن زوجين من زوايا المثلثين متطابقان وتستعمل نظرية التشابه SSS عندما تكون أطوال الأضلاع المتناظرة لمثلثين معلومة. وتستعمل نظرية التشابه SAS عندما يكون معلوما أن طولي ضلعين في أحد المثلثين متناسبان مع طولي الضلعين لهما في المثلث الآخر، والزاوية المحصورة بينهما متطابقة في كلا المثلثين.

تحدٍّ: إذا كانت النسبة بين أطوال أضلاع مثلث هي 2:3:4 ومحيطه 54 in ، فأجب عما يلي:

28) إذا كان طول أصغر أضلاع مثلثٍ آخر مشابه هو 16 in، فما طول كلٍّ من الضلعين الآخرين فيه؟

بفرض أن طول الضلعين الأخرين x_2 و x_3

وبما أن المثلثات متشابهة إذا الأضلاع المتناظرة متشابهة

$$2:3:4=16:x_2:x_3$$

$$\frac{2}{16}=\frac{3}{x_2}=\frac{4}{x_3}$$

$$x_2=\frac{3\times16}{2}=24$$

$$x_3=\frac{4\times16}{2}=32$$

29) قارن النسبة بين محيطَي المثلثين ومعامل التشابه بينهما. ماذا تلاحظ؟

محيط المثلث الثاني = مجموع أطوال أضلاعه

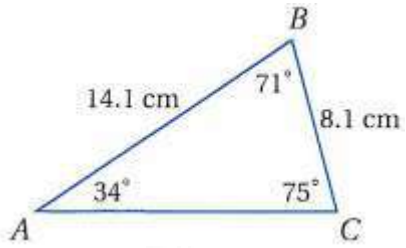
محيط المثلث $=16+24+32=72$

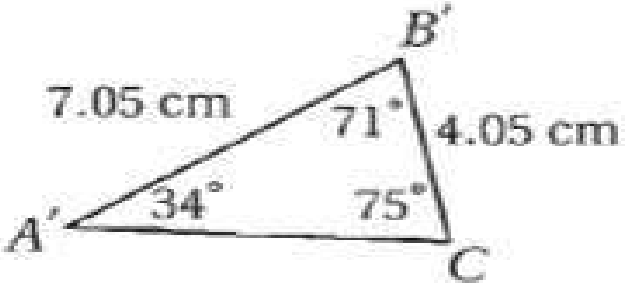
النسبة بين محيطي المثلثين $=\frac{54}{72}=\frac{3}{4}$

30) تبرير: قياسات زوايا مثلثين متشابهين هي: $45°, 85°, 50°$. وأطوال أضلاع أحدهما $3, 4, 5.2$ وحدات وأطوال أضلاع المثلث الآخر $x, x-1.5, x+1.8$ وحدة، أوجد قيمة x.

$$\frac{4}{5.2}=\frac{x}{x+1.8}$$
$$x5.2=4x+7.2$$
$$5.2x-4x=7.2$$
$$1.2x=7.2$$
$$x=\frac{7.2}{1.2}$$
$$x=6$$

31) مسألة مفتوحة: ارسم مثلثًا مشابهًا لِـ $\triangle ABC$ المجاور، ووضح كيف تعرف أنّهما متشابهان.





$\triangle A'B'C' \cong \triangle ABC$ لأن طول كل ضلع يساوي نصف طول الضلع المناظر له وقياسات الزوايا المتناظرة متساوية.

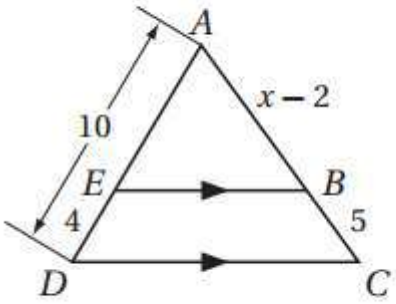
32) اكتب: اشرح طريقة يمكنك استعمالها لرسم مثلث يشابه مثلثًا معلومًا وأطوال أضلاعه مثلا أطوال أضلاع المثلث المعلوم.

أختار ضلعا من أضلاع المثلث الأصلي وأقيس وله وأرسم قطعة مستقيمة طولها يساوي مثلي طول هذا الضلع. ثم أقيس الزاويتين المحصورتين بين الضلع الذي قست طوله في المثلث الأصلي والضلعين الآخرين. وارسم زاويتين مطابقتين للزاويتين للتين أوجدت قياسيهما في المثلث الأصلي عند طرفي القطعة التي

رسمتها وأمد ضلعي الزاويتين الجديدتين حتى تلتقا فيكون المثلث الجديد مشابها للمثلث الأصلي وأبعاده مثلي أبعاد المثلث الأصلي.

تدريب على الاختبار المعياري

33) إجابة مطوّلة: في الشكل أدناه $\overline{EB} \parallel \overline{DC}$.



a) اكتب تناسبًا يمكن استعماله لإيجاد قيمة x.

$$\frac{6}{x-2} = \frac{10}{x+3}$$

b) أوجد قيمة x وطول $\overline{AB}$.

$$\frac{6}{x-2} = \frac{10}{x+3}$$

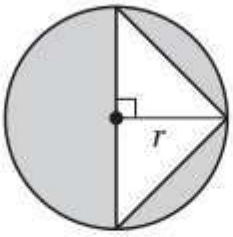
$$10x - 20 = 6x + 18$$

$$4x = 38$$

$$x = 9.5$$

$$\overline{AB} = 9.2 - 2 = 7.2$$

34) جبر: أيٌّ مما يأتي يُمثل مساحة المنطقة المظلّلة؟



A πr^2 **B** $\pi r^2 + r^2$

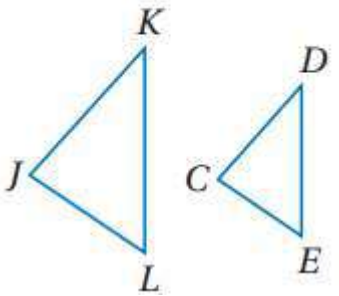
C $\pi r^2 + r$ **D** $\pi r^2 - r^2$

مساحة المنطقة المظللة = D

مراجعة تراكمية

اكتب جميع الزوايا المتطابقة، واكتب تناسبًا يربط الأضلاع المتناظرة للمضلعين في كل مما يأتي:

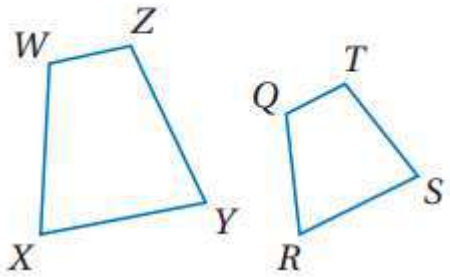
35) $\triangle JKL \sim \triangle CDE$



∠L ≅ ∠E @∠K ≅ ∠D @∠J ≅ ∠C

$$\frac{KL}{DE} = \frac{JK}{CD} = \frac{JL}{CE}$$

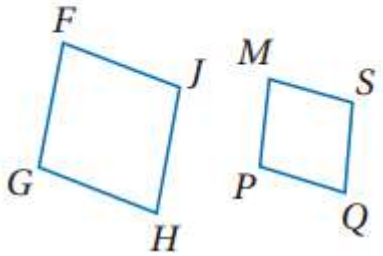
$WXYZ \sim QRST$ **(36**



$\angle Y \cong \angle S$ @ $\angle Z \cong \angle T$ @ $\angle X \cong \angle R$ @ $\angle W \cong \angle Q$

$$\frac{WX}{QR} = \frac{XY}{RS} = \frac{YZ}{ST} = \frac{WZ}{QT}$$

$FGHJ \sim MPQS$ **(37**



$\angle J \cong \angle S$ @ $\angle H \cong \angle Q$ @ $\angle G \cong \angle P$ @ $\angle F \cong \angle M$

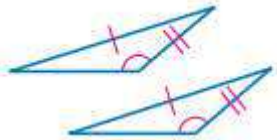
$$\frac{FG}{MP} = \frac{GH}{PQ} = \frac{HJ}{QS} = \frac{FJ}{MS}$$

38) القطع الهندسية السبع: تتكون مجموعة القطع الهندسية السبع (Tangram) في الشكل المجاور من سبع قطع: مربع صغير، مثلثين صغيرين قائِمَي الزاوية ومتطابقين، مثلثين كبيرين قائِمَي الزاوية ومتطابقين، مثلث قائم الزاوية متوسط المقاس، وشكل رباعي. كيف يمكنك أن تتحقق من أن الشكل الرباعي متوازي أضلاع؟ وضّح إجابتك. (الدرس 3-5)

إذا كان زوج من الأضلاع المتقابلة متطابقين ومتوازين. فإن الشكل الرباعي متوازي أضلاع.

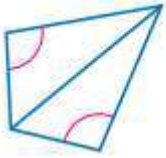
حدّد المسلمة التي يمكن استعمالها لإثبات تطابق المثلثين في كل مما يأتي، واكتب "غير ممكن" في الحالة التي لا يمكنك فيها إثبات التطابق.

(39



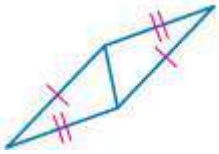
غير ممكن.

(40



غير ممكن.

(41



SSS

استعد للدرس اللاحق

حل كل تناسبٍ ممَّا يأتي:

(42 $\frac{3}{4} = \frac{x}{16}$

$$\frac{3}{4} = \frac{x}{16}$$
$$4x = 3 \times 16$$
$$x = \frac{48}{4} = 12$$

(43 $\frac{x}{10} = \frac{22}{50}$

$$\frac{x}{10} = \frac{22}{50}$$
$$50x = 10 \times 22$$
$$x = \frac{220}{50} = 4.4$$

$\frac{20.2}{88} = \frac{12}{x}$ (44

$$\frac{20.2}{88} = \frac{12}{x}$$

$$20.2\,x = 12 \times 88$$

$$x = \frac{1056}{20.2} = 52.3$$

$\frac{x-2}{2} = \frac{3}{8}$ (45

$$\frac{x-2}{2} = \frac{3}{8}$$

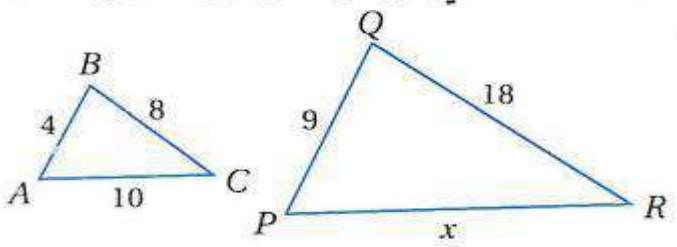
$$8\,x - 16 = 6$$

$$x = \frac{22}{8} = 2.75$$

اختبار منتصف الفصل

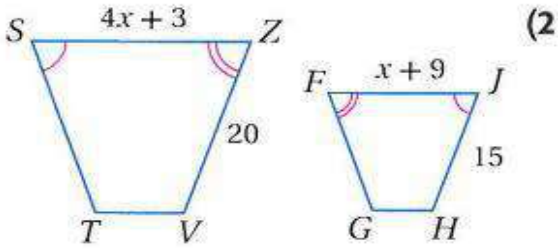
إذا كان المضلعان في كل من السؤالين الآتيين متشابهين. فأوجد قيمة x. (الدرس 1-2)

(1



$$\frac{10}{x} = \frac{4}{9}$$
$$4x = 90$$
$$x = \frac{90}{4} = 22.5$$

(2



$$\frac{4x+3}{x+9} = \frac{20}{15}$$
$$60x + 45 = 20x + 180$$
$$40x = 135$$
$$x = 135 \div 4 = 3.4$$

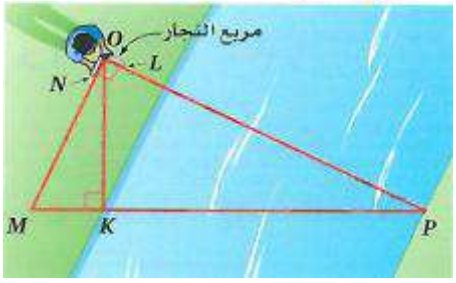
3) **اختيار من متعدّد:** إذا كانت المسافة بين الطائف والدمام على خريطة تساوي 98 cm ، وكان مقياس رسم الخريطة 2.5 cm : 30 km ، فما المسافة الحقيقية بينهما؟

1176 : C

$$\frac{30}{2.5\times100}=\frac{x}{98\times100}$$

$$x=\frac{98\times100\times30}{2.5\times100}=1176$$

4) **قياس:** يستعمل عبدالله زواية النجارين لحساب KP عبر النهر كما في الشكل أدناه، إذا كان: $MK=1.5\,ft$ ، $OK=4.5\,ft$ ، فأوجد المسافة KP عبر النهر. (الدرس 2-6)

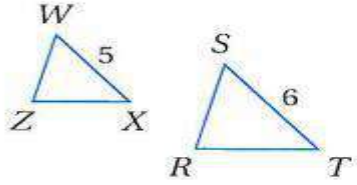


$\Delta POK \sim \Delta OMK$

$$\frac{1.5}{4.5}=\frac{4.5}{PK}$$

$$PK=\frac{4.5\times4.5}{1.5}=13.5\ ft.$$

5) إذا كان $\triangle WZX \sim \triangle SRT$ ، $WX=5$ ، $ST=6$ ، فأوجد محيط $\triangle WZX$ إذا كان محيط $\triangle SRT$ يساوي 18 وحدة. (الدرس 2-2)



$$\frac{WX}{ST}=\frac{5}{6}$$

$$\frac{x}{18} = \frac{5}{6}$$

$$6x = 5 \times 18$$

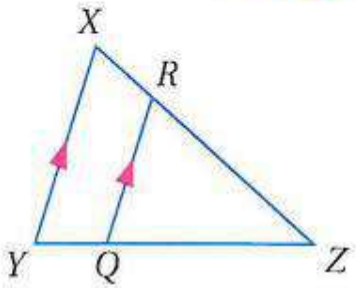
$$x = 90 \div 6 = 15$$

محيط WZX أ = 15 وحدة

حدّد، ما إذا كان المثلثان في السؤالين 6, 7 متشابهين أم لا. وإن كانا كذلك، فاكتب عبارة التشابه. وإلاّ فحدد المعلومات الإضافية الكافية لإثبات أنهما متشابهان، وضح إجابتك.

(الدرس 2-2)

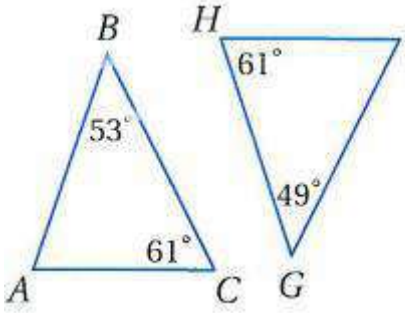
(6



بما أن RQ XY إذن ∠RQZ ≅ ∠XYZ و ∠RZQ ≅ ∠XZY

إذن ΔQRZ ΔYXZ بحسب مسلمة التشابه AA.

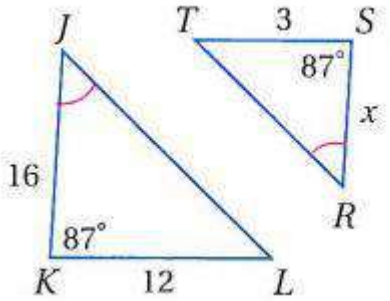
(7



لا؛ الزوايا غير متطابقة. لذلك فالمثلثان غير متشابهين.

جبر أوجد الطول المطلوب في كلّ من السؤالين الآتيين: (الدرس 2-6)

(8 SR



$\Delta JKL \sim \Delta RST$ حسب مسلمة AA

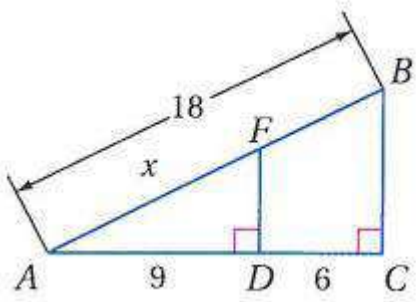
$$\frac{JK}{RS} = \frac{KL}{ST}$$

$$\frac{16}{x} = \frac{12}{3}$$

$$x = \frac{3 \times 16}{12}$$

$$x = 4$$

(9 AF



$\Delta ABC \sim \Delta AFD$ حسب مسلمة AA

$$\frac{AF}{AB} = \frac{AD}{AC}$$

$$\frac{x}{18} = \frac{9}{15}$$

$$x = \frac{9 \times 18}{15}$$

$$x = 10.8$$

المستقيمات المتوازية والأجزاء المتناسبة

6-3

تحقق

1) في الشكل أعلاه، إذا كان $PT = 15, SR = 5, PS = 12.5$ ، فأوجد TQ .

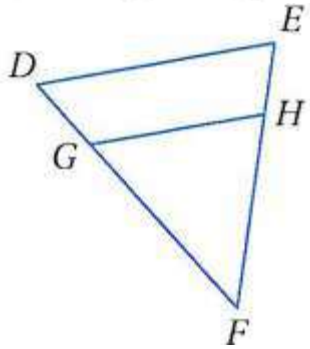
نظرية التناسب في مثلث $\frac{PS}{SR} = \frac{PT}{TQ}$

$\frac{12.5}{5} = \frac{15}{TQ}$

$TQ = \frac{5 \times 15}{12.5}$

$TQ = 6$

2) في الشكل أعلاه، إذا كان $HF = 10, EH = 6, DG = \frac{1}{2} GF$. فهل $\overline{DE} \parallel \overline{GH}$ ؟

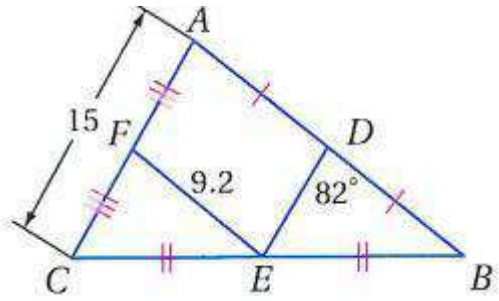


لا ، لأن $\frac{EH}{HF} \neq \frac{DG}{GF}$

$\frac{EH}{HF} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

$\frac{DG}{GF} = \frac{1}{2}$

أوجد كل قياس مما يأتي معتمدًا على الشكل المجاور:



(3A) DE

بما أن $AF = FC$, $AD = DB$ إذن D, F منتصفات مثلث وحسب نظرية

القطعة المنصفة لمثلث $DE \parallel AC$ و $DE = \frac{1}{2} AC$

$$DE = \frac{1}{2} AC$$

$$DE = \frac{15}{2} = 7.5$$

(3B) DB

بما أن $CE = EP$, $AD = DB$ إذن E, F منتصفات مثلث وحسب نظرية

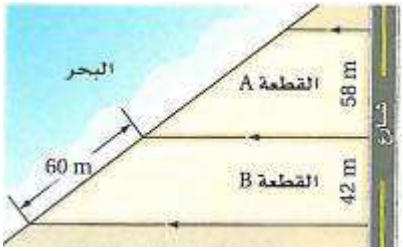
القطعة المنصفة لمثلث $FE \parallel AB$ و $FE = \frac{1}{2} AB$

إذن $DB = 9.2$

(3C) $m\angle FED$

$\angle FED = 82^\circ$ بالتبادل داخليا

4) **عقارات:** واجهة قطعة الأرض هي طول حدها المحاذي لمعْلَم ما مثل شارع أو بحر أو نهر. أوجد الواجهة البحرية للقطعة A إلى أقرب عشر المتر.



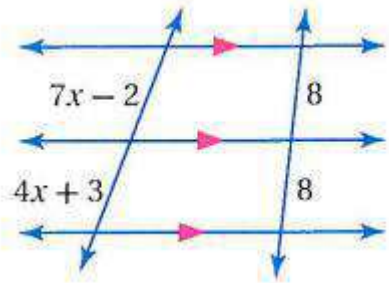
$$\frac{x}{60} = \frac{58}{42}$$

$$x = \frac{60 \times 58}{42}$$

$$x = 82.9$$

الواجهة البحرية للقطعة A = 82.9 m

(5A



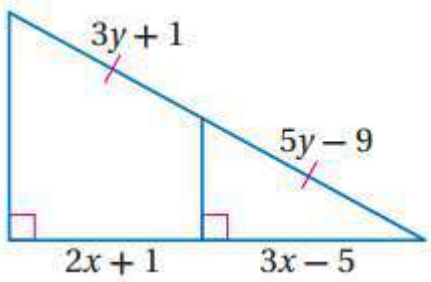
$$\frac{7x - 2}{4x + 3} = \frac{8}{8} = 1$$

$$7x - 2 = 4x + 3$$

$$3x = 5$$

$$x = \frac{5}{3} = 1.7$$

(5B



$$\frac{3x-5}{2x+1}=\frac{1}{1}$$

$$3x-5=2x+1$$

$$x=6$$

$$\frac{3y+1}{5y-9}=\frac{2x+1}{3x-5}$$

$$\frac{3y+1}{5y-9}=\frac{13}{13}=\frac{1}{1}$$

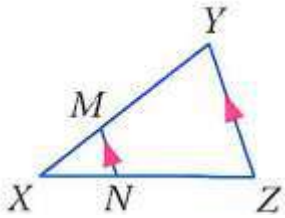
$$3y+1=5y-9$$

$$5y-3y=1+9$$

$$2y=10$$

$$y=5$$

في $\triangle XYZ$ ، إذا كان $\overline{MN} \parallel \overline{YZ}$ ، فأجب عن السؤالين الآتيين:



1) إذا كان $XM = 4 , XN = 6 , NZ = 9$ ، فأوجد XY.

$$\frac{XM}{XY} = \frac{XN}{XZ}$$

$$\frac{4}{XY} = \frac{6}{6+9}$$

$$XY = \frac{4 \times 15}{6}$$

$$XY = 10$$

2) إذا كان $XY = 10 , XM = 2 , XN = 6$ ، فأوجد NZ.

$$\frac{XM}{XY} = \frac{XN}{XZ}$$

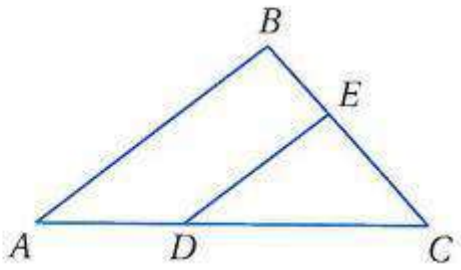
$$\frac{2}{10} = \frac{6}{6 + NZ}$$

$$12 + 2NZ = 60$$

$$2NZ = 48$$

$$NZ = 24$$

3) في $\triangle ABC$ ، إذا كان $BE = 6, BC = 15, AD = 8, DC = 12$. فهل $\overline{DE} \parallel \overline{AB}$ ؟
برّر إجابتك.



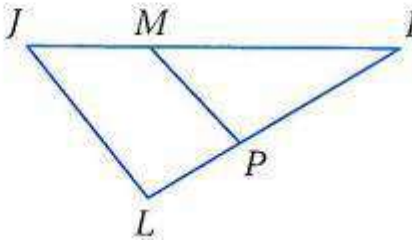
$$\frac{AD}{DC} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{BE}{EC} = \frac{6}{15-6} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{AD}{DC} = \frac{BE}{EC} = \frac{2}{3}$$

بما أن $\frac{AD}{DC} = \frac{BE}{EC}$ إذن $DE \parallel AB$ حسب عكس نظرية التناسب في مثلث

4) في $\triangle JKL$ ، إذا كان $JM = 5, JK = 15, PK = 9, LK = 13$. فهل $\overline{MP} \parallel \overline{JL}$ ؟
برّر إجابتك.



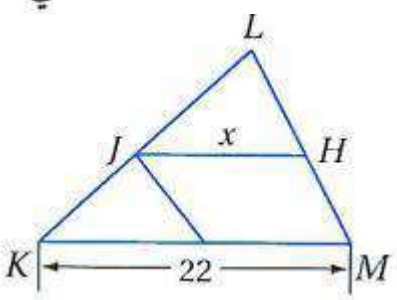
$$\frac{PK}{LK} = \frac{9}{13}$$

$$\frac{KM}{KJ} = \frac{15-5}{15} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$$

لا؛ لأن $\frac{PK}{LK} \neq \frac{KM}{KJ}$

إذا كانت $\overline{JH}$ قطعة منصِّفة في $\triangle KLM$ ، فأوجد قيمة x في السؤالين الآتيين:

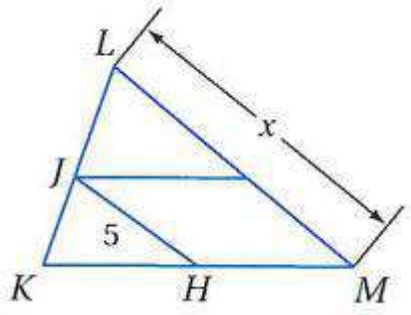
(5



بما أن $\overline{JH}$ قطعة منصفة في ΔKLM فإن $JH = \frac{1}{2}KM$

$$x = \frac{1}{2} \times 22 = 11$$

(6



بما أن $\overline{JH}$ قطعة منصفة في ΔKLM فإن $JH = \frac{1}{2}LM$

$$5 = \frac{1}{2} \times x$$

$$x = 2 \times 5 = 10$$

7) **خرائط:** الشارعان 5 , 3 في الخريطة المجاورة متوازيان. إذا كانت المسافة بين الشارع 3 والمركز التجاري على امتداد شارع أبو عبيدة 3201 m ، فأوجد المسافة بين الشارع 5 والمركز التجاري على امتداد شارع الاتحاد، مقربًا إجابتك إلى أقرب عُشر المتر.

x المسافة بين شارع 3 والمركز التجاري على امتداد شارع الاتحاد.

$$\frac{1162}{1056} = \frac{x}{3201}$$

$$\frac{BA}{CB} = \frac{DE}{CD} = 1$$

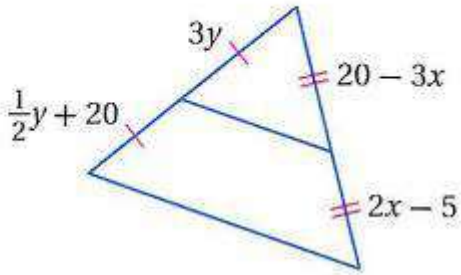
$$x = \frac{1162 \times 3201}{1056}$$

$$x = 3522.3$$

$$2360.3 = 1162 - 3522.3 \ .$$

جبر: أوجد قيمتي x, y في كل من السؤالين الآتيين:

8)



$$2x - 5 = 20 - 3x$$

$$-3x - 2x = -5 - 20$$

$$-5x = -25$$

$$x = 5$$

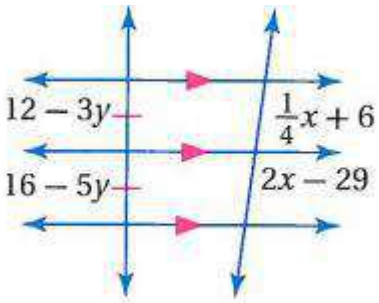
$$3y = 0.5y + 20$$

$$3y - 0.5y = 20$$

$$2.5y = 20$$

$$y = 8$$

(9



$$12 - 3y = 16 - 5y$$

$$-3y + 5y = 16 - 12$$

$$2y = 4$$

$$y = 2$$

$$\frac{1}{4}x + 6 = 2x - 29$$

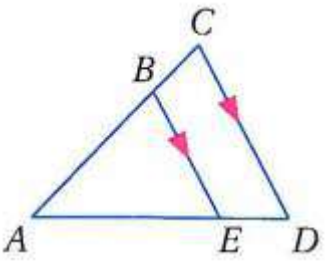
$$2x - \frac{1}{4}x = 6 + 29$$

$$1.75x = 35$$

$$x = 20$$

تدرب وحل المسائل:

في $\triangle ACD$ ، إذا كان $\overline{BE} \parallel \overline{CD}$، فأجب عن السؤالين الآتيين:



10) إذا كان $AE = 9, BC = 4, AB = 6$، فأوجد ED.

$$\frac{AD}{AE} = \frac{AC}{AB}$$

$$\frac{AD}{9} = \frac{10}{6}$$

$$AD = 90 \div 6 = 15$$

$$ED = 15 - 9 = 6$$

11) إذا كان $ED = 5, AC = 16, AB = 12$، فأوجد AE.

$$\frac{AB}{AC} = \frac{AE}{AD}$$

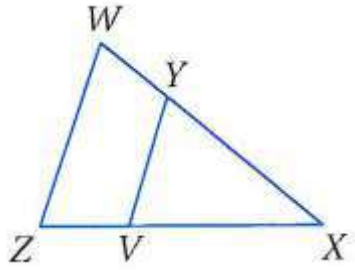
$$\frac{12}{16} = \frac{AE}{5 + AE}$$

$$16AE = 60 + 12AE$$

$$4AE = 60$$

$$AE = 15$$

حدّد ما إذا كان $\overline{VY} \parallel \overline{ZW}$ أم لا، وبرّر إجابتك في كلٍّ من السؤالين الآتيين:



(12 $ZX = 18,\ ZV = 6,\ WX = 24,\ YX = 16$

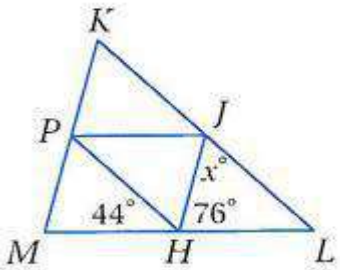
نعم؛ $\frac{ZV}{VX} = \frac{WY}{YX} = \frac{1}{2}$

(13 $WX = 31,\ YX = 21,\ ZX = 4ZV$

لا؛ $\frac{ZV}{VX} \neq \frac{WY}{YX}$

في $\triangle KLM$ ، إذا كانت $\overline{JH}, \overline{JP}, \overline{PH}$ قطعًا منصّفة ، فأوجد قيمة x في كلٍّ من السؤالين الآتيين:

(14

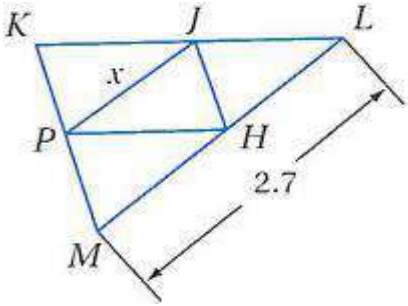


بما أن J , H قطع منصفة إذن JH ∥ KM

$\angle LJH = \angle JHP$ بالتبادل داخليا

$\angle LJH = 180 - (76 + 44) = 60^\circ$

(15



بما أن J , P قطع منصفة إذن JP ∥ LM

$$JP = \frac{1}{2} LM$$

$$x = \frac{1}{2} \times 2.7 = 1.35$$

16) **خرائط:** المسافة من مدخل الحديقة إلى طريق المشاة على امتداد الطريق المرصوف 880 m. إذا كان طريق المشاة يوازي الطريق الترابي، فأوجد المسافة من مدخل الحديقة إلى طريق المشاة على امتداد منطقة الأشجار.

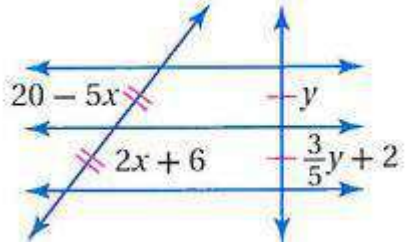
بفرض أن المسافة من مدخل الحديقة إلى طريق المشاة = x

$$\frac{880}{1408} = \frac{x}{1760}$$

$$x = \frac{1760 \times 880}{1408} = 1100\text{m}$$

جبر: أوجد قيمة كل من x, y في السؤالين الآتيين:

17)



$2x + 6 = 20 - 5x$

$2x + 5x = 20 - 6$

$7x = 14$

$x = 2$

نتيجة 2.2

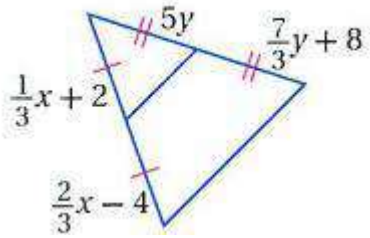
$$y = \frac{3}{5}y + 2$$

$$y - \frac{3}{5}y = 2$$

$$\frac{2}{5}y = 2$$

$$y = 5$$

(18



نتيجة 2.2

$$5y = \frac{7}{3}y + 8$$

$$5y - \frac{7}{3}y = 8$$

$$\frac{8}{3}y = 8$$

$$y = 3$$

$$\frac{1}{3}x + 2 = \frac{2}{3}x - 4$$

$$\frac{2}{3}x - \frac{1}{3}x = 2 + 4$$

$$\frac{1}{3}x = 6$$

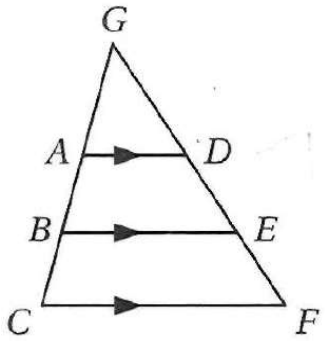
$$x = 18$$

برهان: اكتب برهانًا حرًّا لكلّ مما يأتي:

19) النتيجة 2.1

المعطيات: $\overline{AD} \parallel \overline{BE} \parallel \overline{CF}$

المطلوب: $\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$ =



البرهان:

في ΔGBE ، $\overline{AD} \parallel \overline{BE}$. ومن نظرية التناسب في المثلث يكون

$$\frac{GA}{GD} = \frac{AB}{DE}$$

وفي ΔGCF، $\overline{BE} \parallel \overline{CF}$. ومن نظرية التناسب في المثلث يكون

$$\frac{GB}{GE} = \frac{BC}{EF}$$

ولأن $\Delta GBE \sim \Delta GAD$ فإن:

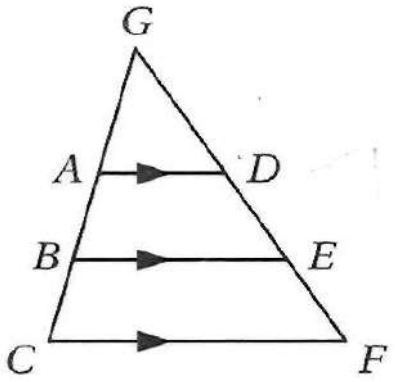
$$\frac{GA}{GD} = \frac{GB}{GE}$$

وبالتعويض $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$ أي أن $\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$

20) النتيجة 2.2

المعطيات: $AB \equiv BC$, $DE \equiv EF$

المطلوب: $DE \equiv EF$



البرهان:

من النتيجة 2.1، $\frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF}$.

وبما أن $AB \equiv BC$ ، فإن $AB = BC$ حسب تعريف التطابق.

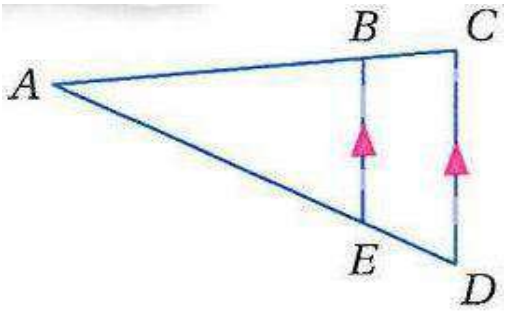
إذن $\frac{AB}{BC} = 1$ ؛ وبالتعويض $\frac{DE}{EF} = 1$ لذلك $DE = EF$

ومن تعريف التطابق يكون $DE \equiv EF$

21) النظرية 2.5

المعطيات: $BE \parallel CD$

المطلوب: $\frac{BC}{AB} = \frac{ED}{AE}$



البرهان:

$\angle ADC \equiv \angle AEB$ لأنها زوايا متناظرة.

$\angle ACD \equiv \angle ABE$

$\triangle ADC \sim \triangle AEB$ من مسلمة التشابه AA

$\frac{AC}{AB} = \frac{AD}{AE}$ من تعريف المضلعين المتشابهين

$AC = AB + BC$, $AD = AE + ED$

وبالتعويض $\frac{AB + BC}{AB} = \frac{AE + ED}{AE}$

بتوزيع البسط على المقام $\frac{AB}{AB} + \frac{BC}{AB} = \frac{AE}{AE} + \frac{ED}{AE}$

وبالتبسيط $1 + \frac{BC}{AB} = 1 + \frac{ED}{AE}$

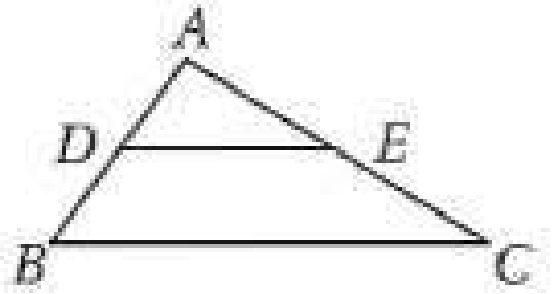
بطرح 1 من الطرفين ينتج $\frac{BC}{AB} = \frac{ED}{AE}$

برهان: اكتب برهانًا ذا عمودين للنظريتين الآتيتين:

22) النظرية 2.6

المعطيات: $\frac{DB}{AD}=\frac{EC}{AE}$

المطلوب: $DE \parallel BC$



البرهان: العبارات (المبررات)

$\frac{DB}{AD}=\frac{EC}{AE}$ (معطى)

$\frac{AD}{AD}+\frac{DB}{AD}=\frac{AE}{AE}+\frac{EC}{AE}$ (خاصية الإضافة)

$\frac{AD+DB}{AD}=\frac{AE+EC}{AE}$ (بالجمع)

$AB=AD+DB,\ AC=AE+EC$ (مسلمة جمع القطع المستقيمة)

$\frac{AB}{AD}=\frac{AC}{AE}$ (بالتعويض)

$\angle A\equiv\angle A$ (خاصية الانعكاس)

$\Delta ADE \sim \Delta ABC$ (نظرية التشابه SAS)

$\angle ADE\equiv\angle ABC$ (تعريف المضلعين المتشابهين)

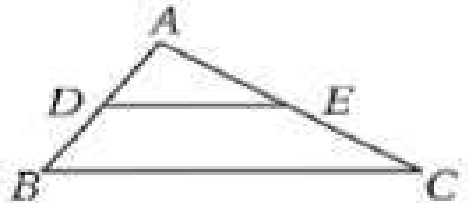
$\angle AED\equiv\angle ACB$ (تعريف المضلعين المتشابهين)

$DE \parallel BC$ (إذا تطابقت الزوايا المتناظرة فإن المستقيمين متوازيان)

23) النظرية 2.7

المعطيات: D نقطة منتصف AB، E نقطة منتصف AC.

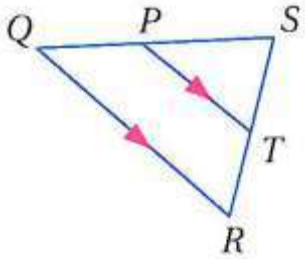
المطلوب: $DE \parallel BC \ , DE = \frac{1}{2} BC$



البرهان: العبارات (المبررات)

1) D نقطة منتصف AB، E نقطة منتصف AC. (معطيات)
2) $AD \equiv DB \, , \, AE \equiv EC$ (تعريف نقطة المنتصف)
3) $AD = DB \, , \, AE = EC$ (تعريف القطعتين المتطابقتين)
4) $AB = AD + DB \, , \, AC = AE + EC$ (مسلمة جمع القطع المستقيمة)
5) $AB = AD + AD \, , \, AC = AE + AE$ (بالتعويض)
6) $AB = 2AD \, , \, AC = 2AE$ (بالجمع)
7) $\frac{AB}{AD} = 2 \ @ \frac{AC}{AE} = 2$ (خاصية القسمة)
8) $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$ (خاصية التعدي)
9) $\angle A \equiv \angle A$ (خاصية الانعكاس)
10) $\Delta ADE \parallel \Delta ABC$ (نظرية التشابه SAS)
11) $\angle ADE \equiv \angle ABC$ (تعريف المضلعين المتشابهين)
12) $DE \parallel BC$ (إذا تطابقت الزوايا المتناظرة فإن المستقيمين متوازيان)
13) $\frac{BC}{DE} = \frac{AB}{AD}$ (تعريف المضلعين المتشابهين)
14) $\frac{BC}{DE} = 2$ (خاصية التعويض)
15) $2DE = BC$ (بالضرب)
16) $DE = \frac{1}{2} BC$ (بالقسمة)

استعمل $\triangle QRS$ للإجابة عن السؤالين الآتيين:



24) إذا كان $ST = 8, TR = 4, PT = 6$، فأوجد QR.

بما أن $\overline{PT} \parallel \overline{QR}$ إذن $\angle STP = \angle SRQ, \angle SPT = \angle SQR$

إذن $\Delta QSR \sim \Delta PST$

$$\frac{ST}{SR} = \frac{PT}{QR}$$

$$\frac{8}{8+4} = \frac{6}{QR}$$

$$QR = \frac{6 \times 12}{8}$$

$$QR = 9$$

25) إذا كان $SP = 4, PT = 6, QR = 12$، فأوجد SQ.

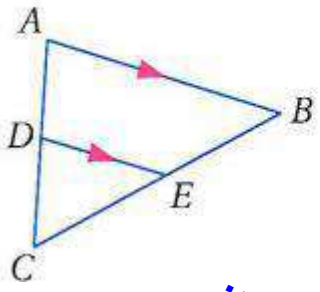
$$\frac{PS}{QS} = \frac{ST}{SR} = \frac{PT}{QR}$$

$$\frac{4}{QS} = \frac{6}{12}$$

$$QS = \frac{4 \times 12}{6}$$

$$QS = 8$$

26) إذا كان $CE = t-2, EB = t+1, CA = 10, CD = 2$ ، فأوجد قيمة كل من CE, t .



بما أن $DE \parallel AB$ إذن $\angle CED = \angle CBA$ و $\angle CDE = \angle CAB$

$\Delta ECD \sim \Delta BCA$

$$\frac{EC}{BC} = \frac{CD}{CA} = \frac{ED}{BA}$$

$$\frac{t-2}{t-2+t+1} = \frac{2}{10}$$

$$10t - 20 = 2t - 4 + 2t + 2$$

$$10t - 20 = 4t - 2$$

$$10t - 4t = -2 + 20$$

$$6t = 18$$

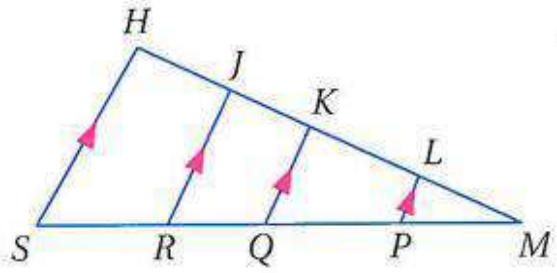
$$t = 3$$

$$CE = t - 2$$

$$CE = 1$$

(27 إذا كان $KJ = 2, PQ = 6, MP = 3, LK = 4, LP = 2, RS = 6$ ، فأوجد قيمة كل من

ML, QR, QK, JH



بما أن $\overline{HS} \parallel \overline{JR} \parallel \overline{KQ} \parallel \overline{LP}$

$$\frac{MP}{PQ} = \frac{QR}{RS} = \frac{ML}{KL} = \frac{JK}{JH}$$

$$\frac{3}{6} = \frac{QR}{6} = \frac{ML}{4} = \frac{2}{JH}$$

$$QR = \frac{6 \times 3}{6} = 3$$

$$JH = \frac{2 \times 6}{3} = 4$$

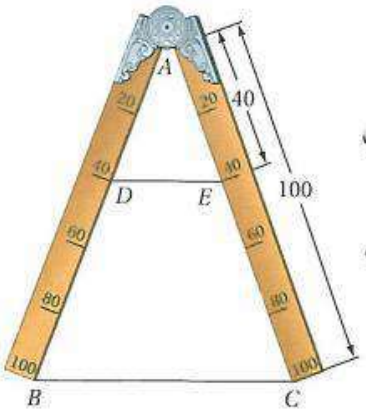
$$ML = \frac{3 \times 4}{6} = 2$$

$\triangle QMK \sim \triangle PML$

$$\frac{QM}{PM} = \frac{MK}{ML} = \frac{QK}{PL}$$

$$\frac{QM}{3} = \frac{4+2}{2} = \frac{QK}{2}$$

$$QK = \frac{2 \times 6}{2} = 6$$



28) تاريخ الرياضيات: ابتكر جاليلو الفرجار في القرن السادس عشر الميلادي لاستعماله في القياس. ولرسم قطعة مستقيمة طولها يساوي خُمسي طول قطعة معلومة، اجعل نهايتي ساقي الفرجار عند طرفي القطعة المعلومة، ثم ارسم قطعة مستقيمة بين علامتي 40 على ساقي الفرجار. بيِّن أن طول $\overline{DE}$ يساوي خمسي طول $\overline{BC}$.

$\Delta ABC \sim \Delta ADE$ نظرية التشابه SAS

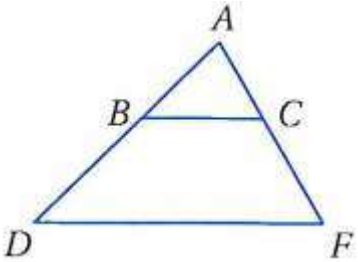
$\frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB}$ تعريف المثلثين المتشابهين

$\frac{DE}{BC} = \frac{40}{100}$ بالتعويض

$\frac{DE}{BC} = \frac{2}{5}$ بالتبسيط

$DE = \frac{2}{5} BC$ بالضرب

أوجد قيمة x بحيث يكون $\overline{BC} \parallel \overline{DF}$.



29) $AB = x + 5, BD = 12, AC = 3x + 1, CF = 15$

بما أن $BC \parallel DF$

$\frac{AC}{CF} = \frac{AB}{BD}$

$\frac{3x+1}{15} = \frac{x+5}{12}$

$15x + 75 = 36x + 12$

$36x - 15x = 75 - 12$

$21x = 63$

$x = 3$

30) $AC = 15, BD = 3x - 2, CF = 3x + 2, AB = 12$

$$\frac{AC}{CF} = \frac{AB}{BD}$$

$$\frac{15}{3x+2} = \frac{12}{3x-2}$$

$$45x - 30 = 36x + 24$$

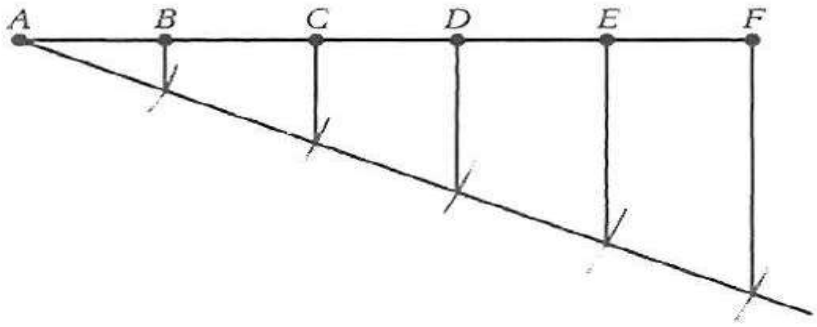
$$45x - 36x = 24 + 30$$

$$9x = 54$$

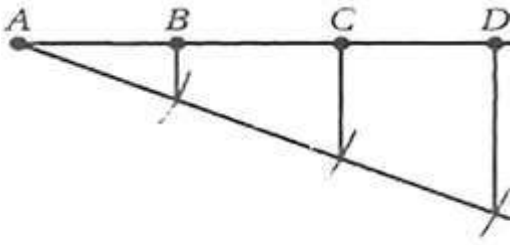
$$x = 6$$

إنشاءات هندسية : أنشئ كل قطعة مستقيمة فيما يأتي وفق التعليمات التالية:

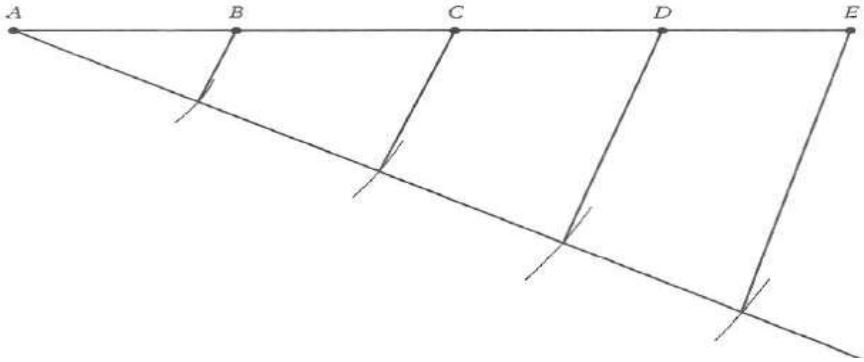
31) قطعة مستقيمة مقسّمة إلى خمس قطع متطابقة.



32) قطعة مستقيمة مقسّمة إلى قطعتين النسبة بين طوليهما 1 إلى 3.

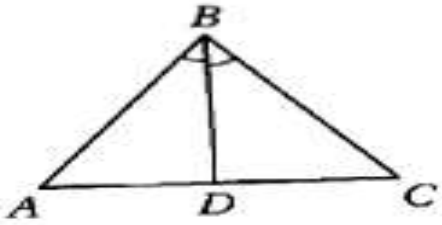


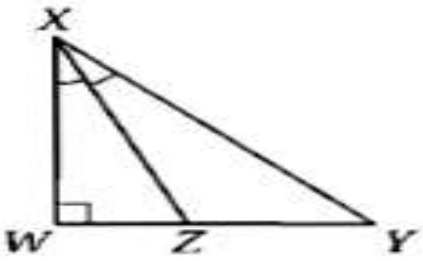
33) قطعة مستقيمة طولها 11 cm ، ومقسمة إلى أربع قطع متطابقة.

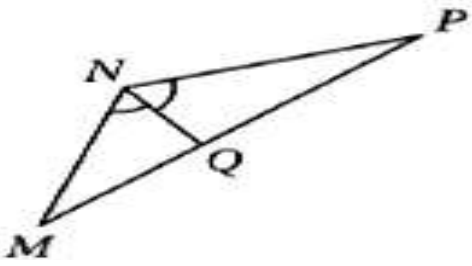


34) **تمثيلات متعددة:** سوف تستكشف في هذه المسألة تناسبات مرتبطة بمنصفات زوايا المثلث.

a) هندسيًا: ارسم ثلاثة مثلثات: حادّ الزوايا، وقائم الزاوية، ومنفرج الزاوية. وسمِّ أحدها ABC وارسم $\overrightarrow{BD}$ منصّفًا لِـ $\angle B$. وسمِّ الثاني MNP وارسم $\overrightarrow{NQ}$ منصّفًا لِـ $\angle N$ ، وسمِّ الثالث WXY وارسم $\overrightarrow{XZ}$ منصّفًا لِـ $\angle X$.







b) **جدوليًا :** أكمل الجدول المجاور بالقيم المناسبة.

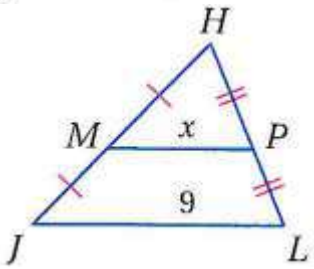
المثلث	الطول		النسبة	
ABC	AD	1.1 cm	$\frac{AD}{CD}$	1.0
	CD	1.1 cm		
	AB	2.0 cm	$\frac{AB}{CB}$	1.0
	CB	2.0 cm		
MNP	MQ	1.4 cm	$\frac{MQ}{PQ}$	0.8
	PQ	1.7 cm		
	MN	1.6 cm	$\frac{MN}{PN}$	0.8
	PN	2.0 cm		
WXY	WZ	0.8 cm	$\frac{WZ}{YZ}$	0.7
	YZ	1.2 cm		
	WX	2.0 cm	$\frac{WX}{YX}$	0.7
	YX	2.9 cm		

c) **لفظيًا :** اكتب تخمينًا حول القطعتين المستقيمتين اللتين ينقسم إليهما ضلع مثلث عند رسم منصّف للزاوية المقابلة لذلك الضلع.

النسبة بين طولي القطعتين اللتين ينقسم إليها ضلع مثلث عند رسم منصف للزاوية المقابلة لذلك الضلع تساوي النسبة بين طولي الضلعين المجاورين للقطعتين على الترتيب.

مسائل مهارات التفكير العليا:

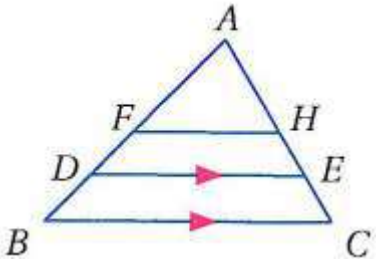
35) **اكتشف الخطأ:** يجد كل من أسامة وسلطان قيمة x في $\triangle JHL$. يقول أسامة: إنّ MP يساوي نصف JL؛ إذن x تساوي 4.5. ويقول سلطان: إن JL يساوي نصف MP؛ إذن x تساوي 18. هل إجابة أي منهما صحيحة؟ وضّح إجابتك.



أسامة؛ بما أن MP قطعة منصفة فإن

$$MP = \frac{1}{2}JL$$

36) **تبرير:** في $\triangle ABC$، إذا كان $AF = FB, AH = HC$، $DA = \frac{3}{4}AB, EA = \frac{3}{4}AC$، فهل $DE = \frac{3}{4}BC$ دائمًا أو أحيانًا أو لايساويه أبدًا؟



دائماً؛ FH قطعة منصفة افرض أن $BC = x$ فيكون $FH = \frac{1}{2}x$. وبما أن FHCB شبه منحرف فإن:

$$DE = \frac{1}{2}(BC + FH) = \frac{1}{2}(x + \frac{1}{2}x)$$

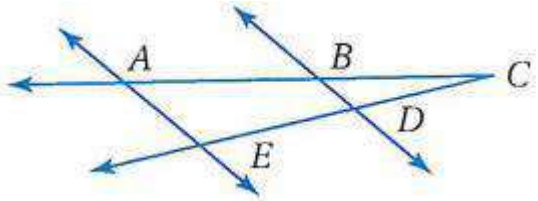
$$= \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x = \frac{3}{4}x$$

لذلك، $DE = \frac{3}{4}BC$.

37) **تحدّ:** اكتب برهانًا ذا عمودين.

المعطيات: $AB = 4 , BC = 4 , CD = DE$

المطلوب: إثبات أن $\overline{BD} \parallel \overline{AE}$



البرهان: العبارات (المبررات)

1) $AB = 4, BC = 4$ (معطيات)

2) $AB = BC$ (بالتعويض)

3) $AB + BC = AC$ (مسلمة جمع القطع المستقيمة)

4) $BC + BC = AC$ (بالتعويض)

5) $2BC = AC$ (بالجمع)

6) $AC = 2BC$ (خاصية التماثل)

7) $\frac{AC}{BC} = 2$ (بالقسمة)

8) $ED = DC$ (معطى)

9) $EC + DC = EC$ (مسلمة جمع القطع المستقيمة)

10) $DC + DC = EC$ (بالتعويض)

11) $2DC = EC$ (بالجمع)

12) $2 = \frac{EC}{DC}$ (خاصية القسمة)

13) $\frac{AC}{BC} = \frac{EC}{DC}$ (خاصية التعدي)

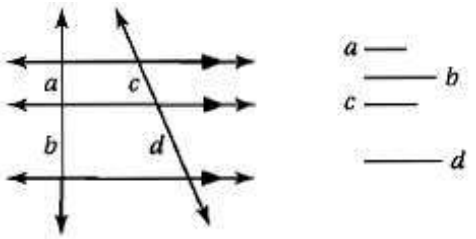
14) $\angle C \cong \angle C$ (خاصية الانعكاس)

15) $\Delta ACE \cong \Delta BCD$ (نظرية التشابه SAS)

16) $\angle CAE \cong \angle CBD$ (تعريف المضلعين المتشابهين)

17) $BD \parallel AE$ (إذا تطابقت الزوايا المتناظرة فإن المستقيمين متوازيان)

38) **مسألة مفتوحة:** ارسم ثلاث قطع مستقيمة أطوالها مختلفة a, b, c . وارسم قطعة رابعة طولها d ، بحيث يكون $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$



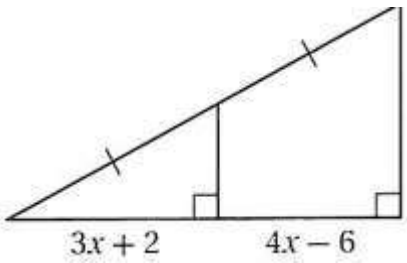
حسب النتيجة 6.1، $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

39) **اكتب:** قارن بين نظرية التناسب للمثلث ونظرية القطعة المنصّفة للمثلث.

النظريتان تبحثان في المستقيمات المتوازية داخل المثلث. ونظرية القطعة المنصفة حالة خاصة لعكس نظرية التناسب.

تدريب على الاختبار المعياري

40) **إجابة قصيرة:** ما قيمة x؟

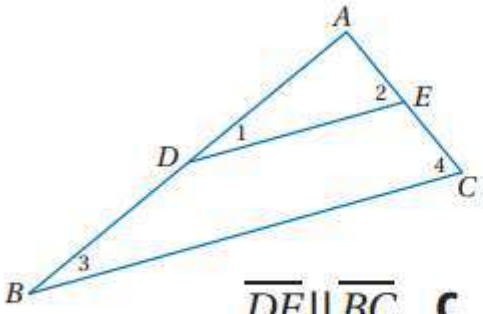


$$3x + 2 = 4x - 6$$

$$4x - 3x = 2 + 6$$

$$x = 8$$

41) في $\triangle ABC$، إذا كانت $\overline{DE}$ قطعة منصّفة، فأي العبارات التالية غير صحيحة؟



A $\angle 1 \cong \angle 4$

B $\triangle ABC \sim \triangle ADE$

C $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$

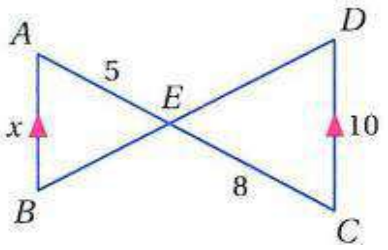
D $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$

A : $\angle 1 \cong \angle 4$

مراجعة تراكمية

جبر: اذكر النظرية أو المسلمة التي تبرر تشابه المثلثين، واكتب عبارة التشابه، ثم أوجد أطوال القطع المذكورة في كلٍّ ممَّا يأتي:

(42 $\overline{AB}$



$\Delta ABE \cong \Delta CDE$ بحسب مسلمة التشابه AA

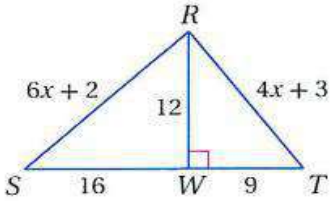
$$\frac{AB}{CD} = \frac{BE}{DE} = \frac{AE}{CE}$$

$$\frac{x}{10} = \frac{BE}{DE} = \frac{5}{8}$$

$$x = \frac{5 \times 10}{8} = 6.25$$

$$\overline{AB} = 6.25$$

(43 $\overline{RT}, \overline{RS}$



$\Delta TRW \cong \Delta RSW$ بحسب نظرية التشابه SAS؛

$$\frac{RS}{TR}=\frac{SW}{RW}=\frac{RW}{TW}$$

$$\frac{6x+2}{4x+3}=\frac{16}{12}=\frac{12}{9}$$

$$54x+18=48x+36$$

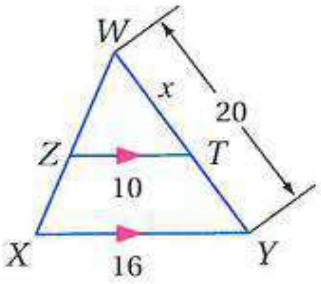
$$6x=36-18$$

$$6x=18 \quad , \quad x=3$$

$$RS=6x+2=18+2=20$$

$$RT=4x+3=15$$

$\overline{TY}$ (44



$\Delta WZT \sim \Delta WXY$ بحسب مسلمة التشابه AA لأن $ZT \parallel XY$

إذن $\angle WTZ = \angle WYX$ و $\angle WZT = \angle WXY$ ؛

$$\frac{WZ}{WX}=\frac{ZT}{XY}=\frac{WT}{WY}$$

$$\frac{WZ}{WX}=\frac{10}{16}=\frac{x}{20}$$

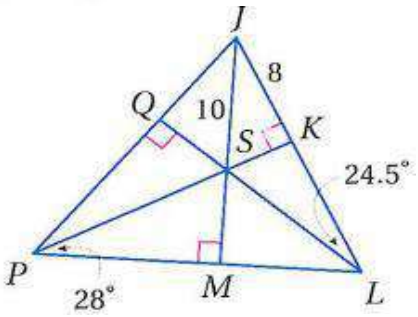
$$x=\frac{20\times 10}{16}=12.5$$

$$TY=WY-WT$$

$$TY=20-12.5$$

$$TY=7.5$$

إذا كانت النقطة S مركز الدائرة الداخليةِ لِـ $\triangle JPL$. فأوجد كل قياس مما يأتي:



(45 SQ

بما أن S مركز الدائرة الداخلية لـ ΔJPL إذن $SK = QS = SM$

$$(SK)^2 = (JS)^2 - (JK)^2$$

$$(SK)^2 = (10)^2 - (8)^2 = 36$$

$$SK = 6 = SQ = 6$$

(46 QJ

$$(QJ)^2 = (JS)^2 - (SQ)^2$$

$$(QJ)^2 = (10)^2 - (6)^2 = 64$$

$$QJ = 8$$

(47 $m\angle MPQ$

$$\angle MPQ = 2 \times 28 = 56^\circ$$

(48 $m\angle SJP$

$$\angle SJP = 180 - (90 + 56) = 34^\circ$$

استعد للدرس اللاحق

حُل كل تناسب مما يأتي.

(49 $\frac{1}{3}=\frac{x}{2}$

$3x=2$

$x=\frac{2}{3}$

(50 $\frac{3}{4}=\frac{5}{x}$

$3x=20$

$x=6.7$

(51 $\frac{2.3}{4}=\frac{x}{3.7}$

$4x=8.51$

$x=2.1$

(52 $\frac{x-2}{2}=\frac{4}{5}$

$5(x-2)=8$

$5x-10=8$

$5x=8+10$

$5x=18$

$x=3.6$

(53 $\frac{x}{12-x}=\frac{8}{3}$

$96-8x=3x$

$3x+8x=96$

$x=8.72$

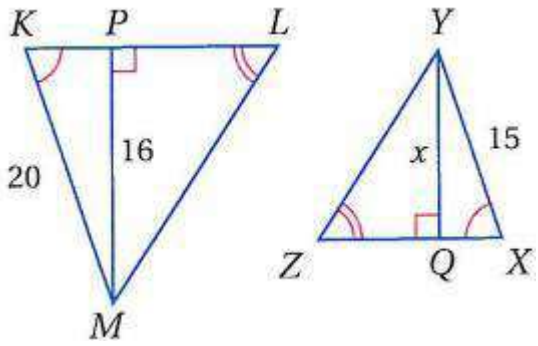
عناصر المثلثات المتشابهة

6-4

تحقق

أوجد قيمة x في كل من السؤالين الآتيين.

(1A



$\Delta KLM \sim \Delta ZYX$

إذا تشابه مثلثين فإن النسبة بين كل ارتفاعين متناظرين تساوي النسبة بين أطوال الأضلاع المتناظرة

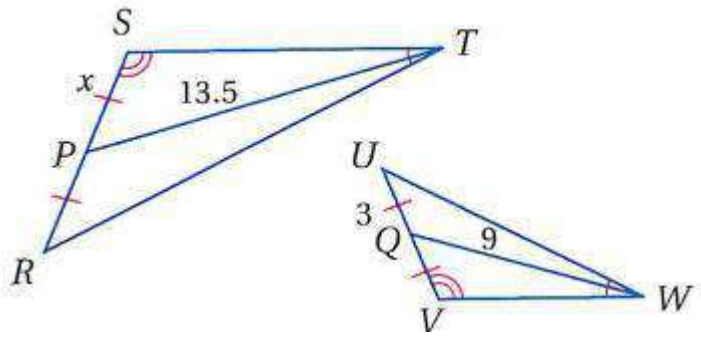
$$\frac{YQ}{PM} = \frac{YX}{KM}$$

$$\frac{x}{16} = \frac{15}{20}$$

$$x = \frac{15 \times 16}{20}$$

$$x = 12$$

(1B



ΔWVU ~ ΔRST

إذا تشابه مثلثان فإن النسبة بين طولي القطعتين المنصفتين لكل زاويتين متناظرتين تساوي النسبة بين أطوال الأضلاع المتناظرة.

$$\frac{WQ}{TP} = \frac{VU}{RS}$$

$$\frac{9}{13.5} = \frac{6}{2x}$$

$$x = \frac{3 \times 13.5}{9}$$

$$x = 4.5$$

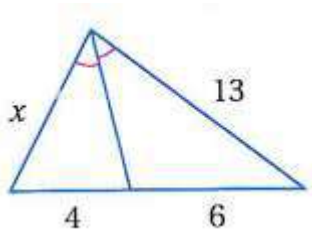
2) **حدائق:** حديقتان بجوارهما نافورة. إذا كانت الحديقتان تشكلان مثلثين متشابهين، فأوجد المسافة من مركز النافورة إلى الضلع الأطول في حديقة الفُلّ.

$$\frac{x}{7.8} = \frac{2.7}{6}$$

$$x = \frac{7.8 \times 2.7}{6}$$

$$x = 3.51m$$

(3A

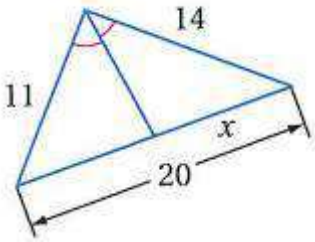


$$\frac{6}{4}=\frac{13}{x}$$

$$x=\frac{13\times 4}{6}$$

$$x=8.7$$

(3B



$$\frac{x}{20-x}=\frac{14}{11}$$

$$11x=280-14x$$

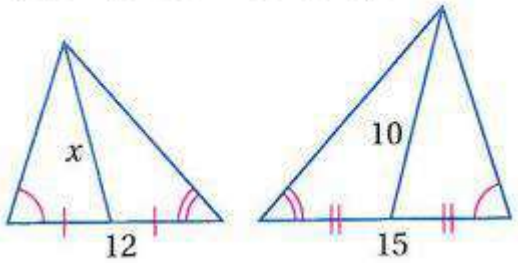
$$11x+14x=280$$

$$25x=280$$

$$x=11.2$$

أوجد قيمة x في كل من السؤالين الآتيين:

(1



المثلثان متشابهان حسب مسلمة AA

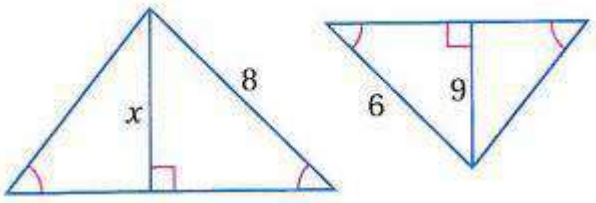
إذا تشابه مثلثان فإن النسبة بين طولي القطعتين المتوسطتين المتناظرتين تساوي النسبة بين أطوال الأضلاع المتناظرة.

$$\frac{10}{x}=\frac{15}{12}$$

$$x=\frac{10\times12}{15}$$

$$x=8$$

(2



المثلثان متشابهان حسب مسلمة AA

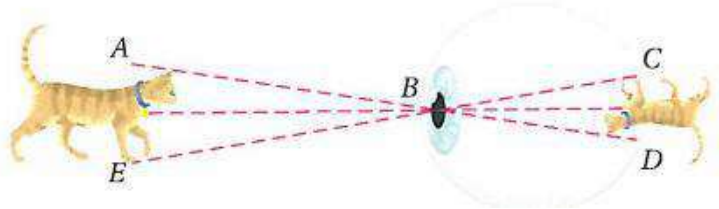
إذا تشابه مثلثان فإن النسبة بين كل ارتفاعين متناظرين تساوي النسبة بين أطوال الأضلاع المتناظرة.

$$\frac{9}{x}=\frac{6}{8}$$

$$x=\frac{8\times9}{6}$$

$$x=12$$

3) **صورة:** ارتفاع قطّة 10 in ، وارتفاع صورتها على شبكيّة العين 7 mm . إذا كان $\triangle ABE \sim \triangle DBC$ ، وكانت المسافة من بؤبؤ العين إلى الشبكيّة 25 mm، فكم تبعد القطة عن بؤبؤ العين؟



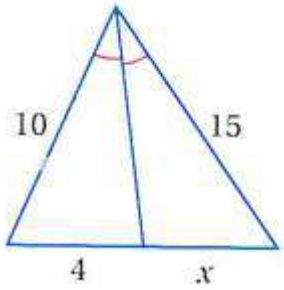
$$\frac{10}{x} = \frac{7}{25}$$

$$x = \frac{25 \times 10}{7}$$

$$x = 35.7 in$$

أوجد قيمة المتغيّر في كل من السؤالين الآتيين. (لاحظ أن الشكلين ليسا مرسومين وفق مقياس رسم):

4)



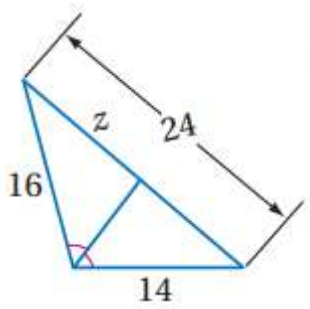
إذا تشابه مثلثان فإن النسبة بين طولي القطعتين المنصفتين لكل زاويتين متناظرتين تساوي النسبة بين أطوال الأضلاع المتناظرة.

$$\frac{15}{x} = \frac{10}{4}$$

$$x = \frac{4 \times 15}{10}$$

$$x = 6$$

(5



إذا تشابه مثلثان فإن النسبة بين طولي القطعتين المنصفتين لكل زاويتين متناظرتين تساوي النسبة بين أطوال الأضلاع المتناظرة.

$$\frac{14}{24-z}=\frac{16}{z}$$

$$14z=384-16z$$

$$14z+16z=384$$

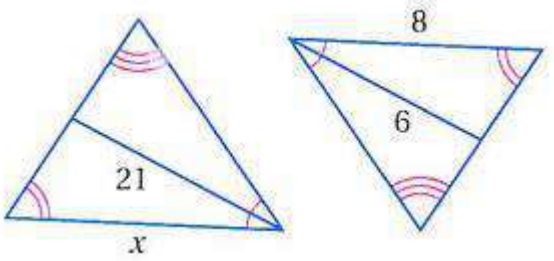
$$30z=384$$

$$z=12.8$$

تدرب وحل المسائل:

أوجد قيمة x في كل مما يأتي:

(6



المثلثان متشابهان حسب مسلمة AA

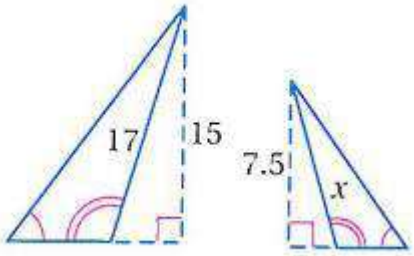
إذا تشابه مثلثان فإن النسبة بين طول القطعتين المنصفتين لكل زاويتين متناظرين تساوي النسبة بين أطوال الأضلاع المتناظرة.

$$\frac{6}{21}=\frac{8}{x}$$

$$x=\frac{8\times 21}{6}$$

$$x=28$$

(7



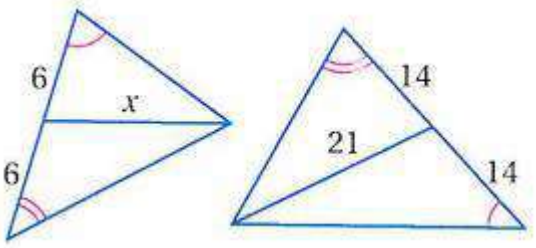
المثلثان متشابهان حسب مسلمة AA

$$\frac{x}{17}=\frac{7.5}{15}$$

$$x=\frac{7.5\times 17}{15}$$

$$x=8.5$$

(8



المثلثان متشابهان حسب مسلمة AA

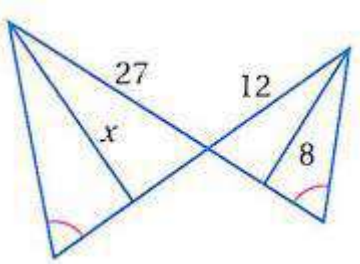
إذا تشابه مثلثان فإن النسبة بين طولي القطعتين المتوسطتين تساوي النسبة بين أطوال الأضلاع المتناظرة.

$$\frac{21}{x}=\frac{14+14}{6+6}$$

$$x=\frac{21\times12}{28}$$

$$x=9$$

(9



المثلثان متشابهان حسب مسلمة AA

إذا تشابه مثلثان فإن النسبة بين كل ارتفاعين متناظرين تساوي النسبة بين أطوال الأضلاع المتناظرة.

$$\frac{8}{x}=\frac{12}{27}$$

$$x=\frac{27\times8}{12}$$

$$x=18$$

10) **طرق:** يشكل الطريقان المتقاطعان في الشكل أدناه مثلثين متشابهين. إذا كان $AC = 382\,\text{ft}$، $MP = 248\,\text{ft}$، وتبعد محطة المحروقات 50 ft عن التقاطع، فكم يبعد المصرف عن التقاطع؟

بما أن المثلثان متشابهان
إذا تشابه مثلثان فإن النسبة بين كل ارتفاعين متناظرين تساوي النسبة بين أطوال الأضلاع المتناظرة

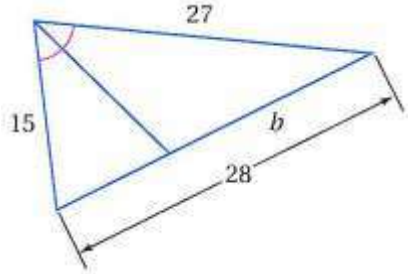
$$\frac{AC}{MP} = \frac{x}{50}$$

$$\frac{382}{248} = \frac{x}{50}$$

$$x = \frac{50 \times 382}{248} = 77\text{ft}$$

أوجد قيمة المتغيّر في كل من السؤالين الآتيين. (لاحظ أن الأشكال ليست مرسومة وفق مقياس رسم):

11)



$$\frac{27}{b} = \frac{15}{28 - b}$$

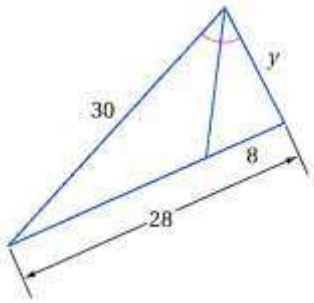
$$756 - 27b = 15b$$

$$15b + 27b = 756$$

$$42b = 756$$

$$b = 18$$

(12



المثلثان متشابهان حسب مسلمة AA

إذا تشابه مثلثان فإن النسبة بين طول القطعتين المنصفتين لكل زاويتين متناظرين تساوي النسبة بين أطوال الأضلاع المتناظرة.

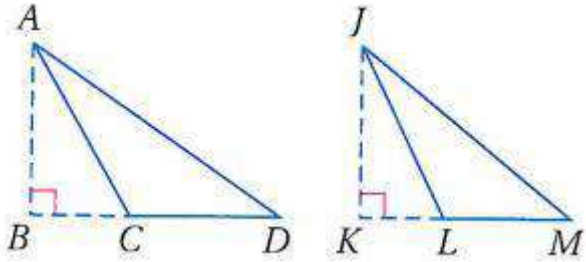
$$\frac{y}{8}=\frac{30}{28-8}$$

$$20y=30\times 8$$

$$y=\frac{240}{20}$$

$$y=12$$

(13 جبر إذا كانت $\overline{JK}$, $\overline{AB}$ ارتفاعين، وكان $AB=9$, $\triangle MJL\sim\triangle DAC$, $JM=5x+3$ ، $JK=21$, $AD=4x-8$ فأوجد قيمة x.



$$\frac{AB}{JK}=\frac{AD}{JM}$$

$$\frac{9}{21}=\frac{4x-8}{5x+3}$$

$$45x+27=21(4x-8)$$

$$45x+27=84x-168$$

$$84x-45x=27+168$$

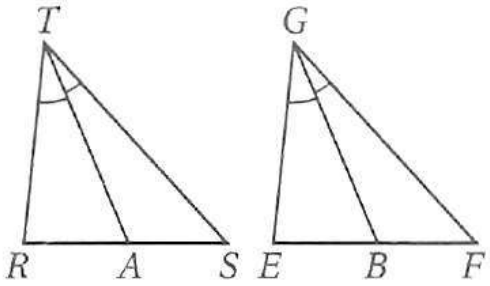
$$39x=195$$

$$x=5$$

14) **برهان:** اكتب برهانًا حرًّا للنظريّة 2.9 .

المعطيات: $\Delta RTS \sim \Delta EGF$ ، TA, GB منصفا زاويتين.

المطلوب: $\frac{TA}{GB} = \frac{RT}{EG}$



البرهان: بما أن الزوايا المتناظرة في المثلثين المتشابهين تكون متطابقة.

فإن $\angle R \cong \angle E$

$\angle RTS \cong \angle EGF$

ولأن $\angle RTS \cong \angle EGF$ نُصِفتا فإن

$2\,(m\angle RTA) = m\angle RTS$

$2\,(m\angle EGB) = m\angle EGF$

ولكن $m\angle RTS = m\angle EGF$

$2m\angle RTA = 2m\angle EGB$

إذن $m\angle RTA = m\angle EGB$

أي أن $\angle RTA \equiv \angle EGB$

وحسب مسلمة التشابه AA، يكون $\Delta RTA \sim \Delta EGB$

إذن $\frac{TA}{GB} = \frac{RT}{EG}$

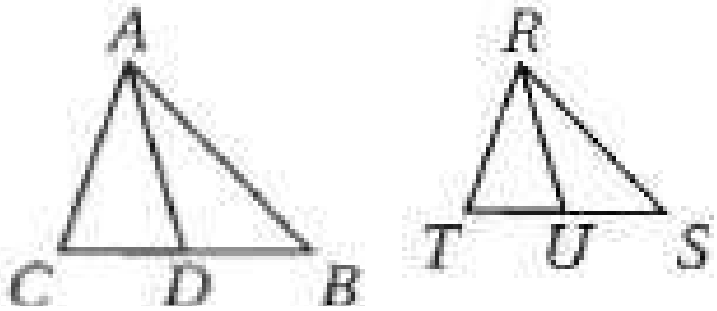
15) **برهان:** اكتب برهانًا ذا عمودين للنظرية 2.10.

المعطيات: $\Delta ABC \sim \Delta RST$

DA قطعة متوسطة لـ ΔABC

UR قطعة متوسطة لـ ΔRST

المطلوب: $\frac{AD}{RU} = \frac{AB}{RS}$



البرهان: العبارات (المبررات)

1) $\Delta ABC \sim \Delta RST$ ؛ AD قطعة متوسطة لـ ΔABC ؛ RU قطعة متوسطة لـ ΔRST (معطيات)

2) $CD = DB ; TU = US$ (تعريف القطعة المتوسطة)

3) $\frac{AB}{RS} = \frac{CB}{TS}$ (تعريف المثلثين المتشابهين)

4) $CB = CD + DB ; TS = TU + US$ (مسلمة جمع القطع المستقيمة)

5) $\frac{AB}{RS} = \frac{CD + DB}{TU + US}$ (بالتعويض)

6) $\frac{AB}{RS} = \frac{DB + DB}{US + US} = \frac{2(DB)}{2(US)}$ (بالتعويض)

7) $\frac{AB}{RS} = \frac{DB}{US}$ (بالتعويض)

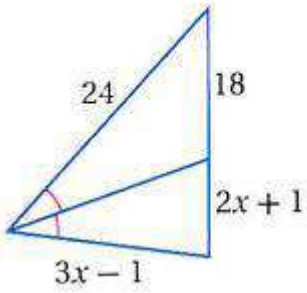
8) $\angle B \cong \angle S$ (تعريف المثلثين المتشابهين)

9) $\Delta ABD \sim \Delta RSU$ (نظرية التشابه SAS)

10) $\frac{AD}{RU} = \frac{AB}{RS}$ (تعريف المثلثين المتشابهين)

جبر: أوجد قيمة x في كل من السؤالين الآتيين:

(16



$$\frac{24}{18} = \frac{3x-1}{2x+1}$$

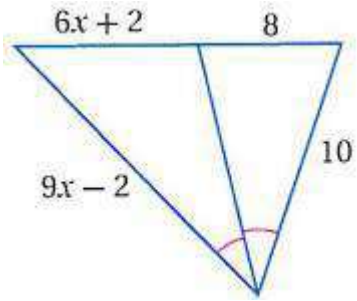
$$48x + 24 = 54x - 18$$

$$48x - 54x = -18 - 24$$

$$-6x = -42$$

$$x = 7$$

(17



$$\frac{8}{10} = \frac{6x+2}{9x-2}$$

$$72x - 16 = 60x + 20$$

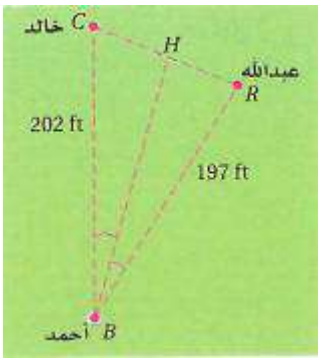
$$72x - 60x = 20 + 16$$

$$12x = 36$$

$$x = 3$$

$$x = 7$$

18) **رياضة :** تأمل المثلث المتشكل في المسارات بين أحمد وعبدالله وخالد في أثناء مباراة كرة قدم كما في الشكل المجاور. إذا ركل أحمد الكرة بمسار ينصف $\angle B$ في ΔCBR ، فأيهما أقرب إلى الكرة عبد الله أم خالد؟ وضح إجابتك.



عبد الله؛ بما أن مسار الكرة ينصف $\angle B$ ، فإن النسبة بين طولي القطعتين اللتين قُسم إليهما الضلع المقابل للزاوية CBR تساوي النسبة بين طولي الضلعين الآخرين.

أو $\frac{CH}{RH} = \frac{BC}{BR}$

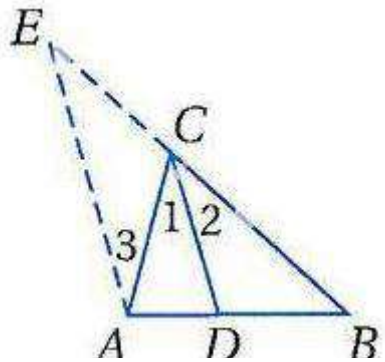
وبالتعويض

$$\frac{CH}{RH} = \frac{BC}{BR}$$

وبما أن $\frac{CH}{RH}$ **أكبر قليلاً من 1 فإن CH أطول قليلاً من RH؛ ولذلك فإن عبد الله أقرب إلى الكرة.**

برهان: اكتب برهانًا ذا عمودين في كل من السؤالين الآتيين.

19) النظريّة 2.11



معطيات: CD تنصف $\angle ACB$ ،

المطلوب: $\frac{AD}{DB} = \frac{AC}{BC}$

البرهان: العبارات (المبررات)

1) CD تنصف $\angle ACB$ ، وبالرسم $CD \perp AE$. (معطيات)

2) $\frac{AD}{DB} = \frac{EC}{BC}$ (نظرية التناسب في المثلث)

3) $\angle 2 \cong \angle 1$ (تعريف منصف الزاوية)

4) $\angle 1 \cong \angle 3$ (نظرية الزوايا المتبادلة داخلياً)

5) $\angle E \cong \angle 2$ (مسلمة الزوايا المتناظرة)

6) $\angle E \cong \angle 3$ (خاصية التعدي)

7) $CA \equiv CE$ (عكس نظرية المثلث متطابق الضلعين)

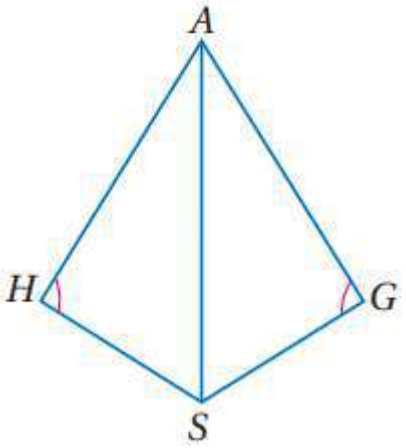
8) $EC = AC$ (تعريف القطعتين المتطابقتين)

9) $\frac{AD}{DB} = \frac{AC}{BC}$ (بالتعويض)

20) **المعطيات:** $\overline{AS}$ تنصف $\angle HAG$

$\angle H \cong \angle G$

المطلوب: إثبات أن: $\frac{HS}{GS} = \frac{AH}{AG}$



معطيات: $\overline{AS}$ تنصف $\angle HAG$ ، $\angle H \cong \angle G$

المطلوب: $\frac{HS}{GS} = \frac{AH}{AG}$

البرهان: العبارات (المبررات)

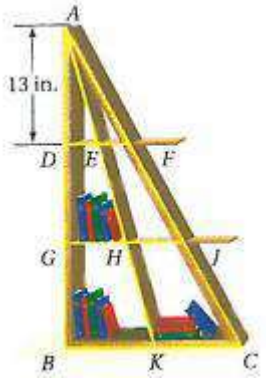
1) $\overline{AS}$ تنصف $\angle HAG$ (معطى)

2) $\angle HAS = \angle GAS$ (تعريف القطعة المنصفة)

3) $\Delta SAG \cong \Delta HAS$ (حسب مسلمة التشابه بزاويتين AA)

4) $\frac{HS}{GS} = \frac{AH}{AG}$ (تعريف المثلثين المتشابهين)

21) **أثاث:** يمثل الشكل المجاور خزانة كتب مثلثة الشكل، المسافة بين كل رفّين تساوي 13 in، و $\overline{AK}$ قطعة متوسطة لِـ $\triangle ABC$. إذا كان $EF = 3\frac{1}{3}$ in فكم يكون BK؟



$$\mathbf{EF = DE = 3\frac{1}{2}}$$

$$\mathbf{AB = 13 \times 3 = 39\ in.}$$

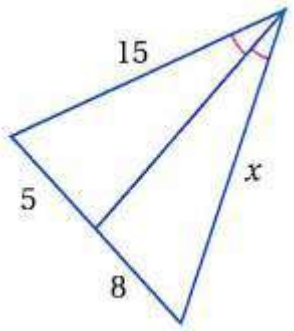
$$\mathbf{\triangle ADE \sim \triangle ABK}$$

$$\mathbf{\frac{13}{39} = \frac{3.5}{BK}}$$

$$\mathbf{BK = \frac{39 \times 3.5}{13} = 10.5\ in.}$$

مسائل مهارات التفكير العليا:

22) اكتشف الخطأ: يحاول كل من عبد الله وفيصل أن يجد قيمة x في الشكل المجاور.
يقول عبد الله: لإيجاد قيمة x أحل التناسب $\frac{5}{8} = \frac{15}{x}$، ويقول فيصل: لإيجاد قيمة x، أحل التناسب $\frac{5}{x} = \frac{8}{15}$ ، أيٌّ منهما على صواب؟ وضح إجابتك.

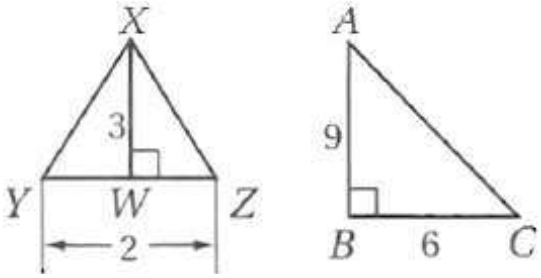


عبد الله؛ وفق نظرية منصف زاوية في مثلث

التناسب الصحيح هو $\frac{5}{8} = \frac{15}{x}$

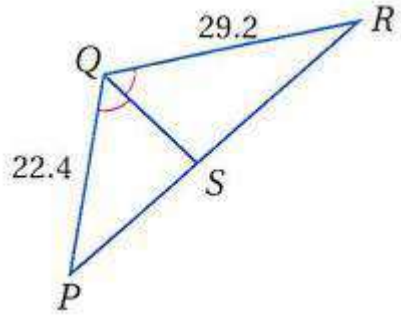
23) تبرير: أوجد مثالًا مضادًّا للعبارة الآتية. وضِّح إجابتك.

"إذا كانت النسبة بين ارتفاع مثلث وطول أحد أضلاعه تساوي النسبة بين الارتفاع وطول الضلع المناظرين لهما في مثلث آخر، فإنّ المثلثين متشابهان".



$\frac{AB}{BC} = \frac{XW}{YZ}$، ولكن ΔABC لا يشابه ΔXYZ

24) **تحدٍّ:** إذا كان محيط $\triangle PQR$ يساوي 94 وحدة، $\overline{QS}$ منصّف في $\angle PQR$، فأوجد RS ، PS



محيط المثلث = مجموع أطوال أضلاعه

محيط المثلث = $94 = 29.2 + 22.4 + RP$

$42.4 = RP$

المثلثان متشابهان حسب مسلمة AA

إذا تشابه مثلثان فإن النسبة بين طول القطعتين المنصفتين لكل زاويتين متناظرين تساوي النسبة بين أطوال الأضلاع المتناظرة.

بفرض أن طول الضلع $x = RS$

$$\frac{QR}{QP} = \frac{RS}{SP}$$

$$\frac{29.2}{22.4} = \frac{x}{42.4 - x}$$

$$22.4x = 1238.08 - 29.2x$$

$$51.6x = 1238.08$$

$$x = RA = 24$$

$$PS = 42.4 - x$$

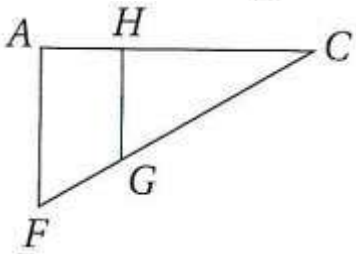
$$PS = 18.4$$

25) **اكتب:** بيِّن أوجه الشبه وأوجه الاختلاف بين النظريّة 2.9 والنظرية 2.11 .

تتضمن كلا النظريتين قطعة مستقيمة تنصف زاوية، ونسباً متكافئة. نظرية منصف الزاوية تنطبق على مثلث واحد، بينما تنطبق النظرية 9-2 على مثلثين متشابهين بخلاف نظرية منصف الزاوية التي تجزئ الضلع المقابل إلى قطعتين مستقيمتين بنسبة مساوية للنسبة بين الضلعين الآخرين، النظرية 9-2 تربط طول منصف الزاوية بأطوال الأضلاع.

تدريب على الاختبار المعياري

26) أي الحقائق الآتية ليست كافية لإثبات أن المثلثين ACF و HCG متشابهان؟



A $\overline{AF} \parallel \overline{HG}$

B $\frac{AC}{HC} = \frac{FC}{GC}$

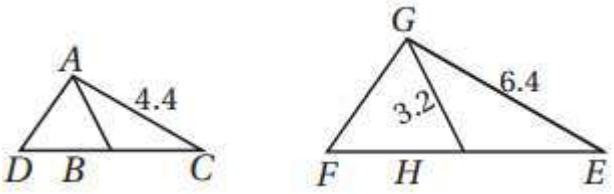
C $\frac{CG}{CF} = \frac{1}{2}$

D $\angle FAH$ و $\angle CHG$ قائمتان.

C $\frac{CG}{CF} = \frac{1}{2}$

27) **إجابة قصيرة:** في الشكلين أدناه، $\overline{DB} \cong \overline{BC}$, $\overline{FH} \cong \overline{HE}$

إذا كان $\triangle GEF \sim \triangle ACD$ ، فأوجد AB.



بما أن $DB \cong BC$, $FH \cong HE$ إذا AB , GH متوسطات

إذا تشابه مثلثان فإن النسبة بين طول القطعتين المتوسطتين تساوي النسبة بين أطوال الأضلاع المتناظرة.

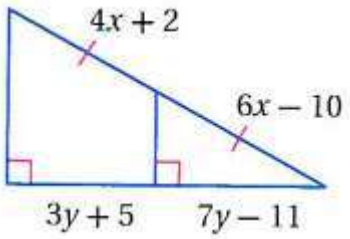
$$\frac{3.2}{AB} = \frac{6.4}{4.4}$$

$$AB = \frac{4.4 \times 3.2}{6.4} = 2.2$$

مراجعة تراكمية

جبر: أوجد قيمتي x, y في كل مما يأتي. (الدرس 3-2)

(28



$4x + 2 = 6x - 10$

$4x - 6x = -10 - 2$

$-2x = -12$

$x = 6$

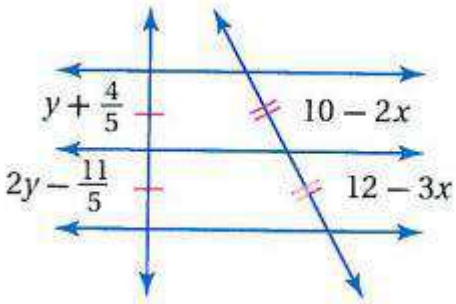
$7y - 11 = 3y + 5$

$7y - 3y = 5 + 11$

$4y = 16$

$y = 4$

(29



$10 - 2x = 12 - 3x$

$10 - 12 = -3x + 2x$

$-2 = -x$

$x = 2$

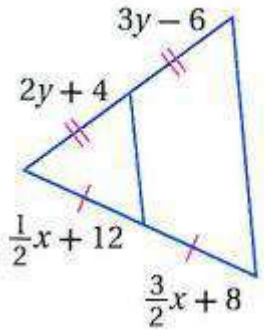
$y + \frac{4}{5} = 2y - \frac{11}{5}$

$$2y - y = \frac{4}{5} + \frac{11}{5}$$

$$y = \frac{15}{5}$$

$$y = 3$$

(30



$$3y - 6 = 2y + 4$$

$$3y - 2y = 4 + 6$$

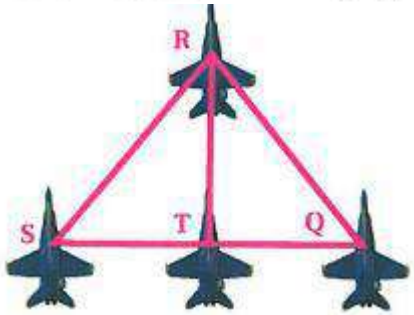
$$y = 10$$

$$\frac{1}{2}x + 12 = \frac{3}{2}x + 8$$

$$\frac{3}{2}x - \frac{1}{2}x = 12 - 8$$

$$x = 4$$

(31 **طائرات:** في عرض للطائرات النفاثة شكلت الطائرات تشكيلًا يبدو كمثلثين بينهما ضلع مشترك. اكتب برهانًا ذا عمودين لإثبات أن $\triangle SRT \cong \triangle QRT$ علمًا بأن T منتصف $\overline{SQ}$، و $\overline{SR} \cong \overline{QR}$. (مهارة سابقة)



المعطيات: $SR \equiv QR$ ، T نقطة منتصف SQ

المطلوب: $\Delta SRT \equiv \Delta QRT$

البرهان: العبارات (المبررات)

1) $SR \equiv QR$ ، T نقطة منتصف SQ . (معطيات)

(2 $ST \equiv TQ$. (تعريف نقطة المنتصف)

(3 $RT \equiv RT$ (خاصية الانعكاس)

(4 $\Delta SRT \equiv \Delta QRT$ (SSS)

أوجد المسافة بين كل نقطتين في كل مما يأتي:

(32 $E(-3, -2), F(5, 8)$

$$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} =$$

$$\sqrt{(8+2)^2 + (5+3)^2} = \sqrt{100+64} = 12.8$$

(33 $A(2, 3), B(5, 7)$

$$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} =$$

$$\sqrt{(3-7)^2 + (2-5)^2} = \sqrt{25} = 5$$

(34 $C(-2, 0), D(6, 4)$

$$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} =$$

$$\sqrt{(0-4)^2 + (-8)^2} = \sqrt{80} = 8.9$$

(35 $W(7, 3), Z(-4, -1)$

$$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} =$$

$$\sqrt{(3+1)^2 + (7+4)^2} = \sqrt{137} = 11.7$$

(36 $J(-4, -5), K(2, 9)$

$$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} =$$

$$\sqrt{(-5-9)^2 + (-4-2)^2} = \sqrt{232} = 15.2$$

(37 $R(-6, 10), S(8, -2)$

$$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} =$$

$$\sqrt{(10+2)^2 + (-6-8)^2} = 2\sqrt{85} = 18.4$$

6-4 توسع: معمل الهندسة: الكسريات

تحليل النتائج:

1) إذا استمررت في هذه العمليّة، فكم يكون عدد المثلثات غير المظلّلة في المرحلة 3؟

$3 \times 9 = 27$

2) ما محيط المثلث غير المظلّل في المرحلة 4؟

طول ضلع المثلث في المرحلة الرابعة $= \frac{1}{2} = \frac{8}{16}$

محيط المثلث $= 1\frac{1}{2} = 3 \times \frac{1}{2}$

3) إذا استمررت في هذه العملية إلى مالانهاية، فماذا سيحصل لمحيط كل مثلث غير مظلّل؟

سيقترب المحيط من الصفر

4) **تحدَّ** أكمل البرهان الآتي:

المعطيات: $\triangle KAP$ متطابق الأضلاع.

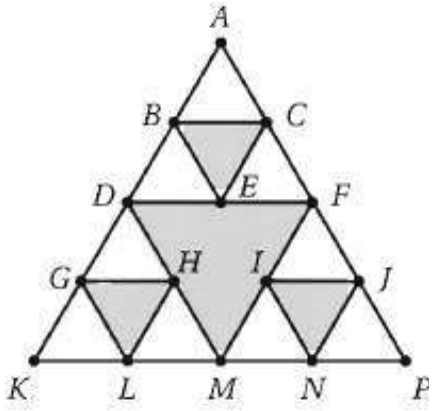
D, F, M, B, C, E منتصفات $\overline{KA}, \overline{AP}, \overline{PK}, \overline{DA}, \overline{AF}, \overline{FD}$ على الترتيب.

المطلوب: $\triangle BAC \sim \triangle KAP$.

المعطيات: ΔKAP متطابق الأضلاع.

D, F, M, B, C, E منتصفات KA, AP, PK, DA, AF, FD على الترتيب.

المطلوب: ΔBAC ≅ ΔKAP



البرهان: العبارات (المبررات)

1) ΔKAP متطابق الأضلاع. النقاط E, C, B, M, F, D هي منتصفات KA, AP, PK, DA, AF, FD على الترتيب. (معطيات)

2) DF قطعة منصفة في ΔKAP، BC قطعة منصفة في ΔADF (تعريف القطعة المنصفة)

3) $DF \parallel KP, BC \parallel DF$ (نظرية القطعة المنصفة للمثلث)

4) $KP \parallel BC$ (القطعتان الموازيتان لقطعة مستقيمة متوازيتان)

5) $\angle ABC \equiv \angle AKP$ (مسلمة الزوايا المتناظرة)

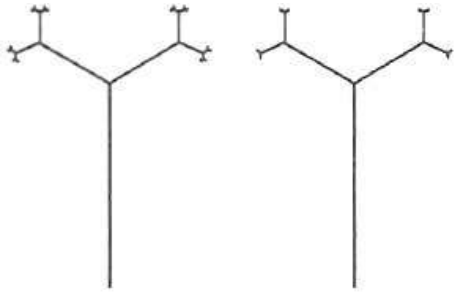
6) $\angle A \equiv \angle A$ (خاصية الانعكاس)

7) $\Delta BAC \sim \Delta KAP$ (نظرية التشابه AA)

5) يمكن رسم شجرة كسريّة برسم غصنين جديدين من نهاية كل غصن أصلي، بحيث يكون طول كل غصن منها مساويًا ثلث طول الغصن السابق له .

a) ارسم المرحلة 3 والمرحلة 4 للشجرة الكسريّة. ما العدد الكلّي للأغصان في المراحل الأربع جميعها؟ (لا تعدّ السيقان)

المرحلة 1 :2، المرحلة 2 :6، المرحلة 3 :14، المرحلة 4 :30



المرحلة 4 المرحلة 3

b) اكتب عبارة جبرية يمكن استعمالها للتنبؤ بالعدد الكلّي للأغصان في نهاية كل مرحلة.

في المرحلة n، العدد الكلي للأغصان يساوي $2\left(2^n - 1\right)$

6) اكتب صيغة للمجموع S لحدود الصف n لمثلث باسكال.

$$S = 2^{n-1}$$

7) ما مجموع حدود الصف الثامن في مثلث باسكال؟

$$\left(2^{8-1}\right) = 2^7 = 128$$

تمارين:

اكتب صيغة ترددية لِـ $F(x)$.

8)

x	2	4	6	8	10
$F(x)$	3	7	11	15	19

$F(x) = 2x - 1$

9)

x	0	5	10	15	20
$F(x)$	0	20	90	210	380

$F(x) = x^2 - x$

10)

x	1	2	4	8	10
$F(x)$	1	0.5	0.25	0.125	0.1

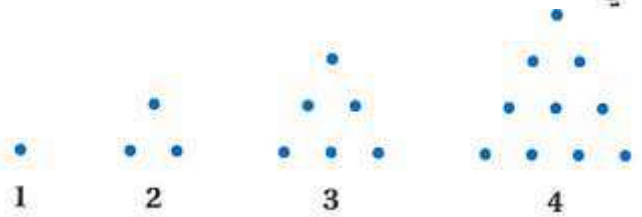
$F(x) = \frac{1}{x}$

11)

x	4	9	16	25	36
$F(x)$	5	6	7	8	9

$F(x) = \sqrt{x} + 3$

12) **تحدٍّ** يمثّل النمط أدناه متتابعة أعداد مثلثيّة. ما عدد النقاط في الحد الثامن في هذه المتتابعة؟ هل من الممكن كتابة صيغة ترددية يمكن استعمالها لتحديد عدد النقاط في العدد المثلثي ذي الرقم n في هذه المتتابعة؟ وإذا كان ذلك ممكنًا فاكتب الصيغة، وإلّا فوضّح السبب.



الحد الثامن = 36

$F(n) = \frac{n(n+1)}{2}$

دليل الدراسة والمراجعة

*

اختبار المفردات:

1) طرفا ____؟____ لمثلث هما منتصفا ضلعين فيه.

f القطعة المنصفة

2) إذا كانت $\angle A \cong \angle X, \angle C \cong \angle Z$ فإنّ $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$ وفق ____؟____

c مسلمة التشابه AA

3) النسبة بين طولي ضلعين متناظرين في مضلعين متشابهين هي ____؟____

b معامل التشابه

4) إذا كانت أطوال الأضلاع المتناظرة في مثلثين متناسبة، فإن المثلثين متشابهان وفق ____؟____

d نظرية التشابه SSS

5) يطلق أحيانًا على معامل التشابه بين مضلعين اسم ____؟____ .

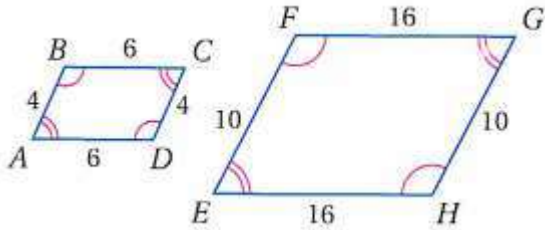
a نسبة التشابه

6) إذا كانت $\angle A = \angle F$ ، وكان $\frac{BA}{CA} = \frac{DF}{EF}$ ، فإن $\triangle BAC \sim \triangle EFD$ وفق ____؟____.

e نظرية التشابه SAS

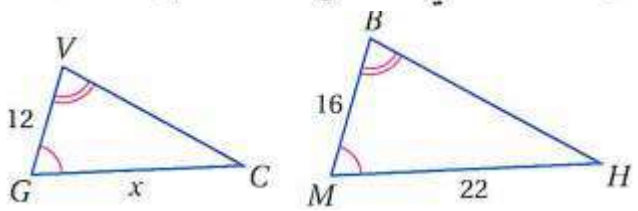
2-1 المضلعات المتشابهة

1) حدد ما إذا كان المضلعان أدناه متشابهين أم لا؟ وإن كانا كذلك، فاكتب عبارة التشابه ومعامل التشابه. وإلا فوضح السبب.



لا؛ المضلعان ليسا متشابهين؛ لأن الأضلاع المتناظرة ليست متناسبة.

2) المثلثان في الشكل أدناه متشابهان. أوجد قيمة x.



$$\frac{MP}{GV}=\frac{MH}{CG}$$

$$\frac{16}{12}=\frac{22}{x}$$

$$x=\frac{22\times12}{16}$$

$$x=16.5$$

3) **النظام الشمسي:** في نموذج دقيق لنظامنا الشمسي، وضعت سميرة الأرض على بعد 1 ft من الشمس، علمًا بأن المسافة الحقيقية بين الأرض والشمس 93000000 mi. إذا كانت المسافة من بلوتو إلى الشمس 3695950000 mi، فعلى أي بعد من الشمس ستضع سميرة بلوتو في نموذجها؟

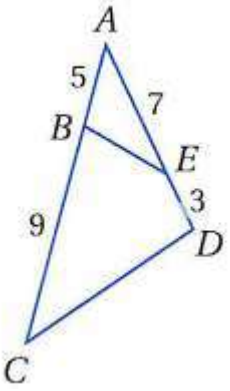
النظام الشمسي: ستصبح سميرة بلوتو على بعد 39.7 ft تقريباً من الشمس.

$$39.7=\frac{3695950000}{93000000}=\frac{x}{1}$$

2-2 المثلثات المتشابهة

حدد ما إذا كان المثلثان في كل من السؤالين الآتيين متشابهين أم لا؟ وإن كانا كذلك، فاكتب عبارة التشابه. و وضّح إجابتك.

(4



$\angle BAE = \angle CAD$

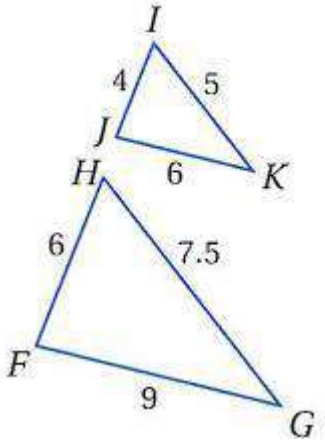
$\frac{AB}{AD} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

$\frac{AE}{AC} = \frac{7}{14} = \frac{1}{2}$

بما أنه يوجد ضلعان في المثلث الأول طولهما متناسبان مع طول نظيرهما في الثاني وأن الزاويتان المحصورة بينهم متطابقتان إذا:

$\Delta ABE \sim \Delta ADC$ وفق نظرية التشابه SAS.

(5



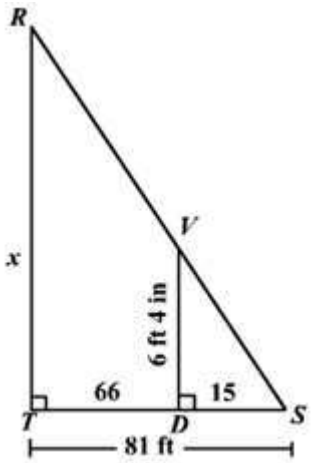
$$\frac{IK}{HG}=\frac{5}{7.5}=\frac{2}{3}$$

$$\frac{IJ}{HF}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$$

$$\frac{JK}{FG}=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$$

$\Delta IJK \sim \Delta HFG$ وفق نظرية التشابه SSS.

6) **أشجار:** يريد عبد الله أن يقدّر ارتفاع شجرة فوقف على مسافة 66 ft منها، فكانت نهاية ظلّه ونهاية ظل الشجرة عند النقطة نفسها، إذا كان طول عبد الله 6 ft و 4 in وطول ظلّه 15 ft، فما ارتفاع الشجرة؟



$$\frac{x}{66}=\frac{4\times12+6}{15}$$

$6ft\ 41\ in = 6(12)+4in = 76\ in.$

$15\ ft. = 15(12) = 180\ in.$

$66ft. = 66(12) = 792\ in.$

نفرض أن ارتفاع الشجرة x in.

$\angle T \cong \angle D = 90^\circ$

$\angle S$ مشتركة

$\angle S \cong \angle S$

$\Delta TRS \sim DVS$ ، AA باستخدام مسلمة التشابه

$$\frac{x}{76}=\frac{972}{180}$$

$$x(180)=76(972)$$

$180x = 73872$

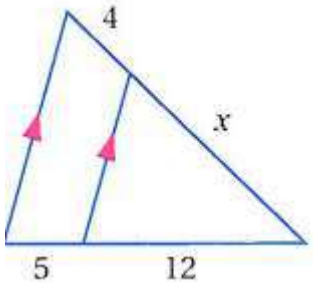
$x = 410.4$

طول الشجرة = 410.4 in. أو 34.2 ft.

2-3 المستقيمات المتوازية و الأجزاء المتناسبة

أوجد قيمة x في كل من السؤالين الآتيين:

(7



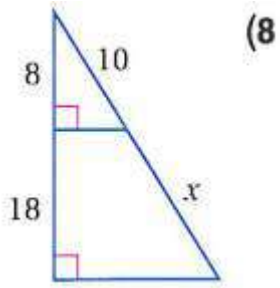
المثلثين المتشابين بحسب AA

$$\frac{x}{4} = \frac{12}{5}$$

$$x = \frac{12 \times 4}{5}$$

$$x = 9.6$$

(8



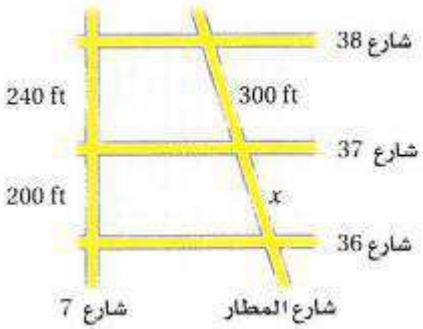
المثلثين المتشابين بحسب AA

$$\frac{10}{x} = \frac{8}{18}$$

$$x = \frac{10 \times 18}{8}$$

$$x = 22.5$$

9) **شوارع:** أوجد المسافة على امتداد شارع المطار بين الشارعين 37 , 36 بفرض أن الشوارع 38 , 37 , 36 متوازية



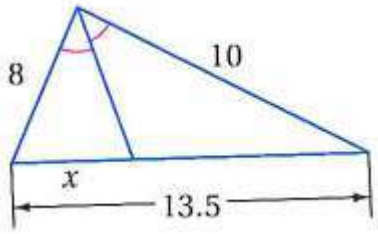
$$\frac{x}{300} = \frac{200}{240}$$

$$x = \frac{200 \times 300}{240}$$

$$x = 250ft$$

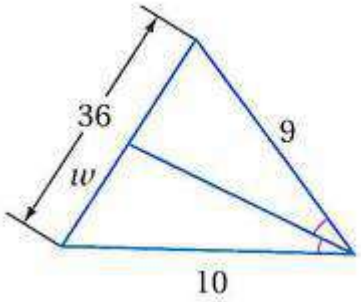
أوجد قيمة المتغيّر في كل من السؤالين الآتيين:

(10



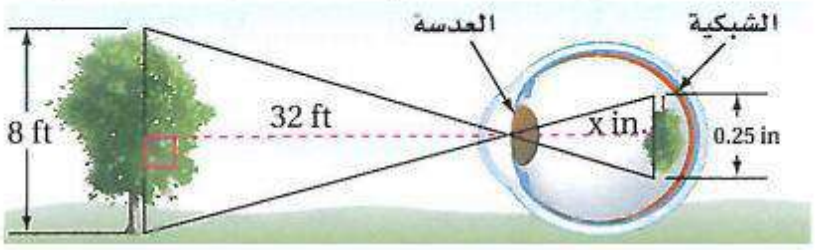
$$\frac{x}{13.5-x}=\frac{8}{10}$$
$$108-8x=10x$$
$$108=18x$$
$$x=6$$

(11



$$\frac{w}{36-w}=\frac{10}{9}$$
$$360-10w=9w$$
$$360=19w$$
$$w=18.9$$

12) **عين الإنسان:** تستعمل عين الإنسان المثلثات المتشابهة لقلب الشيء وتصغيره عندما يمر خلال العدسة إلى الشبكية فكم المسافة بين عدسة العين والشبكية؟



المسافة بين عدسة العين إلى الشبكية 1 in

$$\frac{x}{32} = \frac{0.25}{8}$$

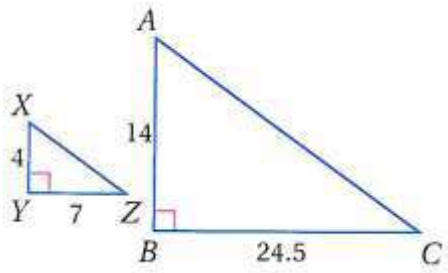
$$x = \frac{0.25 \times 32}{8}$$

$$x = 1\text{in}$$

اختبار الفصل

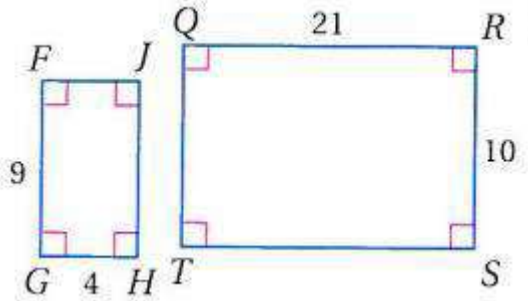
حدّد ما إذا كان المضلعان متشابهين أم لا في كل من السؤالين الآتيين؟
وإن كانا كذلك، فاكتب عبارة التشابه ومعامل التشابه. وإلّا فوضّح السبب.

(1



نعم؛ $\frac{XY}{AB} = \frac{YZ}{BC} = \frac{2}{7}$

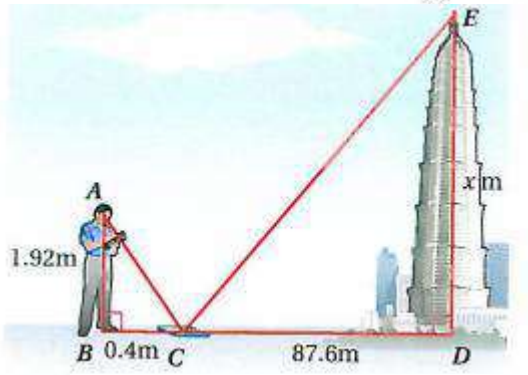
(2



لا؛ $\frac{FG}{QR} \neq \frac{GH}{RS}$

$\frac{9}{21} \neq \frac{4}{10}$

3) **أبراج:** استعمل المعلومات الآتية لحل السؤالين الآتيين: لتقدير ارتفاع برج Jin Mao في شنغهاي في الصين، شاهد سائح قمة البرج في مرآة موضوعة على الأرض ووجهها إلى الأعلى.



a) كم مترًا ارتفاع البرج تقريبًا؟

$$\frac{1.92}{x} = \frac{0.4}{87.6}$$

$$x = \frac{87.6 \times 1.92}{0.4}$$

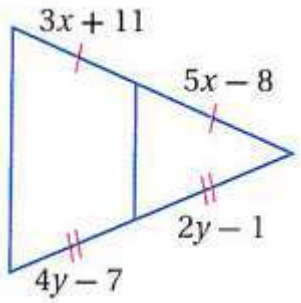
$$x = 420.5\text{m}$$

b) لماذا تكون طريقة الانعكاس في المرآة في هذه الحالة أفضل للقياس غير المباشر لارتفاع البرج من استعمال الظل؟

من الصعب قياس طول الظل داخل المدن.

جبر: أوجد قيمتي x, y في كل من السؤالين الآتيين. مقربًا إجابتك إلى أقرب عشر إن كان ضروريًا.

(4



$3x + 11 = 5x - 8$

$3x - 5x = -8 - 11$

$-2x = -19$

$x = 9.5$

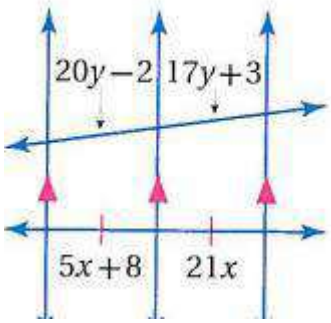
$2y - 1 = 4y - 7$

$4y - 2y = -1 + 7$

$2y = 6$

$y = 3$

(5



$20y - 2 = 17y + 3$

$20y - 17y = 3 + 2$

$3y = 5$

$y = 1.7$

$$20y - 2 = 17y + 3$$

$$20y - 17y = 3 + 2$$

$$3y = 5$$

$$y = 1.7$$

6) **جبر:** $\triangle MNP$ متطابق الأضلاع محيطه $12a + 18b$ ، إذا كانت $\overline{QR}$ قطعة منصّفة فيه، فما قيمة QR؟

$$\frac{12a + 18b}{3} = 4a + 6b$$

$$QR = \frac{4a + 6b}{2} = 2a + 3b$$

7) **جبر:** $\triangle ABC$ قائم الزاوية ومتطابق الضلعين، وطول وتره h إذا كانت $\overline{DE}$ قطعة منصّفة فيه طولها $4x$ ، فما محيط $\triangle ABC$؟

بما أن القطعة المنصفة طولها = 4x إذن طول الضلع 8x

محيط المثلث = مجموع أطوال أضلاعه

$$8x + 8x + h = 16x + h$$

8) **نماذج:** لدى سالم نموذج لسيارة سباق حقيقيّة. إذا كان طول السيارة الحقيقيّة 10 ft و 6 in ، وطول النموذج 7 in، فما معامل تشابه النموذج إلى السيارة الحقيقيّة؟

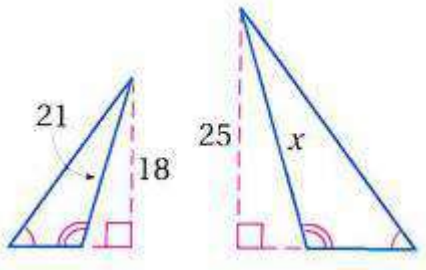
1: 18

$$8x + 8x + h = 16x + h \quad 8x + 8x + h = 16x + h$$

$$8x + 8x + h = 16x + h \quad 8x + 8x + h = 16x + h$$

أوجد قيمة x في كل من السؤالين الآتيين:

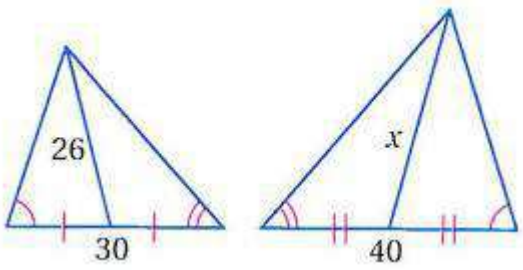
9)



$$\frac{x}{21}=\frac{25}{18}$$

$$x=\frac{25\times 21}{18}=29.2$$

(10

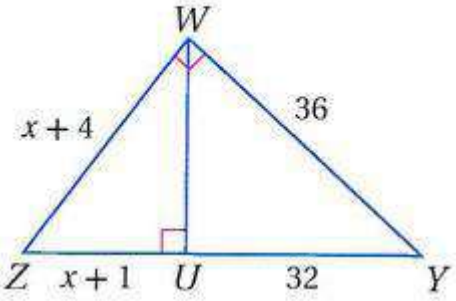


$$\frac{x}{40}=\frac{26}{30}$$

$$x=\frac{40\times 26}{30}=34.7$$

جبر: عيّن المثلثين المتشابهين، وأوجد كل طول مشار إليه في كل من السؤالين الآتيين:

(11 WZ, UZ



$\Delta WUZ \sim \Delta YUW$ وفق مسلمة التشابه AA

$$\frac{36}{x+4}=\frac{32}{x+1}$$

$$32x+128=36x+36$$

$$36x-32x=128-36$$

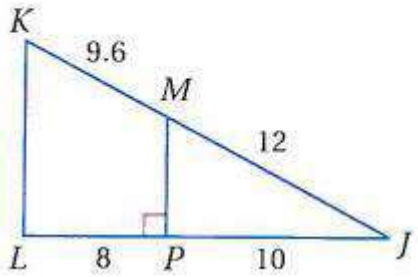
$$4x=92$$

$$x=23$$

$$WZ=x+4=27$$

$$UZ=x+1=24$$

KL (12



$\Delta KJL \sim \Delta MJP$ وفق نظرية التشابه AA

$$(KL)^2=(KJ)^2-(JL)^2$$

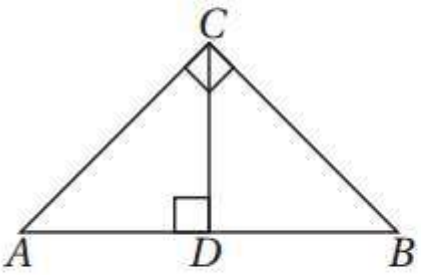
$$(KL)^2=(9.6+12)^2-(18)^2$$

$$KL=11.9$$

الإعداد للاختبارات المعيارية

اقرأ كل سؤال ممَّا يأتي، ثم اكتب رمز الإجابة الصحيحة:

1) أيُّ التناسبات التالية غير صحيحة في الشكل أدناه؟



A $\frac{AD}{CD} = \frac{CD}{DB}$

B $\frac{AB}{AC} = \frac{AC}{AD}$

C $\frac{AB}{CB} = \frac{CB}{DB}$

D $\frac{AC}{AB} = \frac{CD}{AC}$

C : $\frac{AB}{CB} = \frac{CB}{DB}$

2) أي شكل يمكن أن يكون مثالًا مضادًّا للتخمين أدناه؟

إذا كانت جميع زوايا شكل رباعي قوائم فإنه مربّع.

F متوازي الأضلاع

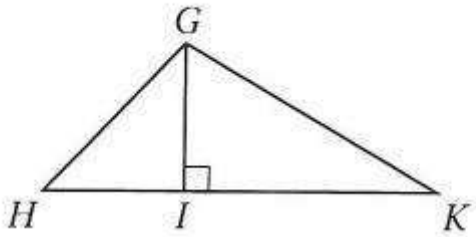
G المستطيل

H المعين

J شبه المنحرف

G : المستطيل

3) أيّ مما يأتي لا يكفي لإثبات أنّ $\triangle HIG \sim \triangle GIK$؟



A $\angle GKI \cong \angle HGI$

B $\frac{HI}{GI} = \frac{GI}{IK}$

C $\frac{GH}{GI} = \frac{GK}{IK}$

D $\angle IGK \cong \angle IHG$

C: $\frac{\mathbf{GH}}{\mathbf{GI}} = \frac{\mathbf{GK}}{\mathbf{IK}}$

4) أي مثلثين مما يأتي ليسا بالضرورة متشابهين؟

F مثلثان قائما الزاوية في كل منهما زاوية قياسها $30°$

G مثلثان قائما الزاوية في كل منهما زاوية قياسها $45°$

H مثلثان متطابقا الساقين

J مثلثان متطابقا الأضلاع

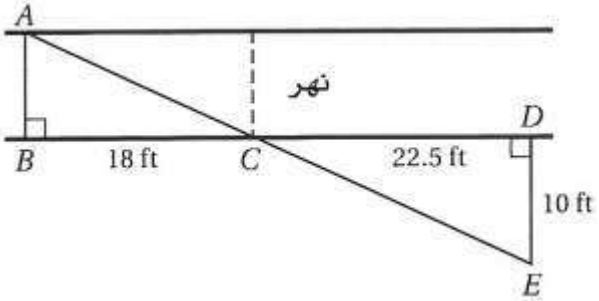
H: مثلثان متطابقا الساقين

اختبار معياري

أسئلة الاختيار من متعدد

اقرأ كل سؤال فيما يأتي. ثم اكتب رمز الإجابة الصحيحة على نموذج الإجابة:

1) يُريد عادل أن يقيس عرض نهر صغير. فعيّن الأطوال المبيّنة في الشكل أدناه.



أوجد العرض التقريبي للنهر باستعمال هذه المعلومات.

A 40.5 ft

B 6 ft

C 7 ft

D 8 ft

$\Delta ABC \sim \Delta EDC$ حسب مسلمة AA لأن $\angle ACB = \angle ECD$ بالتبادل

$\angle ABC = \angle EDC = 90^\circ$ بالرأس و

$$\frac{AB}{ED} = \frac{BC}{DC}$$

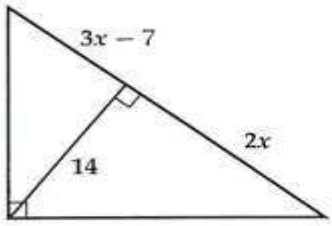
$$\frac{AB}{10} = \frac{18}{22.5}$$

$$AB = \frac{10 \times 18}{22.5}$$

$$AB = 8ft$$

D: 8ft

2) أوجد قيمة x في الشكل أدناه؟



8 **C**	5 **A**
10 **D**	7 **B**

7 : B

$$\frac{14}{14} = \frac{3x-7}{2x}$$

$$2x = 3x - 7$$

$$3x - 2x = 7$$

$$x = 7$$

3) إذا كان $EG = 15\text{m}$ ، فما طول $\overline{EF}$؟

10 m **C**	6 m **A**
12 m **D**	9 m **B**

9m : B

$$EG = EF + FG$$

$$15 = x + 3 + x$$

$$15 = 2x + 3$$

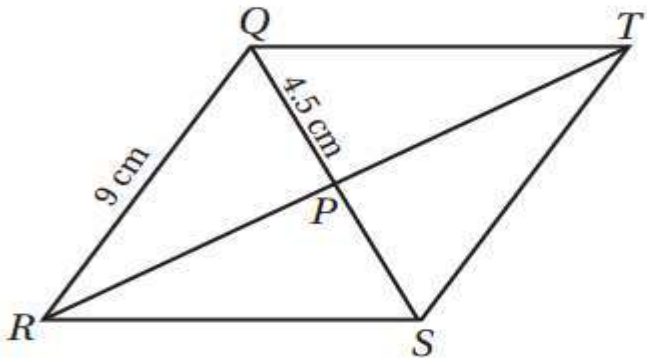
$$2x = 15 - 3$$

$$2x = 12$$

$$x = 6$$

$$EF = 6 + 3 = 9$$

4) أوجد $m\angle RST$ في المعين $QRST$ أدناه.



A) $60°$ C) $120°$

B) $90°$ D) $150°$

C : $120°$

من خصائص المعين أن قطراه متطابقان وينصف كل منهما الأخر

إذا $PS = QP = 4.5$

$QS = 9$

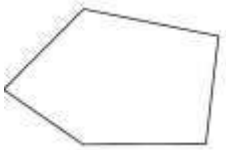
$ST = 9$

ΔQST متطابق الضلعين

وبالتبادل $\angle RST = 60 + 60 = 120$

و $QS = ST$

5) ما مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع أدناه؟



A) $450°$ C) $630°$

B) $540°$ D) $720°$

$n = 5$

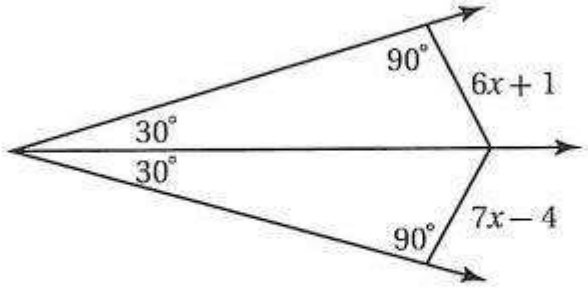
$(n-2).180$

$(5-2).180$

$3.180 = 540°$

B: $540°$

6) أوجد قيمة x.



5 **C** 3 **A**

6 **D** 4 **B**

5 : C

$$6x + 1 = 7x - 4$$

$$6x - 7x = -4 - 1$$

$$-x = -5$$

$$x = 5$$

7) شكلان رباعيان متشابهان بمعامل تشابه 3:2. إذا كان محيط الشكل الرباعي الأكبر 21 m، فما محيط الشكل الرباعي الأصغر ؟

28 m **C** 14 m **A**

31.5 m **D** 17.5 m **B**

بفرض أن محيط الصغير x

14m A

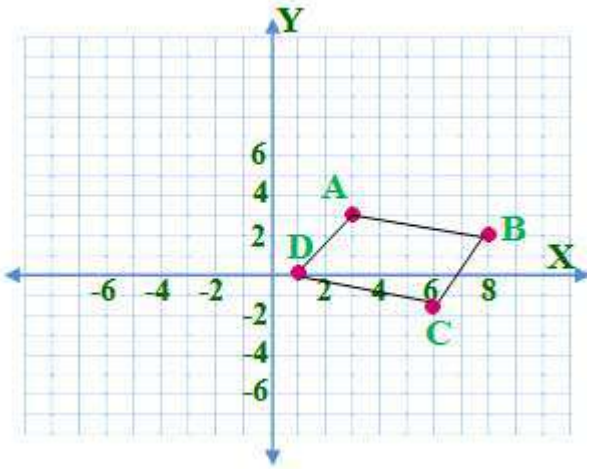
$$\frac{3}{2} = \frac{21}{x}$$

$$x = \frac{2 \times 21}{3}$$

$$= 14m$$

أسئلة ذات إجابات قصيرة

8) **هندسة إحداثية :** مثّل في المستوى الإحداثي الشكل الرباعي $ABCD$ الذي رؤوسه: $A(3, 3), B(8, 2), C(6, -1), D(1, 0)$، وحدد ما إذا كان متوازي أضلاع أم لا.



ميل $\overline{AB}$: $\frac{3-8}{3-2} = \frac{-5}{1} = -5$

ميل $\overline{CD}$: $\frac{6-1}{-1-0} = \frac{5}{-1} = -5$

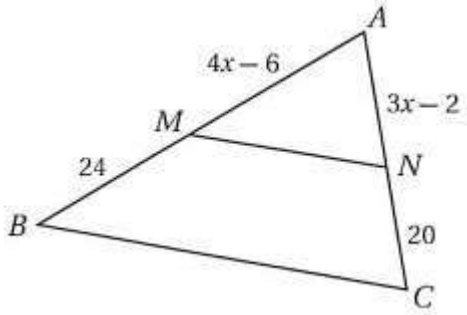
ميل $\overline{AD}$: $\frac{3-1}{3-0} = \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$

ميل $\overline{CB}$: $\frac{8-6}{2+1} = \frac{2}{3}$

بما أن ميل كل ضلعين متقابلين متساويين إذا هما متوازيان

إذا الشكل متوازي أضلاع

9) **إجابة شبكيّة :** إذا كان $\overline{BC} \parallel \overline{MN}$ في المثلث أدناه، فأوجد قيمة x .



بما أن $\overline{MN} \parallel \overline{BC}$ إذا $\Delta AMN \sim \Delta ABC$ حسب مسلمة AA

$$\frac{4x-6}{24} = \frac{3x-2}{20}$$

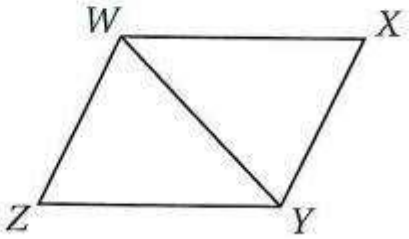
$$72x - 48 = 80x - 120$$

$$80x - 72x = -48 + 120$$

$$8x = 72$$

$$x = 9$$

10) الشكل الرباعي $WXYZ$ معين. إذا كان $m\angle XYZ = 110°$، فأوجد $m\angle ZWY$.



بما أن الشكل الرباعي معين إذا قطراه ينصف الزوايا

$$m\angle XYZ = 110$$

$$m\angle WYX = \frac{110}{2} = 55^\circ$$

وبما أن من خواص المعين إن كل ضلعين متقابلين متوازيين إذا

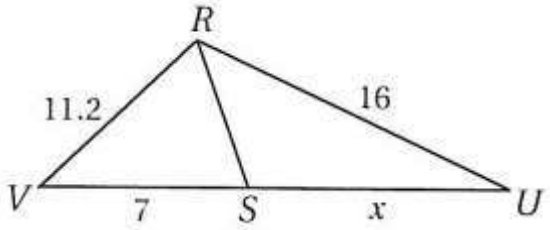
$$m\angle ZWY = \angle WYX = 55^\circ$$

11) ما المعاكس الإيجابي للعبارة أدناه؟

إذا كان صالح مولودًا في الرياض، فإنّه مولود في السعوديّة.

اذا لم يكن صالح مولوداً في السعودية فانه لم يولد في الرياض

12) إجابة شبكيّة: إذا كان $\overline{RS}$ تنصّف $\angle VRU$ في المثلث أدناه، فأوجد قيمة x.



بما أن $\overline{RS}$ تنصف $\angle VRU$ إذا باستعمال نظرية منصف الزاوية

$$\frac{US}{SV} = \frac{RU}{RV}$$

$$\frac{x}{7} = \frac{16}{11.2}$$

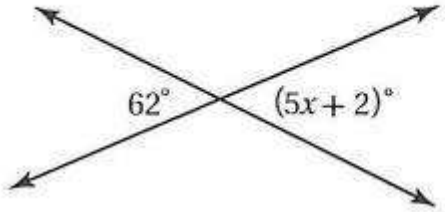
$$x = \frac{7 \times 16}{11.2} = 10$$

13) **إجابة شبكيّة:** يبين مقياس رسم خريطة أن $1\text{ cm} = 25\text{ km}$، ما المسافة الحقيقية بين مدينتين إذا كانت المسافة بينهما على الخريطة 4.5 cm؟

$$\frac{1}{4.5} = \frac{25}{x}$$

$$x = 112.5\text{km}$$

14) ما قيمة x في الشكل أدناه؟



$\angle 5x + 2 = \angle 62$ بالتقابل بالرأس

$$62 = 5x + 2$$

$$5x = 62 - 2$$

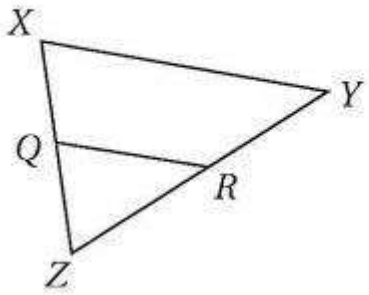
$$5x = 60$$

$$x = 12$$

أسئلة ذات إجابات مطولة

اكتب إجابتك على نموذج الإجابة مبينًا خطوات الحل.

15) استعمل الشكل أدناه للإجابة عن كل من الأسئلة الآتية:



a) إذا كان $\overline{QR} \parallel \overline{XY}$ فما العلاقة بين الأطوال RZ, YR, QZ, XQ ؟

$$\frac{XQ}{QZ} = \frac{YR}{RZ}$$

b) إذا كان $\overline{QR} \parallel \overline{XY}, XQ = 15, QZ = 12, YR = 20$ ، فما طول $\overline{RZ}$ ؟

$$\frac{XQ}{QZ} = \frac{YR}{RZ}$$

$$\frac{15}{12} = \frac{20}{RZ}$$

$$RZ = \frac{20 \times 12}{15}$$

$$RZ = 16$$

c) إذا كان $\overline{QR} \parallel \overline{XY}, XQ = QZ, QR = 9.5$ ، فما طول $\overline{XY}$؟

$$QR = \frac{1}{2} XY$$

$$9.5 = \frac{1}{2} XY$$

$$XY = 19$$