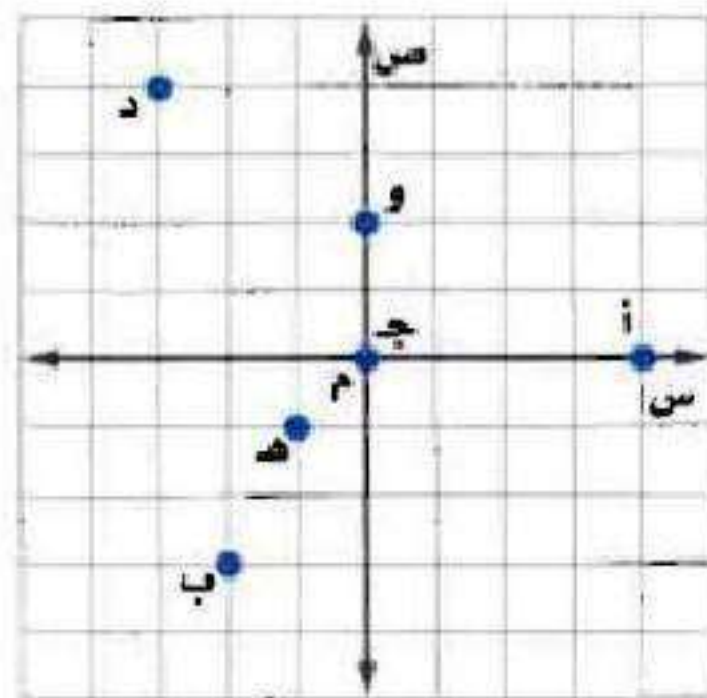


التهيئة

سم الزوج المرتب الممثل لكل نقطة فيما يأتي:



أ(١)

$$أ = (0, 4)$$

(۲) د

$$د = (-3, 4)$$

(۳) ب

$$ب = (-2, 3)$$

(۴) جـ

$$جـ = (0, 0)$$

(۵) هـ

$$هـ = (-1, 1)$$

(۶) و

$$و = (0, 2)$$

حلّ كل معادلة فيما يأتي:

$$(٧) \text{ س}^2 + ٤ = ١٢.$$

$$\text{س}^2 + ٤ - ٤ = ١٢ - ٤$$

$$\text{س}^2 = ٨$$

$$\text{س} = \sqrt{٨}$$

$$(٨) \text{ س}^3 = -٩.$$

$$\text{س} = \sqrt[3]{-٩}$$

$$\text{س} = -\sqrt[3]{٩}$$

$$(٩) \text{ م} + ٢ = ٦.$$

$$\text{م} + ٢ - ٢ = ٦ - ٢$$

$$\text{م} = ٤$$

$$(۱۰) ۲ = م س + ب ، م ، ب ثابتان .$$

$$م س = ۲ - ب$$

$$س = \frac{۲ - ب}{م}$$

$$(۱۱) ب = ۲ ل + (۴ -) ، ب ثابت .$$

$$ب = ۲ ل - ۴$$

$$۲ ل = ب + ۴$$

$$ل = \frac{ب + ۴}{۲}$$

$$(12) 20 - 10 \text{ ص} = 40.$$

$$20 - 10 \text{ ص} + 10 \text{ ص} = 40 + 10 \text{ ص}$$

$$20 = 40 + 10 \text{ ص}$$

$$20 - 40 = 40 - 10 \text{ ص}$$

$$-20 = 10 \text{ ص}$$

$$\text{ص} = \frac{20}{10}$$

$$\text{ص} = -2$$

(13) **هندسة** : إذا كانت $m = \frac{1}{2} \text{ ق} \times \text{ع}$ ، تمثل صيغة مساحة

المثلث، حيث m المساحة، ق قاعدة المثلث، ع ارتفاعه.

فأوجد مساحة المثلث الذي طول قاعدته 10 سم،

وارتفاعه 5 سم.

$$m = \frac{1}{2} \text{ ق} \times \text{ع}$$

$$m = \frac{1}{2} \times 10 \times 5$$

$$m = 25 \text{ سم}^2$$

حل نظام من معادلتين خطيتين بيانياً

١-٥

تحقق

$$\begin{aligned} \text{أ) ص} &= ٢\text{س} + ٣ \\ \text{ص} &= -٢\text{س} + ٣ \end{aligned}$$

بما أن المستقيمين اللذين يمثلان المعادلتين يتقاطعان في نقطة واحدة
فهناك حل واحد للنظام ويكون النظام متسقاً ومستقلاً.

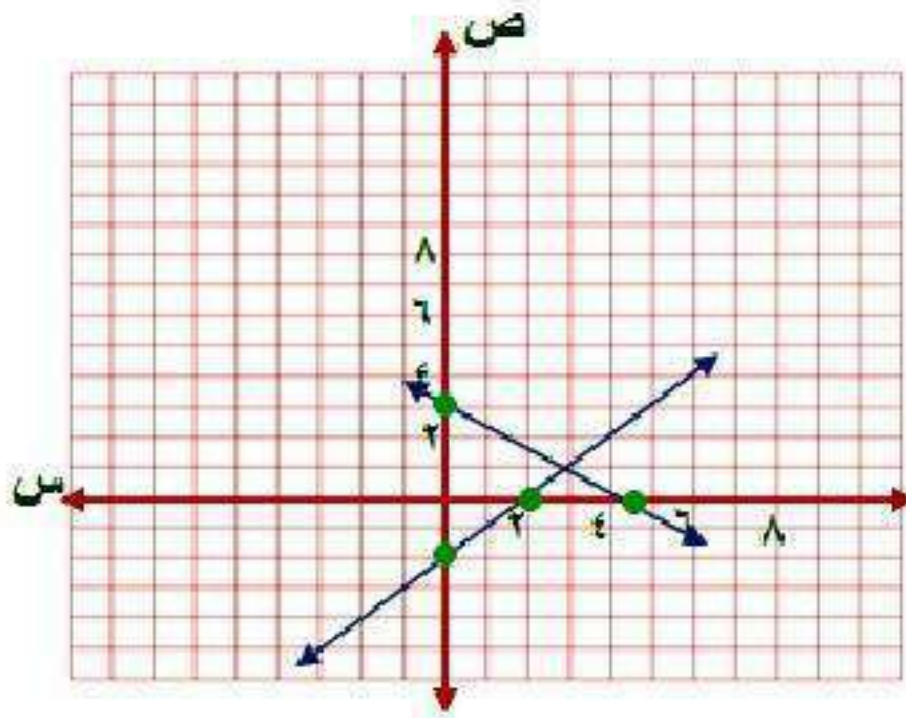
$$\begin{aligned} \text{ب) ص} &= ٥ - \text{س} \\ \text{ص} &= -٢\text{س} - ٥ \end{aligned}$$

بما أن المستقيمين اللذين يمثلان المعادلتين يتقاطعان في نقطة واحدة
فهناك حل واحد للنظام ويكون النظام متسقاً ومستقلاً.

مثل كل نظام مما يأتي بيانياً، وأوجد عدد حلوله، وإذا كان واحداً فاكتبه:

$$(١٢) \text{ س} - \text{ص} = ٢$$

$$٩ = \text{ص} + ٢\text{س}$$



$$\text{س} - \text{ص} = ٢$$

$$\text{عند س} = ٠$$

$$\text{ص} = ٢ -$$

$$\text{إذن النقطة } (٢ - , ٠)$$

$$\text{عند ص} = ٠$$

$$\text{س} = ٢$$

$$\text{إذن النقطة } (٠ , ٢)$$

$$\text{ص} + ٢\text{س} = ٩$$

$$\text{عند س} = ٠$$

$$\text{ص} = ٩$$

$$\text{إذن النقطة } (٩ , ٠)$$

$$\text{عند ص} = ٠$$

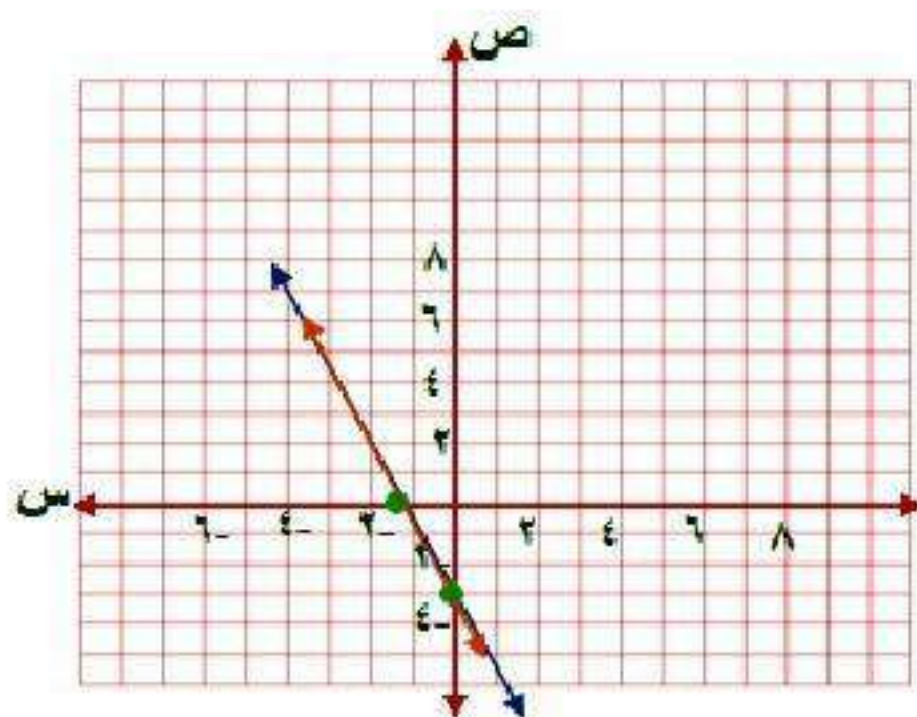
$$\text{س} = ٤,٥$$

$$\text{إذن النقطة } (٤,٥ , ٠)$$

بما أن المستقيمين اللذين يمثلان المعادلتين يتقاطعان في نقطة واحدة هي $(٣ , ١)$ فهناك حل واحد للنظام ويكون النظام متسقاً ومستقلاً.

$$٢ب) ص - ٢س = ٣ -$$

$$٦س + ٣ص = ٩ -$$



$$ص - ٢س = ٣ -$$

$$٦س + ٣ص = ٩ -$$

قسمة كل من الطرفين على ٣

$$٢س + ص = ٣ -$$

$$ص - ٢س = ٣ -$$

$$ص = ٣ -$$

$$عند س = ٠$$

إذن النقطة (٠ ، ٣ -)

$$١,٥ - = س$$

$$عند ص = ٠$$

إذن النقطة (١,٥ - ، ٠)

بما أن المستقيمين منطبقين إذا لهما عدد لانتهائي من الحلول.

(٣) ساعات: يرغب كل من محمود ورائد في شراء ساعة يدوية، فإذا كان مع محمود ١٤ ريالاً، ويوفر ١٠ ريالات في الأسبوع، ومع رائد ٢٦ ريالاً ويوفر ٧ ريالات في الأسبوع، فبعد كم أسبوعاً يصبح معهما المبلغ نفسه؟

معادلة ما يوفره محمود: $ص = ١٠س + ١٤$

معادلة ما يوفره رائد: $ص = ٧س + ٢٦$

مثل المعادلتين بيانياً:

$$ص = ١٠س + ١٤$$

$$عند س = ٠ \quad ص = ١٤$$

إن النقطة (٠، ١٤)

$$عند ص = ٠ \quad س = -١,٤$$

إن النقطة (-١,٤، ٠)

$$ص = ٧س + ٢٦$$

$$عند س = ٠ \quad ص = ٢٦$$

إن النقطة (٠، ٢٦)

$$عند ص = ٠ \quad س = -٣,٧$$

إن النقطة (-٣,٧، ٠)

$$\text{ص} = ١٠\text{س} + ١٤ \quad \text{ضرب المعادلة في ٧}$$

$$\text{ص} = ٧\text{س} + ٢٦ \quad \text{ضرب المعادلة في ١٠}$$

$$٧\text{ص} = ٧٠\text{س} + ٩٨ \leftarrow ١$$

$$١٠\text{ص} = ٧٠\text{س} + ٢٦٠ \leftarrow ٢$$

بطرح المعادلتين ١ و ٢ ينتج أن

$$٣\text{ص} = ١٦٢$$

$$\text{ص} = \frac{162}{3}$$

$$\text{ص} = ٥٤$$

بالتعويض في أي من المعادلتين عن ص = ٥٤

$$١٠\text{س} + ١٤ = ٥٤$$

$$١٠\text{س} = ٥٤ - ١٤$$

$$١٠\text{س} = ٤٠$$

$$\text{س} = ٤$$

إن نقطة التقاطع هي (٤، ٥٤)

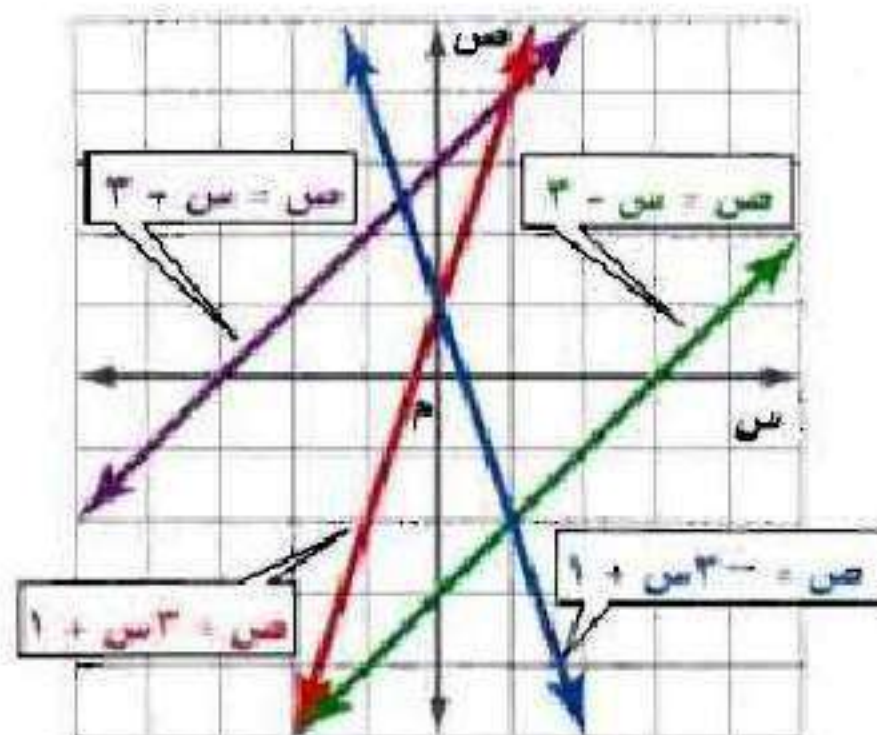
بما أن نقطة التقاطع عند النقطة (٤، ٥٤)

إن عدد الأسابيع = ٤ أسابيع.



مثال ١

استعمل التمثيل البياني المجاور لتحديد ما إذا كان كلٌّ من أنظمة المعادلات الآتية متسقاً أم غير متسق، ومستقلاً أم غير مستقل:



$$(١) \text{ ص} = -٣\text{س} + ١$$

$$\text{ص} = ٣\text{س} + ١$$

بما أن المستقيمين اللذين يمثلان المعادلتين يتقاطعان في نقطة واحدة
فهناك حل واحد للنظام ويكون النظام **متسقاً ومستقلاً**.

$$(٢) \text{ ص} = ٣\text{س} + ١$$

$$\text{ص} = \text{س} - ٣$$

بما أن المستقيمين اللذين يمثلان المعادلتين يتقاطعان في نقطة واحدة
فهناك حل واحد للنظام ويكون النظام **متسقاً ومستقلاً**.

$$(٣) \text{ ص} = \text{س} - ٣$$

$$\text{ص} = \text{س} + ٣$$

بما أن المستقيمين اللذان يمثلان المعادلتين متوازيان فلا يوجد حل
للنظام ويكون النظام **غير متسق**.

$$(٤) \text{ ص} = \text{س} + ٣$$

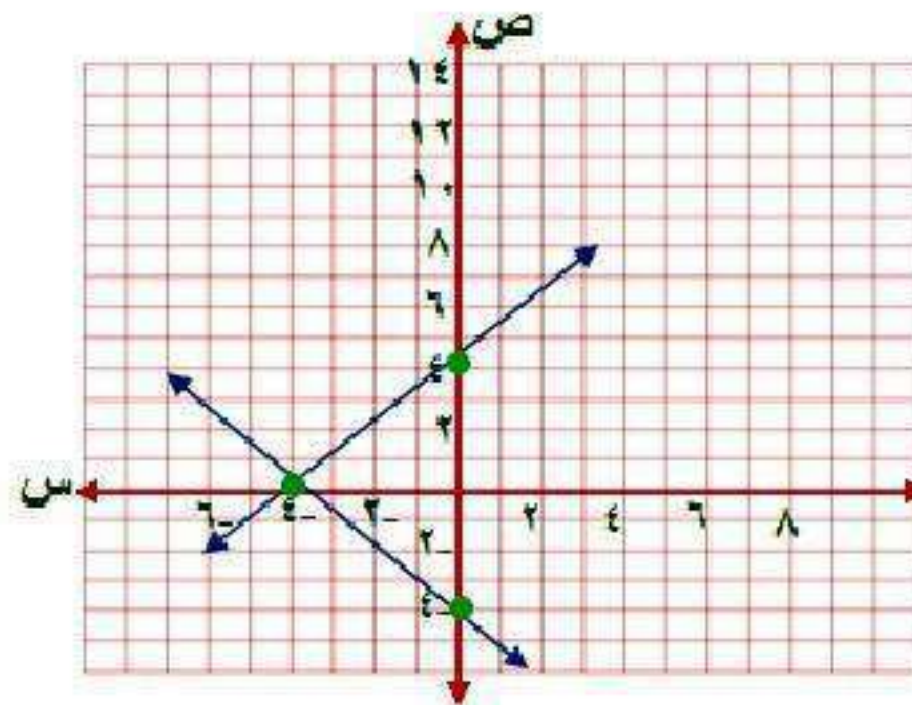
$$\text{س} - \text{ص} = ٣$$

بما أن المستقيمين منطبقين إذا لهما عدد لانهائي من الحلول والنظام
متسق وغير مستقل.

مثال ٢

مثّل كلّاً من أنظمة المعادلات الآتية بيانيّاً، وأوجد عدد حلوله، وإن كان واحداً فاكتبه:

$$(٥) \quad \begin{cases} \text{ص} = \text{س} + ٤ \\ \text{ص} - \text{س} = ٤ \end{cases}$$



$$\text{ص} = \text{س} + ٤$$

$$\text{ص} = ٤$$

$$\text{عند س} = ٠$$

إنّ النقطة (٤ ، ٠)

$$\text{س} = -٤$$

$$\text{عند ص} = ٠$$

إنّ النقطة (٠ ، -٤)

$$ص = س - ٤$$

$$\text{عند } س = ٠ \quad ص = -٤$$

إنّ النقطة $(٠, -٤)$

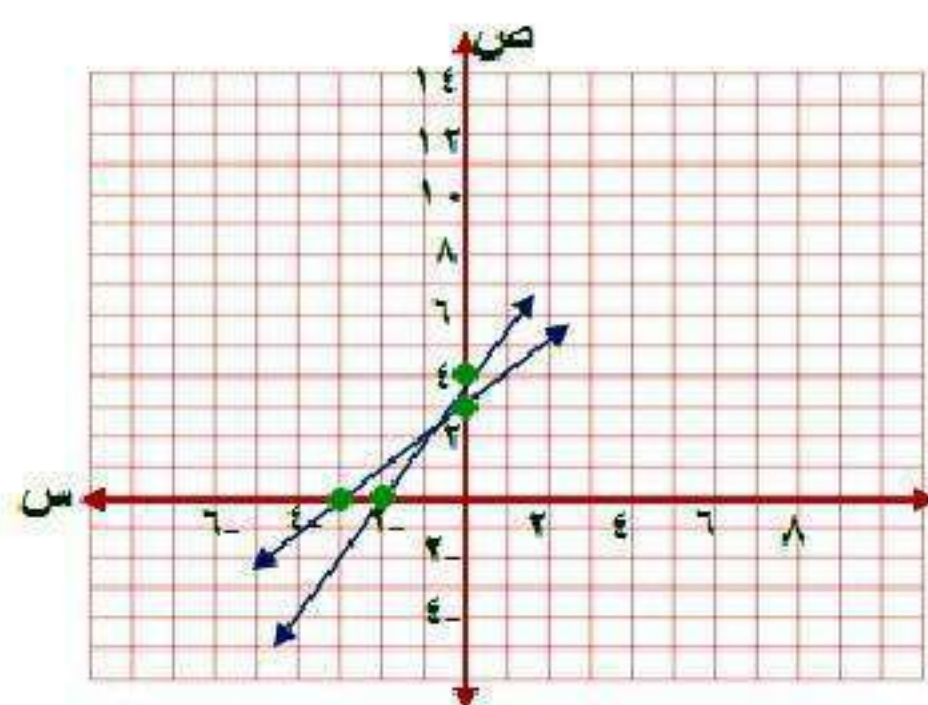
$$\text{عند } ص = ٠ \quad س = ٤$$

إنّ النقطة $(٤, ٠)$

بما أن المستقيمين اللذين يمثلان المعادلتين يتقاطعان في نقطة واحدة هي $(٤, ٠)$ فهناك حل واحد للنظام ويكون النظام متسقاً ومستقلاً.

$$(6) \text{ ص} = \text{س} + 3$$

$$\text{ص} = 2\text{س} + 4$$



$$\text{ص} = \text{س} + 3$$

$$\text{ص} = 3$$

$$\text{عند س} = 0$$

إن النقطة (3, 0)

$$\text{س} = -3$$

$$\text{عند ص} = 0$$

إن النقطة (0, -3)

$$\text{ص} = 2\text{س} + 4$$

$$\text{عند س} = 0 \quad \text{ص} = 4$$

إن النقطة (0 ، 4)

$$\text{عند ص} = 0 \quad \text{س} = -2$$

إن النقطة (-2 ، 0)

بما أن المستقيمين اللذين يمثلان المعادلتين يتقاطعان في نقطة واحدة هي (-2 ، 1) فهناك **حل واحد** للنظام ويكون النظام متسقاً ومستقلاً.

مثال ٣

(٧) **قراءة:** يقرأ كلٌّ من صالح وعبدالله قصة طويلة كما في الشكل المقابل.

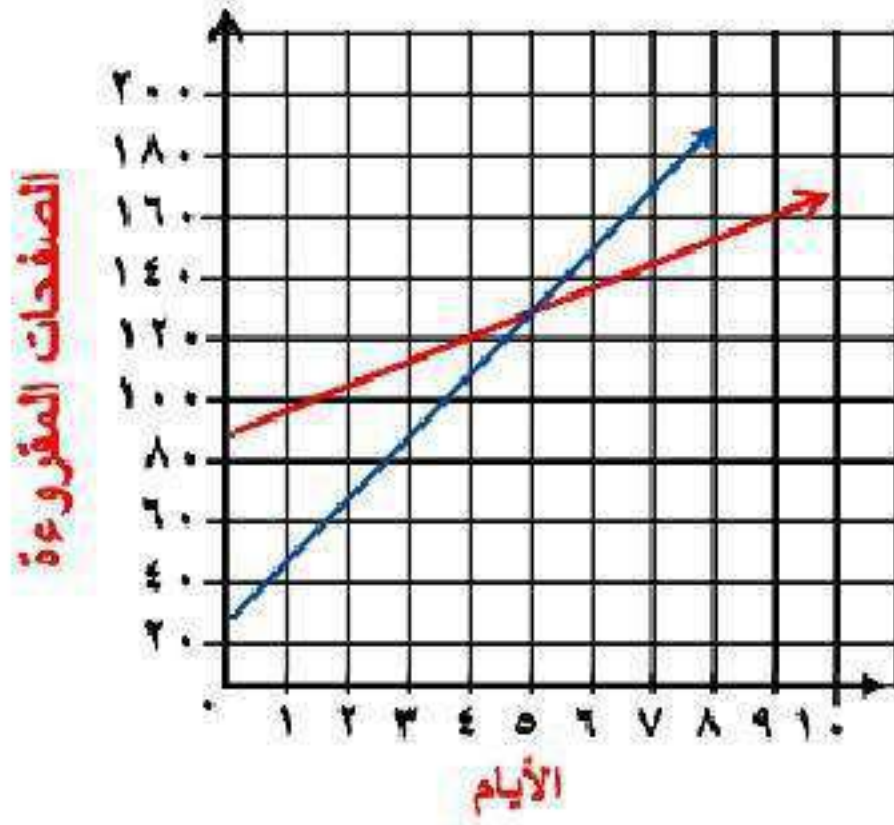


(أ) اكتب معادلة تعبر عن عدد الصفحات التي يقرأها كلٌّ منهما.

$$\text{معادلة ما يقرأ صالح ص} = ٢٠ \text{س} + ٣٥$$

$$\text{معادلة ما يقرأ عبد الله ص} = ١٠ \text{س} + ٨٥$$

ب) مثل كل معادلة بيانيًا.



$$\text{ص} = 20\text{س} + 35$$

$$\text{ص} = 35$$

$$\text{عند س} = 0$$

إذن النقطة (35, 0)

$$\text{س} = 1,75$$

$$\text{عند ص} = 0$$

إذن النقطة (0, 1,75)

$$\text{ص} = 10\text{س} + 85$$

$$\text{ص} = 85$$

$$\text{عند س} = 0$$

إذن النقطة (85, 0)

$$\text{س} = 8,5$$

$$\text{عند ص} = 0$$

إذن النقطة (0, 8,5)

(ج) بعد كم يومًا يصبح ما قرأه صالح أكثر مما قرأه عبد الله؟ تحقق من إجابتك وفسرها.

بعد ٦ أيام يصبح ما قرأه صالح أكثر مما قرأه عبد الله.

لأن عند ٥ أيام يكون عدد الصفحات متساوية لأن المستقيمين الممثلين النظامين يتقاطعان عند النقطة (٥، ١٣٥) وبعدها يزداد عدد صفحات صالح عن عبد الله.

للتحقق: احسب عدد الصفحات لكل منها في اليوم السادس.

$$\text{صالح: ص} = ٢٠\text{س} + ٣٥$$

$$= ٢٠ \times ٦ + ٣٥ = ١٥٥$$

$$\text{عبد الله: ص} = ١٠\text{س} + ٨٥$$

$$= ١٠ \times ٦ + ٨٥ = ١٤٥$$

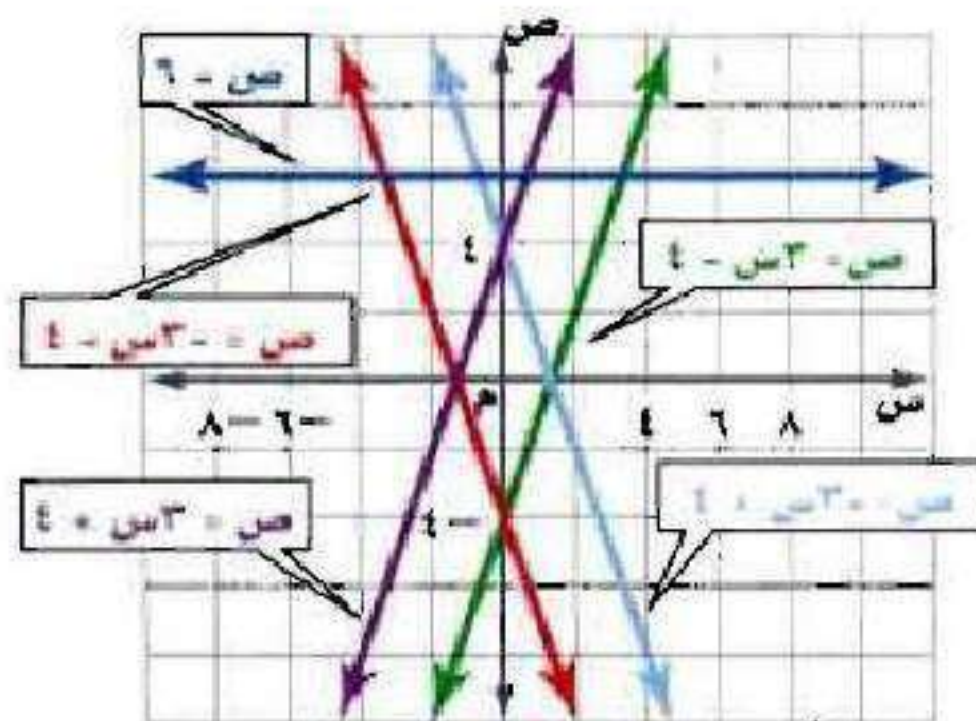
أي ما قرأه صالح أكثر مما قرأه عبد الله في اليوم السادس.

تدرب وحل المسائل:



مثال ١

استعمل التمثيل البياني المجاور لتحديد ما إذا كان كل نظام فيما يأتي متسقاً أم غير متسق، ومستقلاً أم غير مستقل:



$$(٨) \text{ ص} = -٣\text{س} + ٤$$

$$\text{ص} = -٣\text{س} - ٤$$

بما أن المستقيمين اللذان يمثلان المعادلتين متوازيان فلا يوجد حل للنظام ويكون النظام غير متسق.

$$(٩) \text{ ص} = -٣\text{س} - ٤$$

$$\text{ص} = -٣\text{س} - ٤$$

بما أن المستقيمين اللذين يمثلان المعادلتين يتقاطعان في نقطة واحدة فهناك حل واحد للنظام ويكون النظام متسقاً ومستقلاً.

$$(10) \quad 3s - v = -\epsilon$$

$$3s - v = \epsilon$$

بما أن المستقيمين اللذين يمثلان المعادلتين يتقاطعان في نقطة واحدة
فهناك حل واحد للنظام ويكون النظام متسقاً ومستقلاً.

$$(11) \quad 3s - v = \epsilon$$

$$3s + v = \epsilon$$

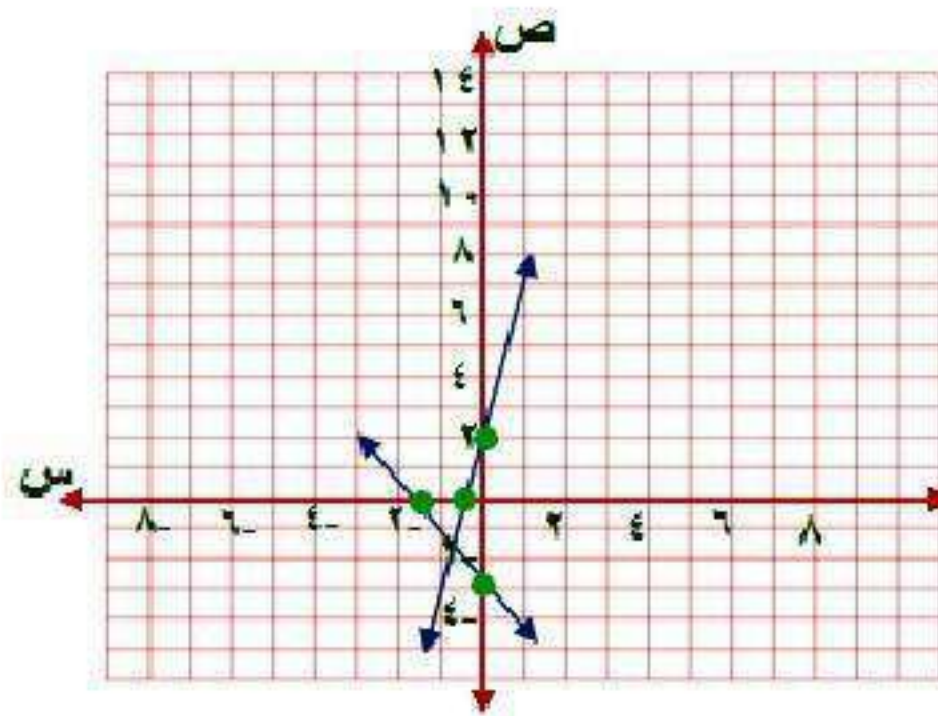
بما أن المستقيمين اللذين يمثلان المعادلتين يتقاطعان في نقطة واحدة
فهناك حل واحد للنظام ويكون النظام متسقاً ومستقلاً.

مثال ٢

مثل كل نظام فيما يأتي بيانياً، وأوجد عدد حلوله. وإن كان واحداً فاكتبه:

$$(١٢) \text{ ص } = \text{ س } + ٢$$

$$\text{ص} = ٢ - \text{س} - ٣$$



$$\text{ص} = \text{س} + ٢$$

$$\text{ص} = ٢$$

$$\text{عند س} = ٠$$

إنّ النقطة (٢ ، ٠)

عند ص = ٠ س = -٥,٠

إذن النقطة (-٥,٠)

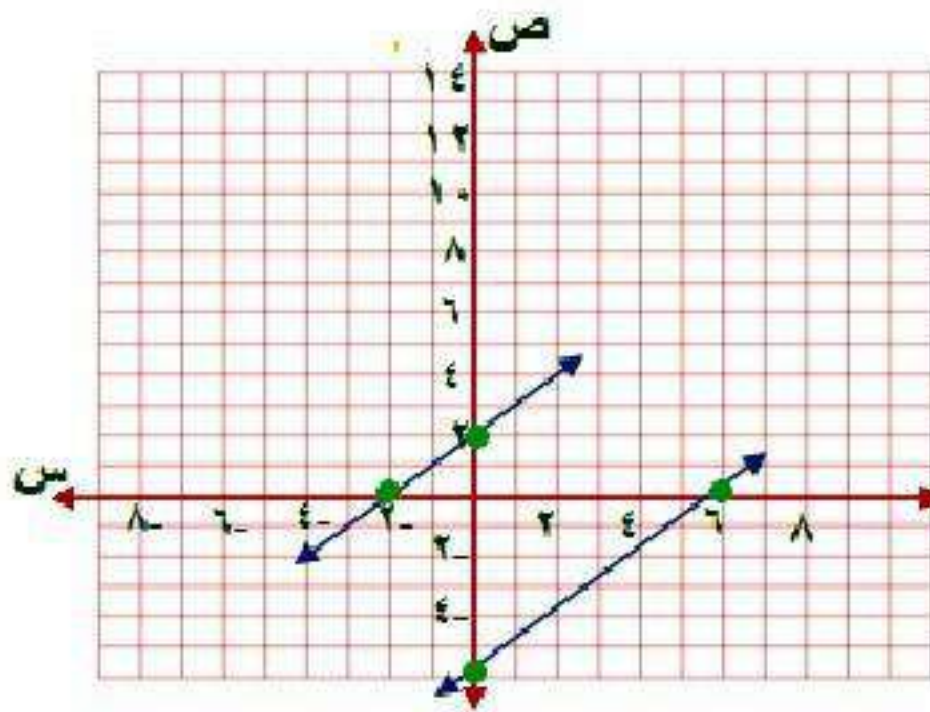
ص = -٢ س - ٣

عند س = ٠ ص = -٣

إذن النقطة (٠, -٣)

$$(١٣) \text{ ص} = \text{س} - ٦$$

$$\text{ص} = \text{س} + ٢$$



$$\text{ص} = \text{س} - ٦$$

$$\text{ص} = \text{س} - ٦$$

$$\text{عند س} = ٠$$

إذن النقطة $(٠, -٦)$

$$\text{س} = ٦$$

$$\text{عند ص} = ٠$$

إذن النقطة $(٦, ٠)$

$$\text{ص} = \text{س} + ٢$$

$$\text{عند س} = ٠ \quad \text{ص} = ٢$$

إذن النقطة (٢ ، ٠)

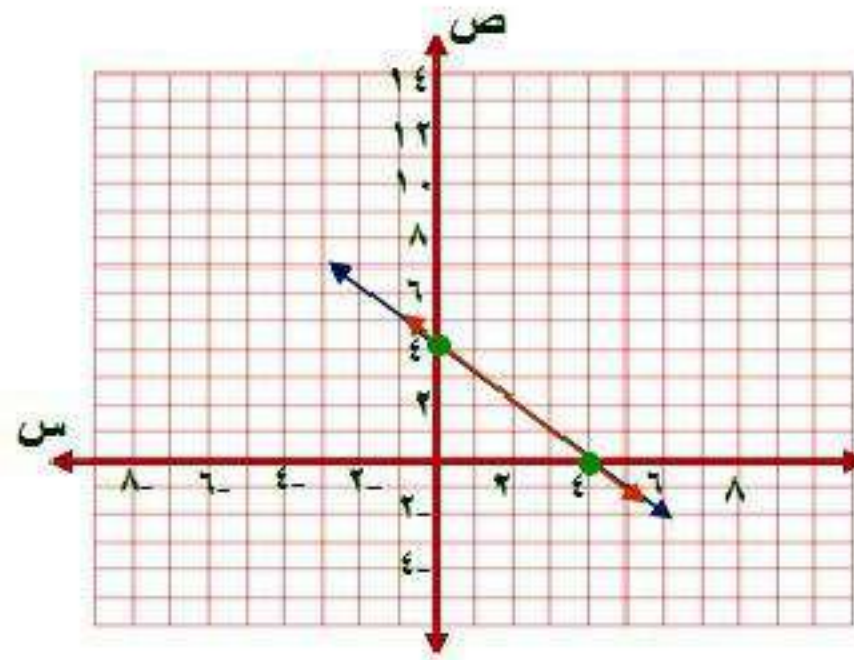
$$\text{عند ص} = ٠ \quad \text{س} = -٢$$

إذن النقطة (٠ ، -٢)

بما أن ميل كلا المستقيمين متساوي ومقاطعهما الصادي مختلفين إذن
المستقيمان متوازيان، إذن **لا يوجد حل** للنظام ويكون النظام غير متسق.

$$(١٤) \text{ س} + \text{ص} = ٤$$

$$١٢ = \text{ص}^٣ + \text{س}^٣$$



$$\text{س} + \text{ص} = ٤$$

$$\text{ص} = ٤$$

$$\text{عند س} = ٠$$

إذن النقطة (٤ ، ٠)

$$\text{س} = ٤$$

$$\text{عند ص} = ٠$$

إذن النقطة (٠ ، ٤)

$$3س + 3ص = 12 \text{ بالقسمة على } 3$$

$$س + ص = 4$$

$$\text{عند } س = 0 \quad ص = 4$$

إن النقطة (0, 4)

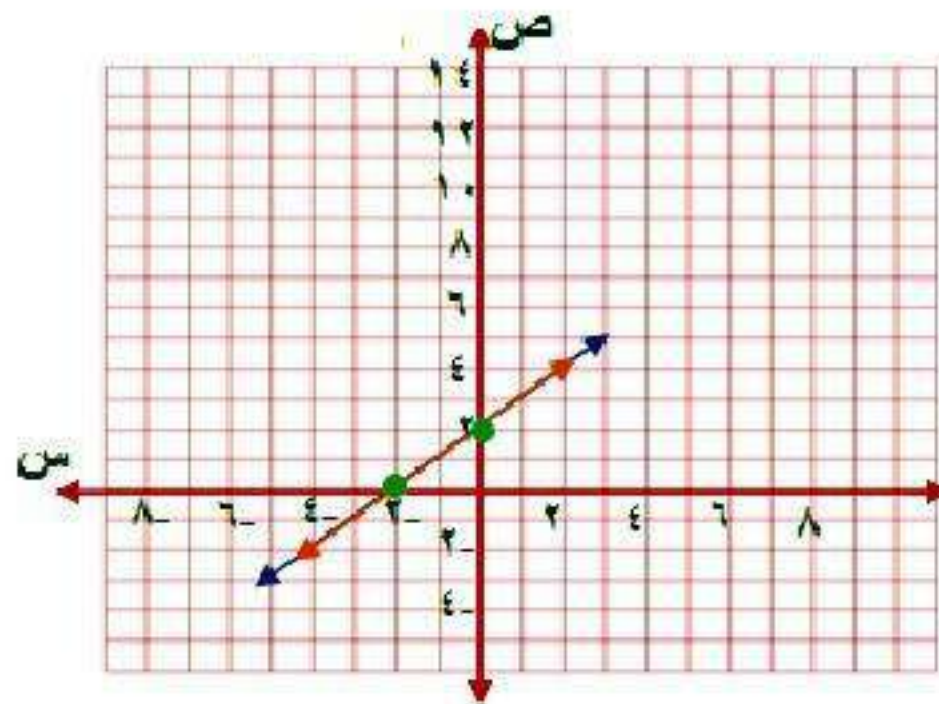
$$\text{عند } ص = 0 \quad س = 4$$

إن النقطة (4, 0)

بما أن المستقيمين الممثلان للنظام منطبقين إذا النظام متسق وغير مستقل
إذا لها عدد لا نهائي من الحلول.

$$(١٥) \text{ س} - \text{ص} = ٢ -$$

$$\text{س} - \text{ص} = ٢ -$$



$$\text{س} - \text{ص} = ٢ -$$

$$\text{ص} = ٢$$

$$\text{عند س} = ٠$$

إنّ النقطة (٢ ، ٠)

$$\text{س} = ٢ -$$

$$\text{عند ص} = ٠$$

إنّ النقطة (٠ ، ٢ -)

$$-s + v = 2$$

$$\text{عند } s = 0 \quad v = 2$$

إذن النقطة (2, 0)

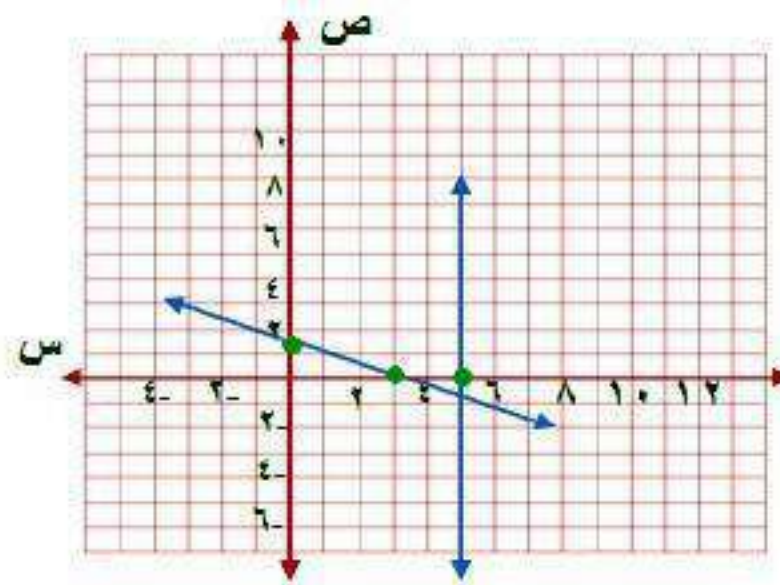
$$\text{عند } v = 0 \quad -s = 2$$

إذن النقطة (0, -2)

بما أن المستقيمين الممثلان للنظام منطبقين إذا النظام متسق وغير مستقل إذا لها عدد لا نهائي من الحلول.

$$(١٦) \text{ س } + ٢\text{ ص } = ٣$$

$$\text{س} = ٥$$



$$\text{س} + ٢\text{ ص } = ٣$$

$$\text{عند س} = ٠ \quad \text{ص} = ١,٥$$

إنّ النقطة (٠ ، ١,٥)

$$\text{عند ص} = ٠ \quad \text{س} = ٣$$

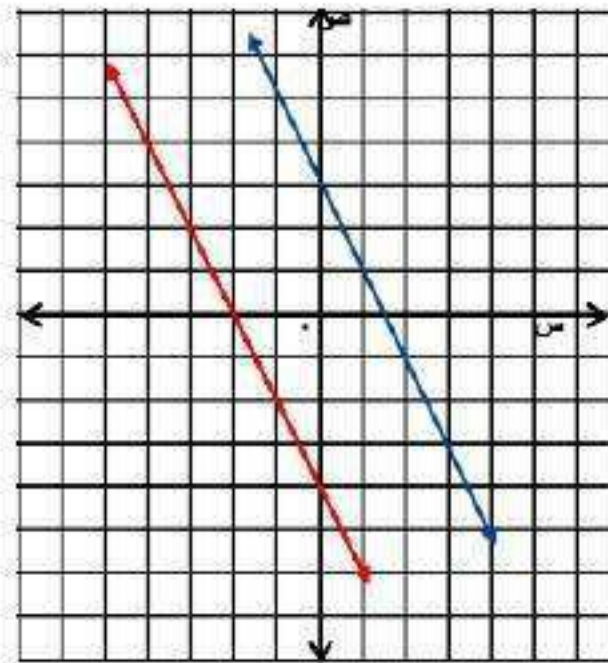
إنّ النقطة (٣ ، ٠)

بما أن $\text{س} = ٥$ ارسم مستقيم يوازي محور ص

بما أن المستقيمين اللذين يمثلان المعادلتين يتقاطعان في نقطة واحدة هي (٥ - ، ١) فهناك حل واحد للنظام ويكون النظام متسقاً ومستقلاً.

$$(١٧) \quad ٢س + ص = -٤$$

$$ص + ٢س = ٣$$



$$٢س + ص = -٤$$

$$ص = -٤$$

$$\text{عند } س = ٠$$

إنّ النقطة $(٠, -٤)$

$$ص = ٣$$

$$\text{عند } س = ٠$$

إنّ النقطة $(٠, ٣)$

$$\text{ص} + 2\text{س} = 3$$

$$\text{عند س} = 0 \quad \text{ص} = 3$$

إذن النقطة (3 ، 0)

$$\text{عند ص} = 0 \quad \text{س} = 1,5$$

إذن النقطة (0 ، 1,5)

بما أن ميل كلا المستقيمين متساوي ومقاطعهما الصادي مختلفين إذن
المستقيمان متوازيان.

إذن لا يوجد حل للنظام ويكون النظام غير متسق.

مثال ٣

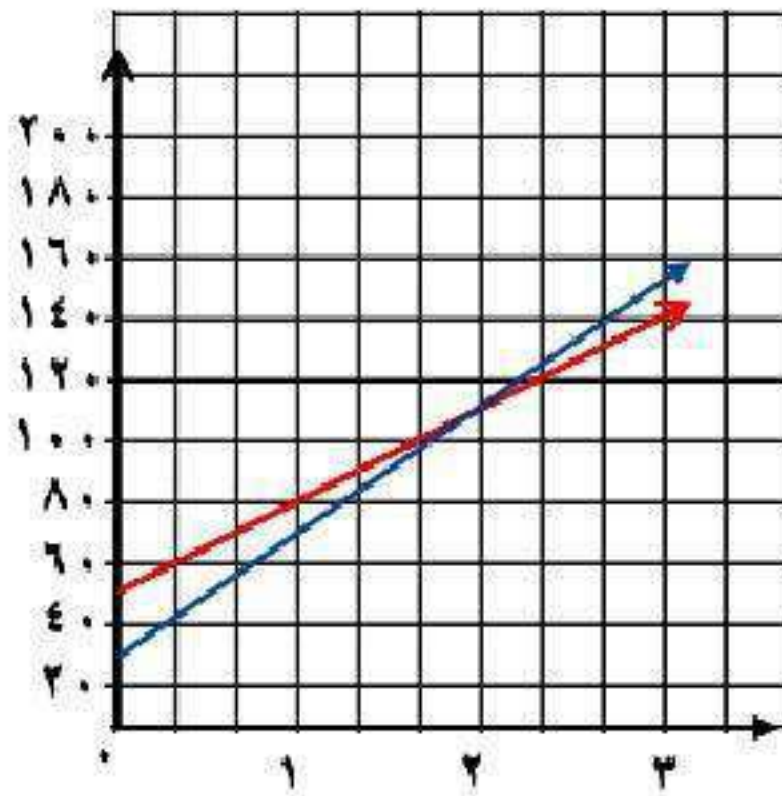
(١٨) هوايات: يتنافس خالد وسعود في جمع الطوابع التذكارية، فإذا كان لدى خالد ٣٠ طابعًا، ويضيف إليها أسبوعيًا ٤٠ طابعًا، ولدى سعود ٥٠ طابعًا، ويضيف إليها ٣٠ طابعًا كل أسبوع.

(أ) فاكتب معادلة تعبر عن عدد الطوابع التي جمعها كل منهما.

$$\text{عدد طوابع خالد} = ٤٠س + ٣٠$$

$$\text{عدد طوابع سعود} = ٣٠س + ٥٠$$

(ب) مثل كل معادلة بيانيًا.



$$\text{ص} = ٤٠ \text{س} + ٣٠$$

$$\text{عند س} = ٠ \quad \text{ص} = ٣٠$$

إذن النقطة (٣٠ ، ٠)

$$\text{عند ص} = ٠ \quad \text{س} = -٧٥,٠$$

إذن النقطة (٠ ، -٧٥,٠)

$$\text{ص} = ٣٠ \text{س} + ٥٠$$

$$\text{عند س} = ٠ \quad \text{ص} = ٥٠$$

إذن النقطة (٥٠ ، ٠)

$$\text{عند ص} = ٠ \quad \text{س} = -٧,١$$

إذن النقطة (٠ ، -٧,١)

جـ) بعد كم أسبوعًا يصبح لدى كل منهما العدد نفسه من الطوابع؟

$$ص = ٤٠س + ٣٠$$

$$ص = ٣٠س + ٥٠$$

$$٠ = ١٠س - ٢٠$$

$$١٠س = ٢٠$$

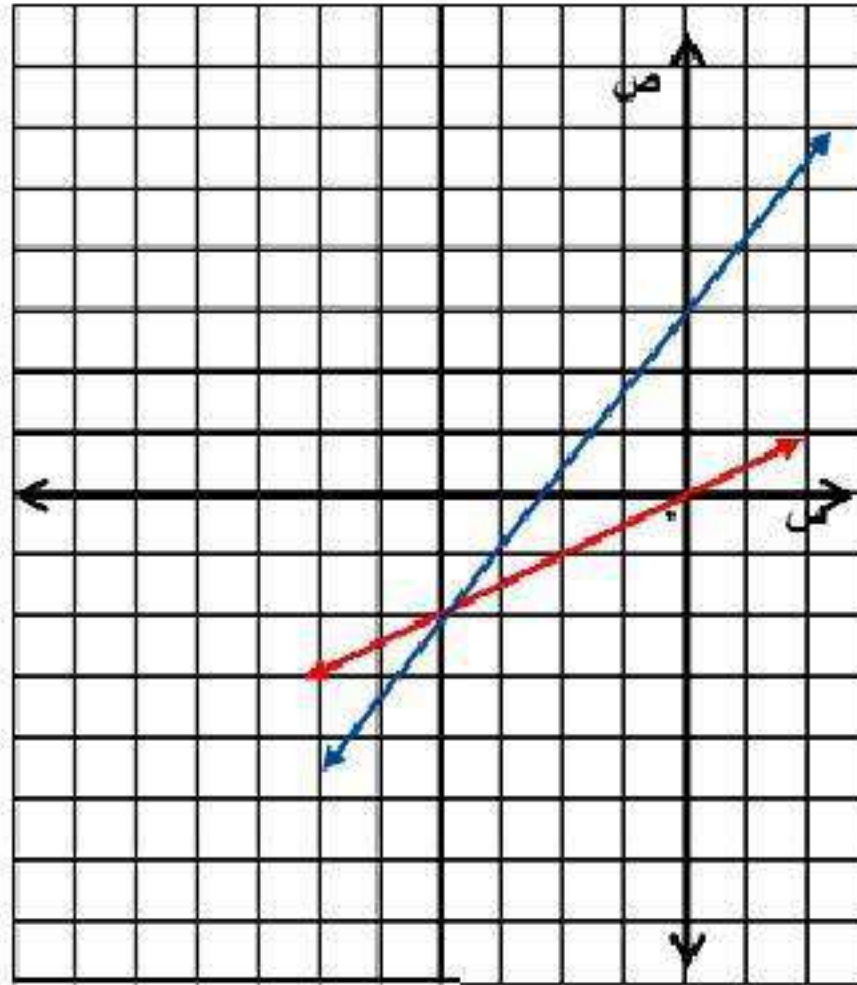
$$س = ٢$$

إذن بعد أسبوعين يكون لهما نفس عدد الطوابع.

مثّل كل نظام فيما يأتي بيانيًا، وأوجد عدد حلوله، وإن كان واحدًا فاكتبه:

$$(١٩) \text{ ص} = \frac{1}{2} \text{ س}$$

$$\text{ص} = \text{س} + ٢$$



$$\text{ص} = \frac{1}{2} \text{ س}$$

$$\text{ص} = ٠$$

$$\text{عند س} = ٠$$

إنّ النقطة (٠ ، ٠)

$$\text{عند } ص = ٠ \quad س = ٠$$

إنّ النقطة $(٠, ٠)$

$$ص = س + ٢$$

$$\text{عند } س = ٠ \quad ص = ٢$$

إنّ النقطة $(٠, ٢)$

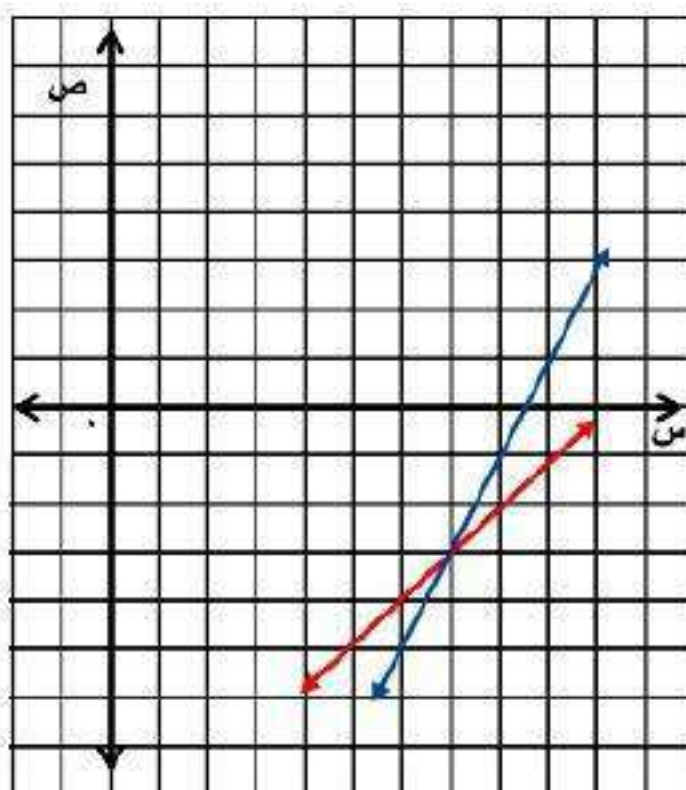
$$\text{عند } ص = ٠ \quad س = -٢$$

إنّ النقطة $(٠, -٢)$

بما أن المستقيمين الممثلين للنظامين متقاطعين في النقطة $(١, ٣)$
فهو الحل للمعادلتين.

$$(٢٠) \text{ ص} = ٢ \text{ س} - ١٧$$

$$\text{ص} = \text{س} - ١٠$$



$$\text{ص} = ٢ \text{ س} - ١٧$$

$$\text{عند ص} = ٠ \quad \text{ص} = ١٧ -$$

إن النقطة (٠ ، ١٧ -)

$$\text{عند ص} = ٠ \quad \text{س} = ٨,٥ =$$

إن النقطة (٠ ، ٨,٥)

$$\text{ص} = \text{س} - ١٠$$

$$\text{عند س} = ٠ \quad \text{ص} = -١٠$$

إذن النقطة $(٠, -١٠)$

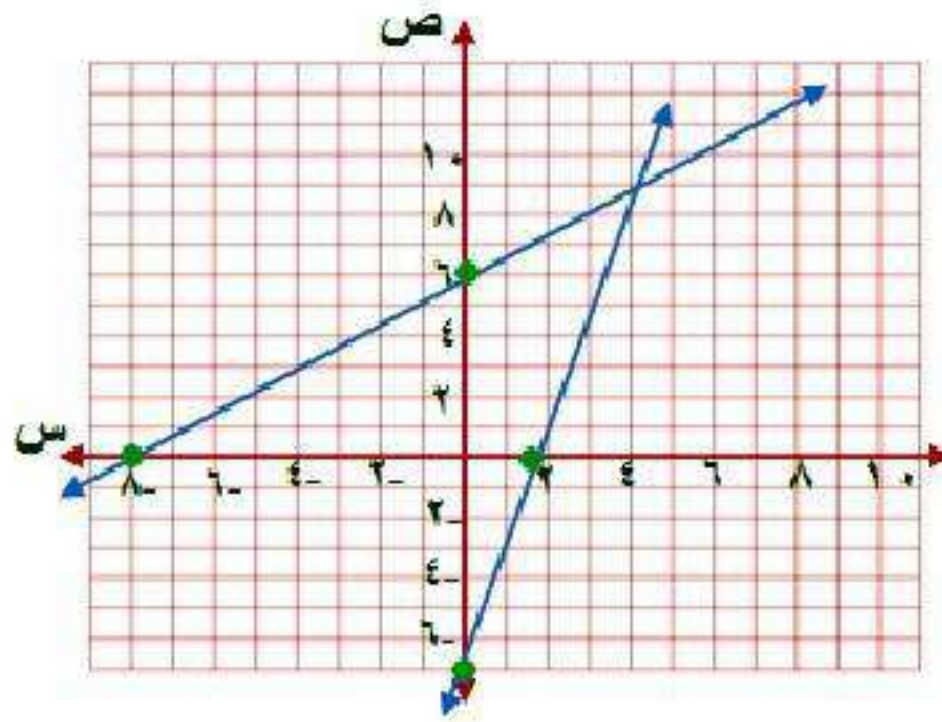
$$\text{عند ص} = ٠ \quad \text{س} = ١٠$$

إذن النقطة $(١٠, ٠)$

بما أن المستقيمين الممثلين للنظامين متقاطعين في النقطة $(٧, -٣)$
فهي الحل للمعادلتين.

$$(٢١) \quad ٢٤ = ٤ص + ٣س$$

$$٧ = ص - ٤س$$



$$٢٤ = ٤ص + ٣س$$

$$\text{عند } ص = ٠ \quad ٦ = س$$

إنّ النقطة (٦ ، ٠)

$$\text{عند } ص = ٠ \quad ٨- = س$$

إنّ النقطة (٠ ، ٨-)

$$٤س - ص = ٧$$

$$\text{عند } س = ٠ \quad ص = ٧-$$

إنّ النقطة $(٧- , ٠)$

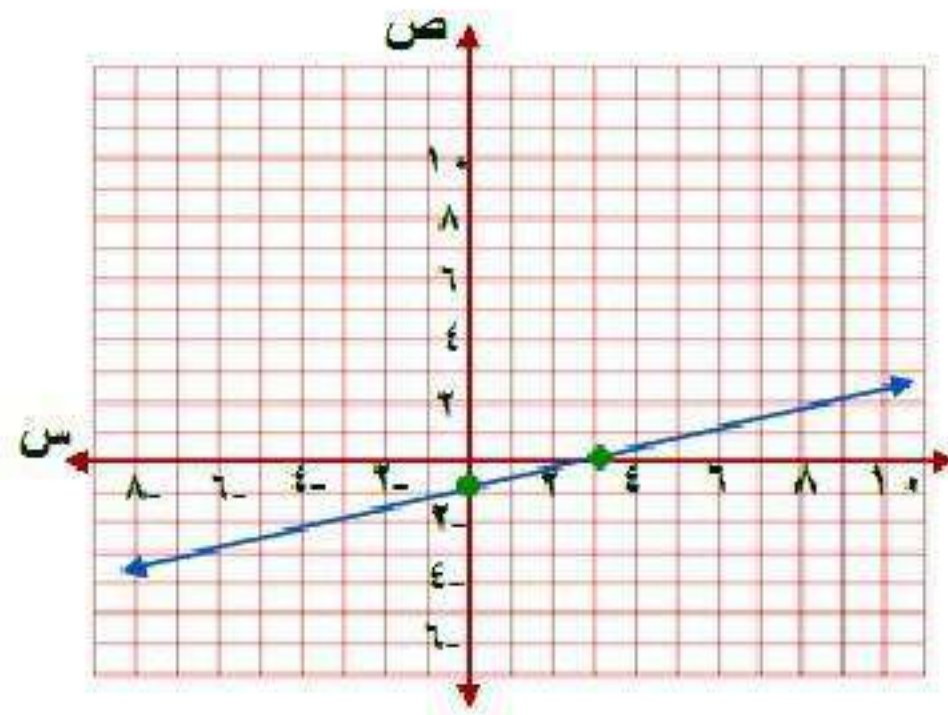
$$\text{عند } ص = ٠ \quad س = ١,٧٥$$

إنّ النقطة $(٠ , ١,٧٥)$

بما أن المستقيمين الممثلين للنظامين متقاطعين في النقطة $(٩ , ٤)$
فهي الحل للمعادلتين.

$$(٢٢) \text{ س}^٢ - ٨\text{ص} = ٦$$

$$\text{س} - ٤\text{ص} = ٣$$



$$\text{س}^٢ - ٨\text{ص} = ٦$$

$$\text{عند س} = ٠ \quad \text{ص} = -٠,٧٥$$

إذن النقطة $(٠, -٠,٧٥)$

$$\text{عند ص} = ٠ \quad \text{س} = ٣$$

إذن النقطة $(٣, ٠)$

س - ص = ٣

عند س = ٠ ص = ٠,٧٥

إذن النقطة (٠, ٠, ٧٥)

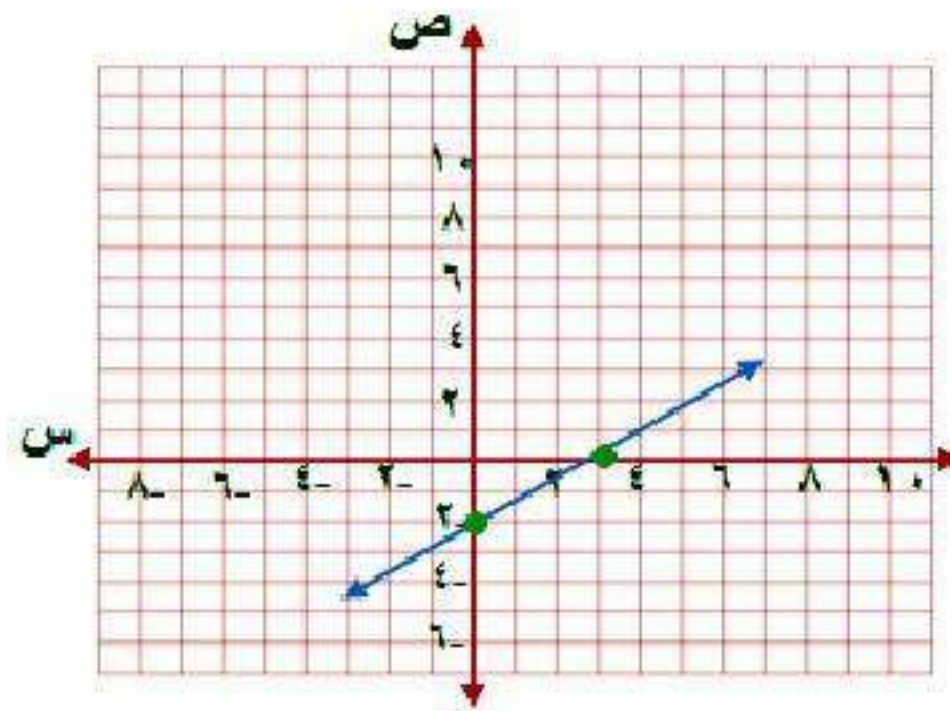
عند ص = ٠ س = ٣

إذن النقطة (٠, ٣, ٠)

بما أن المستقيمين الممثلان للنظام منطبقين إذا النظام متسق وغير مستقل
إذا لها عدد لا نهائي من الحلول.

$$(٢٣) \quad ٤س - ٦ص = ١٢$$

$$٢- = ٣ص + ٦-$$



$$٤س - ٦ص = ١٢$$

$$ص = ٢-$$

$$عند س = ٠$$

إذن النقطة (٢- ، ٠)

$$س = ٣$$

$$عند ص = ٠$$

إذن النقطة (٠ ، ٣)

$$٢- \text{س} + ٣\text{ص} = ٦-$$

$$\text{عند س} = ٠ \quad \text{ص} = ٢-$$

إذن النقطة (٢- ، ٠)

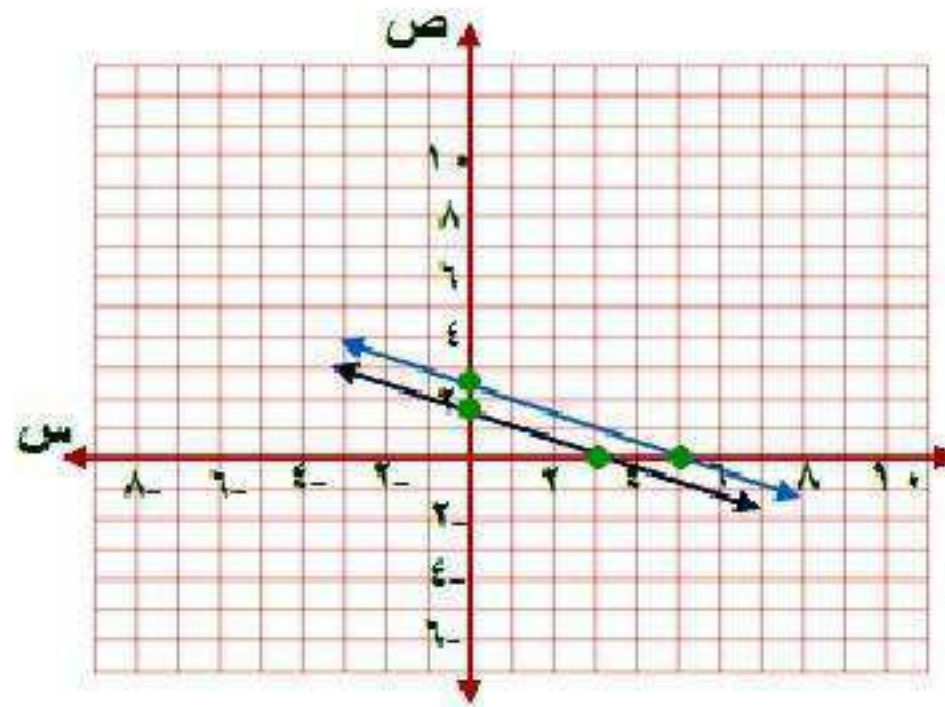
$$\text{عند ص} = ٠ \quad \text{س} = ٣$$

إذن النقطة (٠ ، ٣)

بما أن المستقيمين الممثلان للنظام منطبقين إذا النظام متسق وغير مستقل إذا لها عدد لا نهائي من الحلول.

$$(٢٤) \quad ١٠ = ٣ص + ٢س$$

$$١٢ = ٦ص + ٤س$$



$$١٠ = ٣ص + ٢س$$

$$٣, ٣,٣ = ص$$

$$٠ = س$$

إذن النقطة (٣, ٣,٣ ، ٠)

$$٥ = س$$

$$٠ = ص$$

إذن النقطة (٠ ، ٥)

$$٤س + ٦ص = ١٢$$

$$\text{عند } س = ٠ \quad ص = ٢$$

إذن النقطة (٢ ، ٠)

$$\text{عند } ص = ٠ \quad س = ٣$$

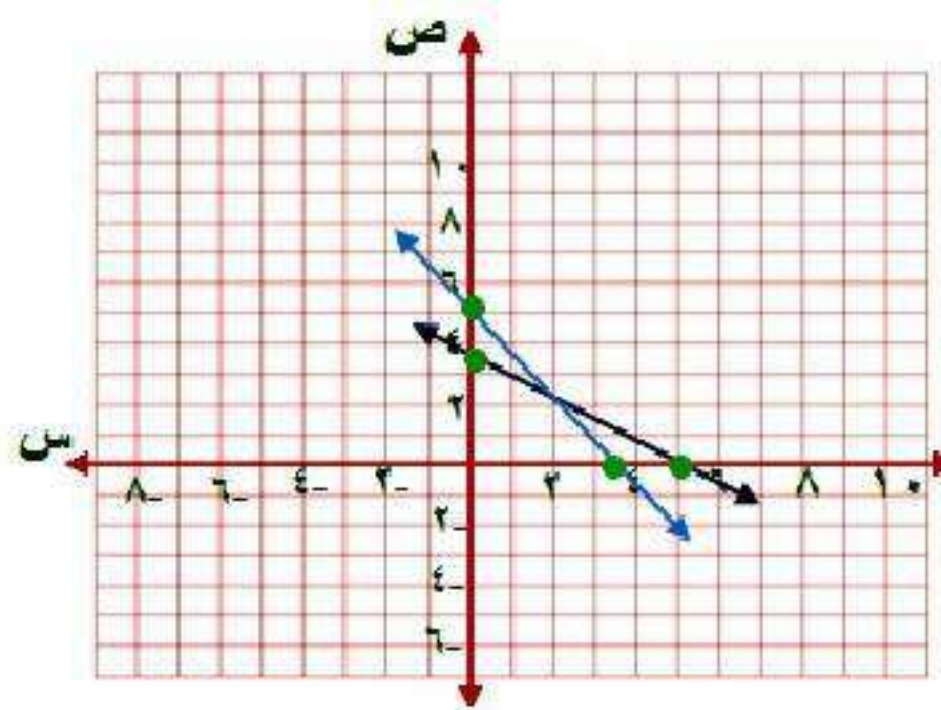
إذن النقطة (٠ ، ٣)

بما أن ميل كلا المستقيمين متساوي ومقاطعهما الصادي مختلفين إذن
المستقيمان متوازيان.

إذن لا يوجد حل للنظام ويكون النظام غير متسق.

$$٢٥) \text{ ص}^٢ + \text{س}^٣ = ١٠$$

$$\text{س}^٢ + \text{ص}^٣ = ١٠$$



$$\text{س}^٣ + \text{ص}^٢ = ١٠$$

$$\text{ص} = ٥$$

$$\text{عند س} = ٠$$

إذن النقطة (٥ ، ٠)

$$\text{س} = ٣, ٣٣$$

$$\text{عند ص} = ٠$$

إذن النقطة (٠ ، ٣, ٣٣)

$$٢س + ٣ص = ١٠$$

$$\text{عند } س = ٠ \quad \text{ص} = ٣,٣٣$$

إذن النقطة (٠ ، ٣,٣٣)

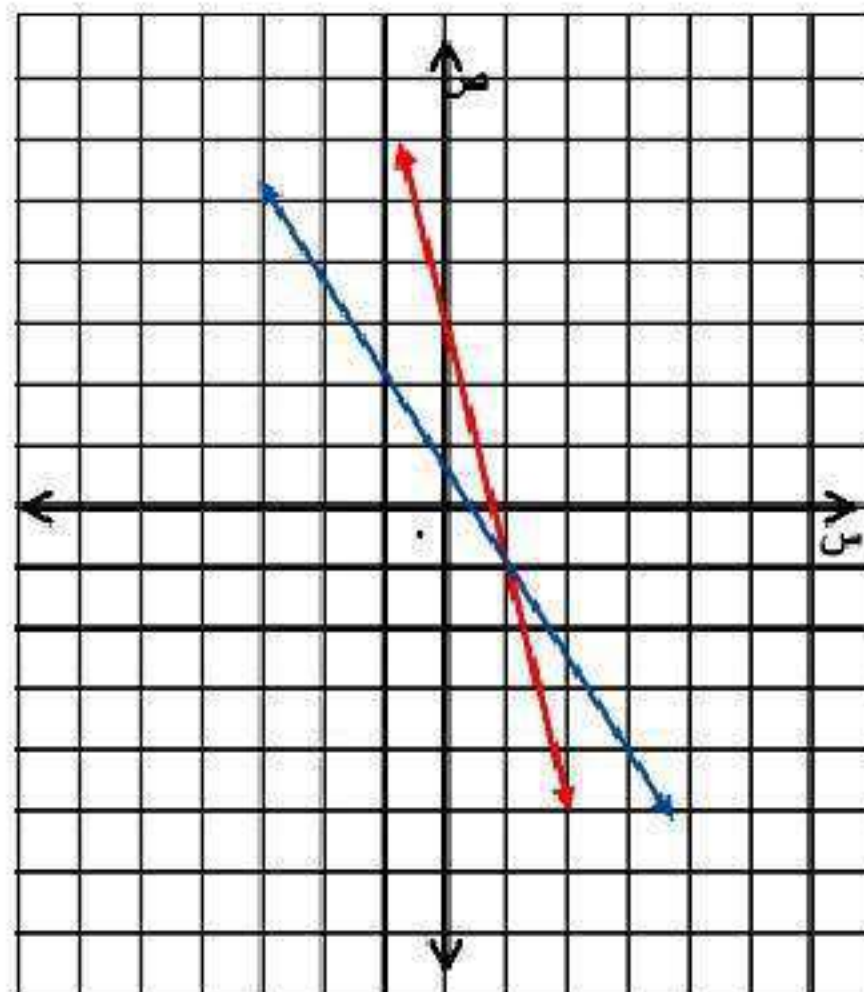
$$\text{عند } ص = ٠ \quad س = ٥$$

إذن النقطة (٥ ، ٠)

بما أن المستقيمين الممثلين للنظامين متقاطعين في النقطة (٢ ، ٢)
فهي الحل للمعادلتين.

$$(٢٦) \quad \frac{1}{4} = \text{ص} \frac{1}{2} + \text{س} \frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{2} = \text{ص} \frac{1}{6} + \text{س} \frac{2}{3}$$



$$\frac{1}{4} = \text{ص} \frac{1}{2} + \text{س} \frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{2} = \text{ص}$$

$$\bullet = \text{س}$$

إنّ النقطة $(\frac{1}{2}, \bullet)$

$$\text{عند ص} = ٠ \quad \text{س} = ٠,٣٣$$

إذن النقطة (٠, ٠, ٣٣)

$$\frac{1}{2} = \text{ص} \frac{1}{6} + \text{س} \frac{2}{3}$$

$$\text{عند س} = ٠ \quad \text{ص} = ٣$$

إذن النقطة (٣, ٠)

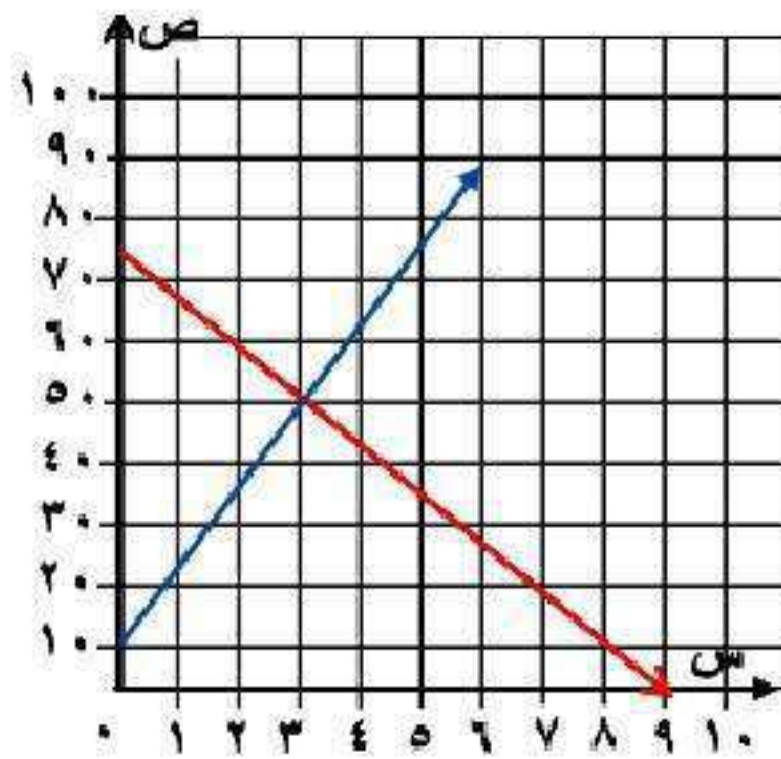
$$\text{عند ص} = ٠ \quad \text{س} = ٠,٧٥$$

إذن النقطة (٠, ٠, ٧٥)

بما أن المستقيمين الممثلين للنظامين متقاطعين في النقطة (١, ١-)
فهي الحل للمعادلتين.

(٢٧) **تصوير:** افترض أن ص تمثل عدد آلات التصوير التي باعها متجر (بالمئات)، س تمثل عدد السنوات منذ عام ١٤٢٠ هـ. إذا كانت المعادلة $ص = ١٢,٥س + ١٠,٩$ تعبر عن عدد آلات التصوير الرقمية المباعة في كل عام منذ عام ١٤٢٠ هـ، والمعادلة $ص = -٩,٨س + ٧٨$ تعبر عن عدد آلات التصوير العادية المباعة.

(أ) فمثل كل معادلة بيانياً.



$$ص = ١٢,٥س + ١٠,٩$$

$$عند س = ٠ \quad ص = ١٠,٩$$

إن النقطة $(٠, ١٠,٩)$

$$عند ص = ٠ \quad س = -٠,٨٧٢$$

إن النقطة $(-٠,٨٧٢, ٠)$

$$\text{ص} = ٩,١ \text{ س} + ٧٨,٨$$

$$\text{عند س} = ٠ \quad \text{ص} = ٧٨,٨$$

إذن النقطة (٠, ٧٨,٨)

$$\text{عند ص} = ٠ \quad \text{س} = ٨,٧$$

إذن النقطة (٨,٧, ٠)

(ب) ما العام الذي تتجاوز فيه مبيعات آلات التصوير الرقمية مبيعات آلات التصوير العادية ؟

$$\text{عند س} = ٤$$

$$\text{ص} = ١٢,٥ \times ٤ + ١٠,٩$$

$$\text{ص} = ٦٠,٩$$

$$\text{ص} = ٩,١ \times ٤ + ٧٨,٨$$

$$\text{ص} = ٣٦,٤ + ٧٨,٨$$

$$\text{ص} = ٤٢,٤$$

إذن بعد ٤ سنوات تتجاوز مبيعات آلات التصوير الرقمية مبيعات آلات التصوير العادية أي في عام ١٤٢٤.

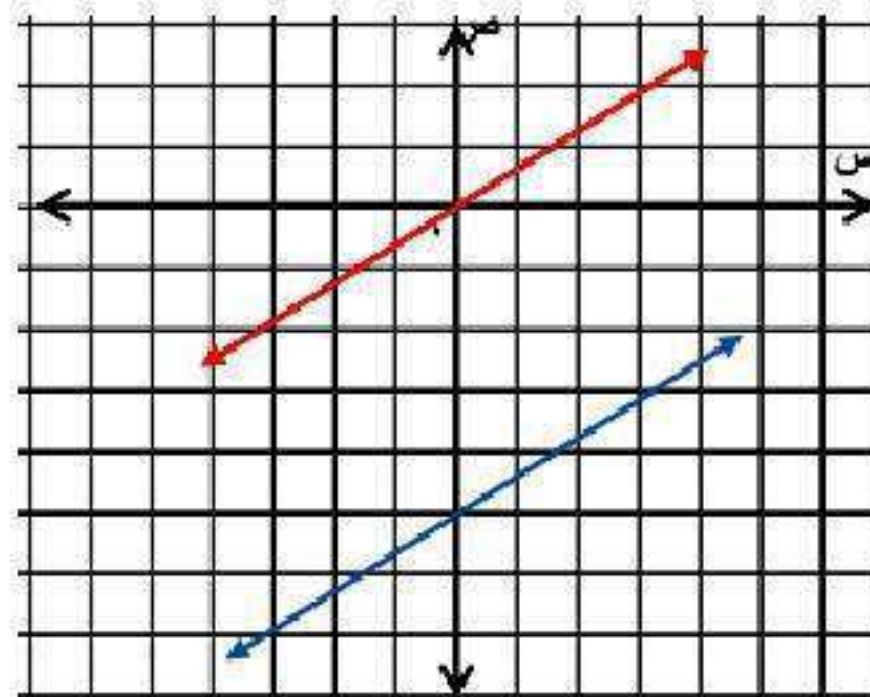
ج) في أي عام ستتوقف مبيعات آلات التصوير العادية؟

في عام ١٤٢٩ هـ تتوقف مبيعات آلات التصوير العادية.

مثّل كلّ من أنظمة المعادلات الآتية بيانيًا، وأوجد عدد حلوله، وإذا كان واحدًا فاكتبه:

$$(٢٨) \quad ٢ \text{ ص} = ١, ٢ \text{ س} - ١٠$$

$$٤ \text{ ص} = ٢, ٤ \text{ س}$$



$$٢ص = ١,٢س - ١٠$$

$$\text{عند } ص = ٠$$

$$ص = -٥$$

إذن النقطة (٠ ، -٥)

$$\text{عند } ص = ٠$$

$$س = ٨,٣$$

إذن النقطة (٠ ، ٨,٣)

$$٤ص = ٢,٤س$$

$$\text{عند } ص = ٠$$

$$ص = ٠$$

إذن النقطة (٠ ، ٠)

$$\text{عند } ص = ٠$$

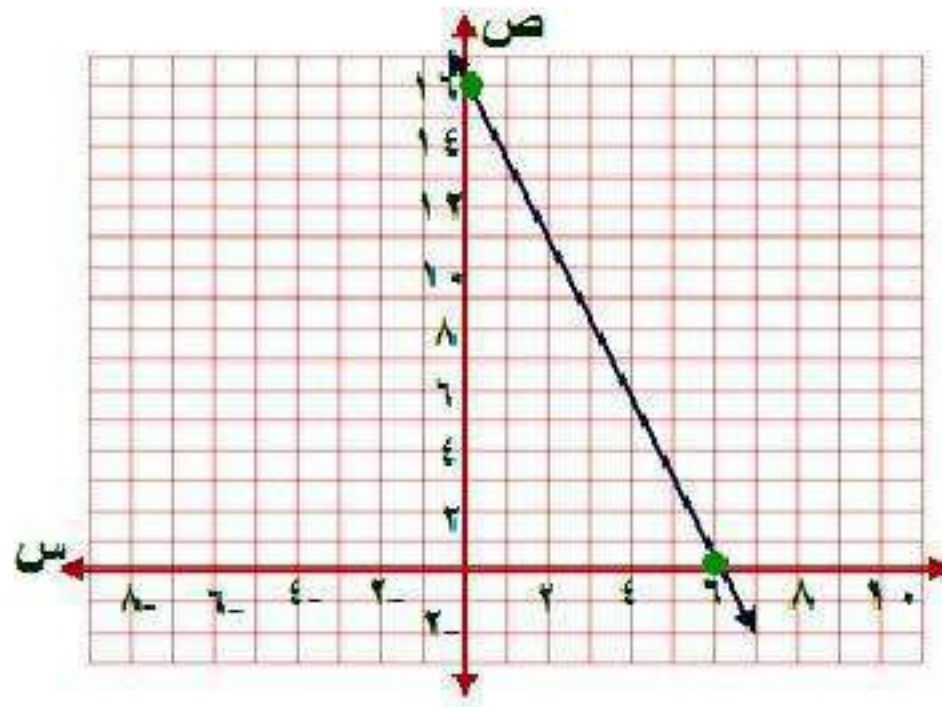
$$س = ٠$$

إذن النقطة (٠ ، ٠)

بما أن ميل كل من المعادلتين ١ و ٢ متساويان وتقاطعهما الصادي مختلف
إذن المعادلتين متوازيان **ولا يوجد حل** للنظام ويكون النظام غير متسق.

$$(٢٩) \text{ س } = ٦ - \frac{٣}{٨} \text{ ص}$$

$$\frac{١}{٤} \text{ ص} + \frac{٢}{٣} \text{ س} = ٤$$



$$\frac{١}{٤} \text{ ص} + \frac{٢}{٣} \text{ س} = ٤$$

$$\text{ص} = ١٦$$

$$\text{عند س} = ٠$$

إذن النقطة (١٦ ، ٠)

$$\text{س} = ٦$$

$$\text{عند ص} = ٠$$

إذن النقطة (٠ ، ٦)

$$٦ = س + \frac{3}{8}ص$$

$$\text{عند } س = ٠ \quad ص = ١٦$$

إذن النقطة (٠ ، ١٦)

$$\text{عند } ص = ٠ \quad س = ٦$$

إذن النقطة (٦ ، ٠)

بما أن المستقيمين الممثلان للنظام منطبقين إذا النظام متسق وغير مستقل إذا لها عدد لا نهائي من الحلول.

(٣٠)  تمثيلات متعددة: سوف تكتشف في هذه المسألة طرائق متنوعة لإيجاد نقطة تقاطع تمثيلي معادلتين خطيتين.

(أ) جبرياً: حل المعادلة $\frac{1}{2}س + 3 = -س + 12$ جبرياً.

بالضرب $\times 2$

$$\frac{1}{2}س + 3 = -س + 12$$

$$س + 6 = -2س + 24$$

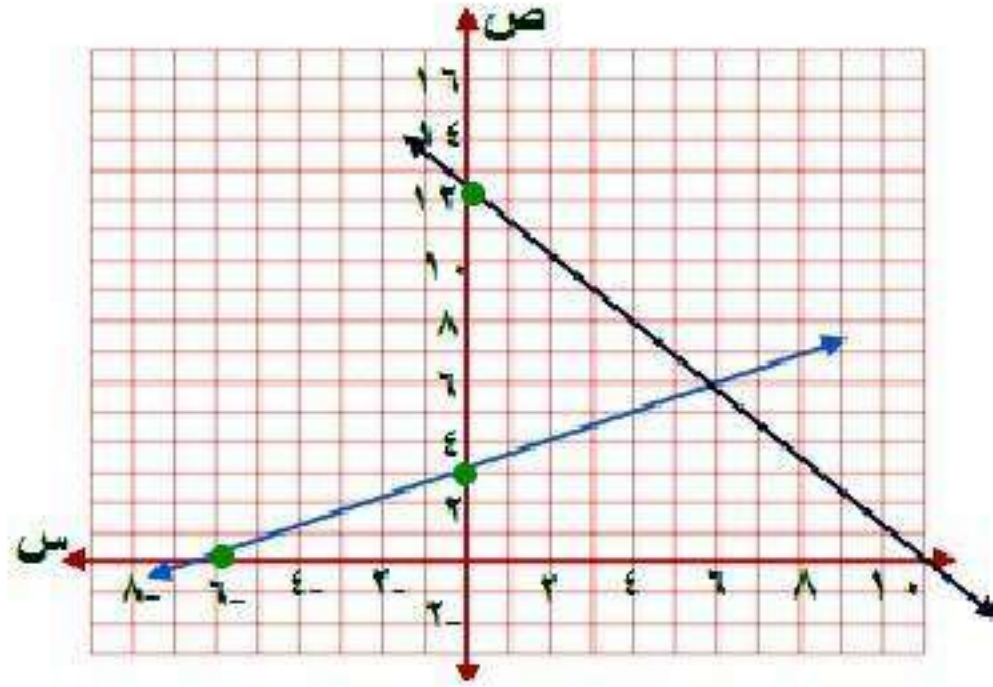
$$س + 2س + 6 = 24$$

$$3س = 18$$

$$س = 6$$

$$س = 6$$

ب) بيانياً: حل نظام المعادلتين $\frac{1}{2}ص + س = ٣$ ، $ص - س = ١٢$ بيانياً.



$$\text{ص} = \frac{1}{2}ص + س = ٣$$

$$\text{عند ص} = ٠ \quad \text{ص} = ٣$$

إنّ النقطة (٣ ، ٠)

$$\text{عند ص} = ٠ \quad \text{س} = ٦$$

إنّ النقطة (٠ ، ٦)

$$\text{ص} - س = ١٢$$

$$\text{عند ص} = ٠ \quad \text{ص} = ١٢$$

إنّ النقطة (١٢ ، ٠)

$$\text{عند ص} = ٠ \quad \text{س} = ١٢$$

إنّ النقطة (٠ ، ١٢)

الحل هو (٦ ، ٦)

ج) تحليليًا ، ما علاقة المعادلة في الفرع (أ) والنظام في الفرع (ب)؟

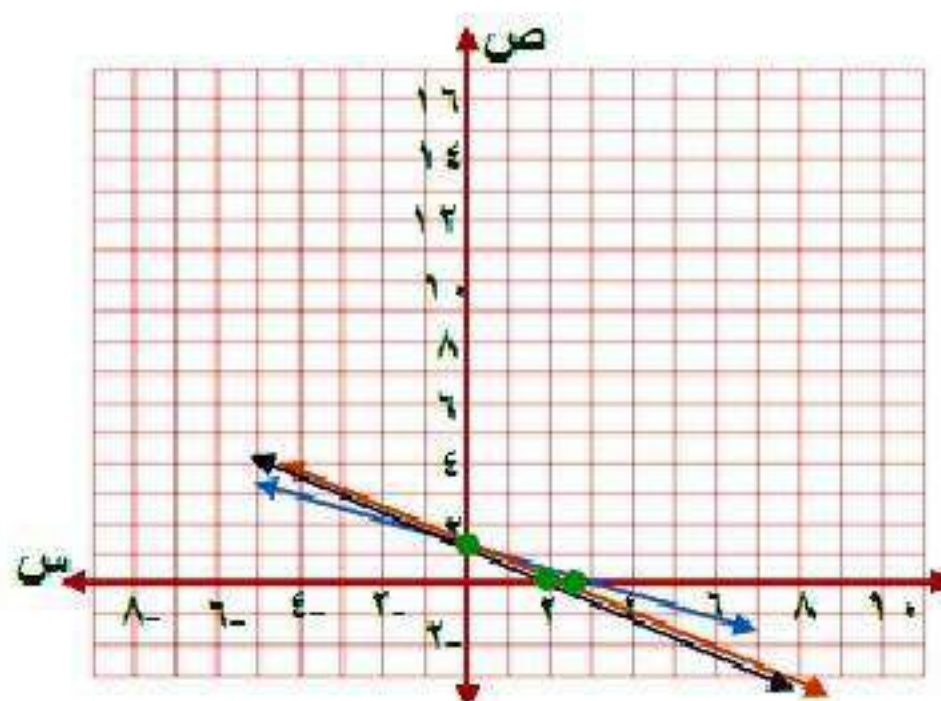
كل طرف في المعادلة في الفرع (أ) يساوي أحد قيم ص في النظام في (ب).

د) لفظيًا ، وضح كيف تستعمل التمثيل البياني في الفرع (ب) لحل المعادلة في الفرع (أ).

يمكن إيجاد الحل بمعرفة الاحداثي السيني لنقطة تقاطع المستقيمين في النظام.

مسائل مهارات التفكير العليا:

(٣١) **تحديد:** استعمال التمثيل البياني لحل النظام $٥ = ٣ص + ٢س$ ، $٦ = ٤ص + ٣س$ ، $٧ = ٥ص + ١س$.



$$٥ = ٣ص + ٢س$$

$$٧ = ٥ص + ١س$$

$$٠ = ٣ص + ٢س$$

إذن النقطة (١, ٠)

$$٥ = ٣ص + ٢س$$

$$٠ = ٥ص + ١س$$

إذن النقطة (٠, ٢, ٥)

$$٣س + ٤ص = ٦$$

$$\text{عند } س = ٠ \quad ص = ١,٥$$

إذن النقطة (١,٥ ، ٠)

$$\text{عند } ص = ٠ \quad س = ٢$$

إذن النقطة (٠ ، ٢)

$$٤س + ٥ص = ٧$$

$$\text{عند } س = ٠ \quad ص = ١,٤$$

إذن النقطة (١,٤ ، ٠)

$$\text{عند } ص = ٠ \quad س = ١,٧٥$$

إذن النقطة (٠ ، ١,٧٥)

بما أن جميع المستقيمات تتقاطع عند النقطة (٣ ، ٢) إذاً هي الحل المشترك للنظام.

(٣٢) **نبرس:** بين هل النظام الذي يتكون من معادلتين وتشكل كل من النقطتين (٠، ٠)، (٢، ٢) حلًا له، تكون له حلول أخرى أحيانًا أم دائمًا أم ليس له أية حلول أخرى.

دائمًا، إذا كانت المعادلات خطية وللنظام أكثر من حل واحد فإنه يكون متسقًا وغير مستقل، وهذا يعني أن له عدد نهائيًا من الحلول.

(٣٣) أي من أنظمة المعادلات الآتية يختلف عن الأنظمة الثلاثة الأخرى؟ فسر إجابتك :

$$\begin{aligned} ٤س - ص &= ٥ \\ ٢س + ص &= ١ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ٨ &= ٤س + ص \\ ٦ &= ٣س - ٦ص \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ١٤ &= ٢ص + ٤س \\ ١٨ &= ٦ص + ١٢س \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ١ &= ٢ص - ٣س \\ ١٨ &= ٣ص + ٢س \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ٦٤ &= ٢ص + ٤س \\ ١٨ &= ٦ص + ١٢س \end{aligned}$$

النظام الثاني هو المختلف عن باقي الأنظمة الثلاثة الأخرى
لأن هذا النظام غير متسق، أما باقي الأنظمة الأخرى فهي متسقة.

(٣٤) **مسألة مفتوحة:** اكتب ثلاث معادلات تشكّل مع المعادلة $5س = ٣ - ص$ أحد أنظمة المعادلات الآتية: غير متسق، متسق، متسق ومستقل، متسق وغير مستقل على الترتيب.

نظام غير متسق: $5س + ٣ = ص$ ، $5س - ٣ = ص$

نظام متسق وغير مستقل: $5س - ٣ = ص$ ، $5س - ٣ = ص$

نظام متسق ومستقل: $١٠س - ٦ = ص$ ، $5س - ٣ = ص$

(٣٥) **اكتب:** صف مزايا ومساوئ استعمال التمثيل البياني لحل أنظمة المعادلات الخطية.

مزايا الحل بالتمثيل البياني أنها توضح جميع بيانات النظام

وعيوبه أنه يصعب إيجاد القيم الدقيقة لكل من $س$ ، $ص$ من التمثيل البياني.

تدريب على اختبار

٣٦) إجابة قصيرة، يمكن لأحد أنواع البكتيريا مضاعفة عدده كل ٢٠ دقيقة. فإذا كان عدد البكتيريا في الساعة ٩:٠٠ صباحًا ٤٥٠٠، فكم يصبح عند الساعة ١٢:٠٠ ظهرًا؟

عدد خلايا البكتيريا الساعة ١٢:٠٠ = ٢٣٠٤٠٠٠ خلية.

(٣٧) هندسة: قُصت قطعة من السلك طولها ٨٤ ستمترًا إلى قطع متساوية، ثم ألصقت من نهاياتها لتشكّل أحرف مكعب. فما حجم هذا المكعب؟

(ج) ١١٥٨ سم^٣

(أ) ٢٩٤ سم^٣

(د) ٢٧٤٤ سم^٣

(ب) ٣٤٣ سم^٣

بما أن عدد أحرف المكعب ١٢ حرف

طول الحرف الواحد = $٨٤ \div ١٢ = ٧$ سم

حجم المكعب = $٧^٣ = ٣٤٣$ سم^٣

الاختيار الصحيح (ب)

مراجعة تراكمية

(٣٨) اختبار: يبين الجدول المجاور درجات هيثم في ٣ اختبارات للرياضيات، وبقي له اختبار رابع، وهو بحاجة إلى معدل لا يقل عن ٩٢ حتى يحصل على التقدير أ. (الدرس ٤-٣)

الدرجة	الاختبار
٩١	١
٩٥	٢
٨٨	٣

أ) إذا كان م يمثل درجته في الاختبار الرابع، فاكتب المتباينة الممثلة لهذا الموقف.

$$92 \leq \frac{91 + 95 + 88 + م}{4}$$

ب) إذا أراد هيثم الحصول على التقدير أ في الرياضيات، فكم يجب أن تكون درجته في الاختبار الرابع؟

$$92 \leq \frac{m + 274}{4}$$

$$368 \leq m + 274$$

$$94 \leq m$$

يجب أن تكون درجته في الاختبار الرابع ٩٤ على الأقل.

ج) هل إجابتك معقولة؟ فسّر ذلك.

نعم الإجابة معقولة

لأن المعدل المرغوب أعلى مما كان عليه.

٣٩) اكتب بصيغة الميل والمقطع معادلة المستقيم المار بالنقطة $(-3, 1)$ ، والمعامد للمستقيم $ص = \frac{1}{3}س + 2$. (الدرس ١-٢)

بما أن المستقيمين متعامدين، إذا ميل المستقيم الآخر $ص = -3$

$$ص = م س + ب$$

$$1 = -3 \times 3 + ب$$

$$1 = -9 + ب$$

$$ب = 10$$

$$ص = -3س + 10$$

الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة :

حلّ كل معادلة فيما يأتي باستعمال مجموعة التعويض المعطاة:

$$٤٠ (١٥ (٦ + ن) = ١٦٥ ؛ \{٣، ٤، ٥، ٦، ٧\}.$$

بالتعويض $ن = ٣$

$$١٦٥ = (٦ + ٣)١٥$$

$$١٦٥ \neq ١٣٥ \quad \text{ليس حلاً للمعادلة}$$

بالتعويض $ن = ٤$

$$١٦٥ = (٦ + ٤)١٥$$

$$١٦٥ \neq ١٥٠ \quad \text{ليس حلاً للمعادلة}$$

بالتعويض $ن = ٥$

$$١٦٥ = (٦ + ٥)١٥$$

$$١٦٥ = ١٦٥ \quad \text{حلاً للمعادلة}$$

بالتعويض $ن = ٦$

$$١٦٥ = (٦ + ٦)١٥$$

$$١٦٥ \neq ١٨٠ \quad \text{ليس حلاً للمعادلة}$$

بالتعويض $ن = ٧$

$$١٦٥ = (٦ + ٧)١٥$$

$$١٦٥ \neq ١٩٥ \quad \text{ليس حلاً للمعادلة}$$

إذاً مجموعة حل المعادلة هي $ن = ٥$

$$(٤١) \frac{9-m}{2} = 36 ; \{81, 80, 79, 78\}.$$

بالتعويض $m = 78$

$$\frac{9-78}{2} = 36$$

$36 \neq 34,5$ ليس حلاً للمعادلة

بالتعويض $m = 79$

$$\frac{9-79}{2} = 36$$

$36 \neq 35$ ليس حلاً للمعادلة

بالتعويض $m = 80$

$$\frac{9-80}{2} = 36$$

$36 = 35,5$ ليس حلاً للمعادلة

بالتعويض $m = 81$

$$\frac{9-81}{2} = 36$$

$36 = 36$ حلاً للمعادلة

إذاً مجموعة حل المعادلة هي $m = 81$

إذا كانت أ = ٢ ، ب = -٣ ، ج = ١١ ، فاحسب قيمة كل عبارة فيما يأتي :

$$(٤٢) \text{ أ} + ٦ \text{ ب}$$

$$١٨ - ٢ = (-٣ \times ٦) + ٢$$

$$١٦ =$$

$$(٤٣) \text{ أ} - ٧$$

$$٦ + ٧ = (-٣)٢ - ٧$$

$$١٣ =$$

$$(٤٤) (٢ \text{ ج} + ٣ \text{ أ}) \div ٤$$

$$٤ \div (٢ \times ٣ + ١١ \times ٢)$$

$$٤ \div ٢٨ = ٤ \div (٦ + ٢٢) =$$

$$٧ =$$

معمل الحاسبة البيانية

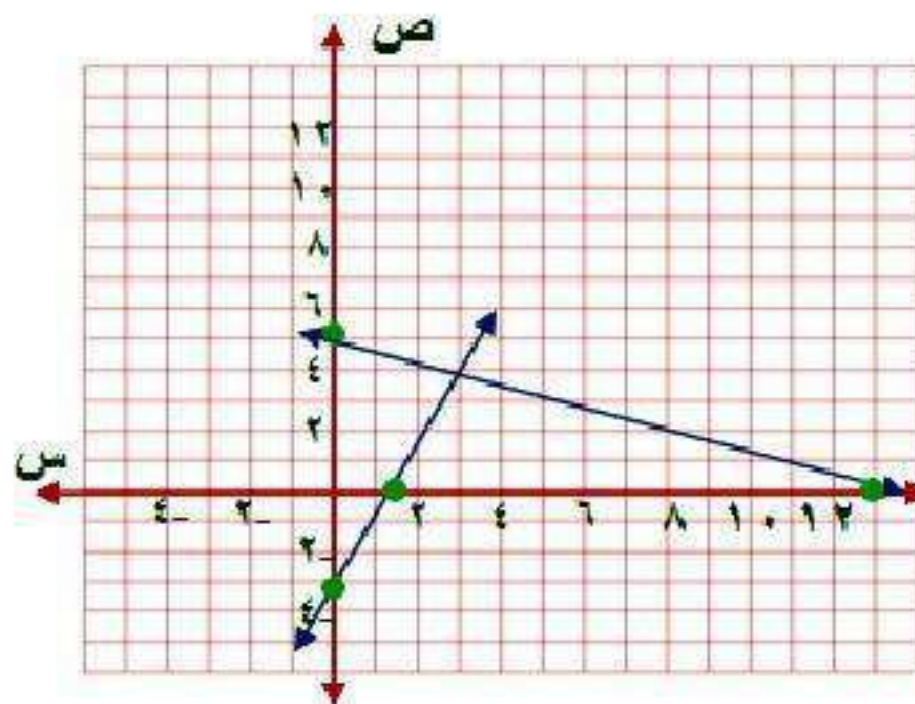
استعمل الحاسبة البيانية لحل كل من أنظمة المعادلات الآتية، وقرب الحل إذا كان كسراً عشرياً إلى أقرب جزء من مئة:

$$(1) \text{ ص } = 2\text{ س} - 3$$

$$\text{ص} = -4, 5 + \text{س}$$

الخطوة ١: المعادلات محلولة بالنسبة للمتغير ص

الخطوة ٢: مثل كلا من المعادلتين بيانياً لإيجاد الحل:



$$\text{ص} = 2\text{س} - 3$$

$$\text{عند س} = 0 \quad \text{ص} = -3$$

إذن النقطة (0, -3)

$$\text{عند ص} = 0 \quad \text{س} = 1.5$$

إذن النقطة (1.5, 0)

$$\text{ص} = -4, 0\text{س} + 5$$

$$\text{عند س} = 0 \quad \text{ص} = 5$$

إذن النقطة (0, 5)

$$\text{عند ص} = 0 \quad \text{س} = 12.5$$

إذن النقطة (12.5, 0)

- افتح الآلة الحاسبة بالضغط على on ثم اختر new documents
- اختر add graphs فتظهر شاشة.
- اكتب المعادلة الأولى $f1(x) = 2x - 3$ ثم اضغط المفتاح enter فيظهر التمثيل البياني.
- اضغط المفتاح tab ثم اكتب المعادلة الثانية $f2 = -0.4x + 5$ ثم اضغط enter ليظهر التمثيل البياني.
- اضغط menu واختر منها points & lines ومنها اختر intersection points وقم بالضغط على المستقيم الأول ثم المستقيم الثاني فتظهر نقطة التقاطع (3, 3, 3, 7) التي هي حل النظام.

$$(٢) \text{ ص } ٦ = \text{س} + ١$$

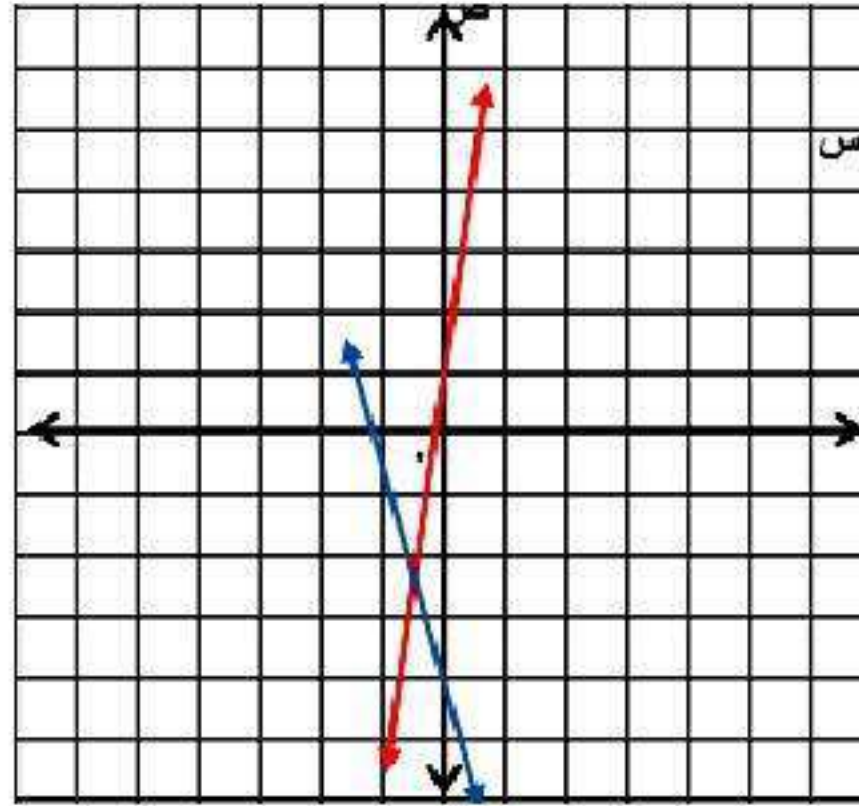
$$\text{ص} = ٢ - ٣\text{س}, ٤ -$$

الخطوة ١:

المعادلات محلولة بالنسبة للمتغير ص

الخطوة ٢:

مثل كلا من المعادلتين بيانياً لإيجاد الحل:



- افتح الآلة الحاسبة بالضغط على on ثم اختر new documents
- اختر add graphs فتظهر شاشة.
- اكتب المعادلة الأولى $f1(x) = 6x + 1$ ثم اضغط المفتاح enter فيظهر التمثيل البياني.

- اضغط المفتاح tab ثم اكتب المعادلة الثانية $f2 = -3.2x - 4$ اضغط enter ليظهر التمثيل البياني.
- اضغط menu واختر منها points & lines ومنها اختر intersection points وقم بالضغط على المستقيم الأول ثم المستقيم الثاني فتظهر نقطة التقاطع $(-0.54, 2.26)$ التي هي حل النظام.

$$\text{ص} = 6\text{س} + 1$$

$$\text{عند ص} = 0 \quad \text{ص} = 1$$

$$\text{إذن النقطة } (1, 0)$$

$$\text{عند ص} = 0 \quad \text{س} = -1.6$$

$$\text{إذن النقطة } (-1.6, 0)$$

$$\text{ص} = -2, 3\text{س} - 4$$

$$\text{عند ص} = 0 \quad \text{ص} = -4$$

$$\text{إذن النقطة } (-4, 0)$$

$$\text{عند ص} = 0 \quad \text{س} = -1.25$$

$$\text{إذن النقطة } (-1.25, 0)$$

$$(3) \quad 7s - 2v = 16$$

$$11s + 6v = 32,3$$

الخطوة ١:

حل المعادلات بالنسبة للمتغير ص

$$7s - 2v = 16$$

$$7s - 16 = 2v - 7s + 7s$$

$$-2v = 16 - 7s$$

$$v = -8 + 3,5s \quad \leftarrow 1$$

$$11s + 6v = 32,3$$

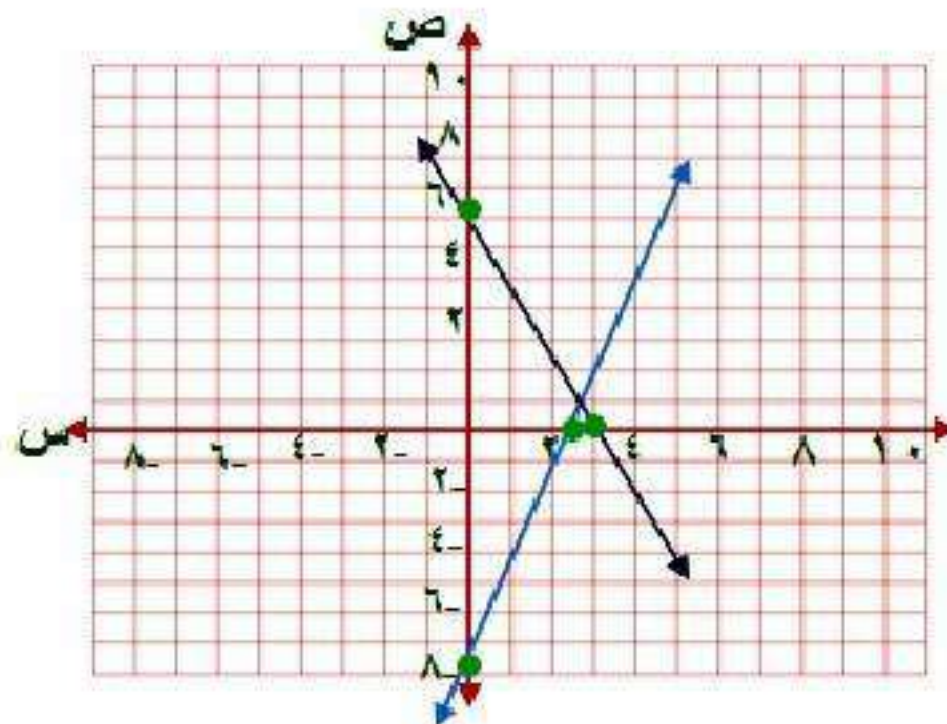
$$11s - 32,3 = 6v - 11s + 11s$$

$$6v = 32,3 - 11s$$

$$v = 5,4 - 1,8s \quad \leftarrow 2$$

الخطوة ٢:

مثل كلا من المعادلتين بيانياً لإيجاد الحل:



- افتح الآلة الحاسبة بالضغط على on ثم اختر new documents
- اختر add graphs فتظهر شاشة
- اكتب المعادلة الأولى $f1(x) = 3.5x - 8$ ثم اضغط المفتاح enter فيظهر التمثيل البياني
- اضغط المفتاح tab ثم اكتب المعادلة الثانية $f2 = -5.4 - 1.8x$ اضغط enter ليظهر التمثيل البياني
- اضغط menu واختر منها points & lines ومنها اختر intersection points وقم بالضغط على المستقيم الأول ثم المستقيم الثاني فتظهر نقطة التقاطع $(2, 5.1)$ التي هي حل النظام

$$\text{ص} = 8 + 3.5 \text{ س}$$

$$\text{عند س} = 0 \quad \text{ص} = 8$$

$$\text{إذن النقطة } (0, 8)$$

$$\text{عند ص} = 0 \quad \text{س} = 2.3$$

$$\text{إذن النقطة } (2.3, 0)$$

$$\text{ص} = 5.4 - 1.8 \text{ س}$$

$$\text{عند س} = 0 \quad \text{ص} = 5.4$$

$$\text{إذن النقطة } (0, 5.4)$$

$$\text{عند ص} = 0 \quad \text{س} = 3$$

$$\text{إذن النقطة } (3, 0)$$

$$(٤) \quad ١٦ = ٢ص + ٣س$$

$$٩ = ٥س + ص$$

الخطوة ١: حل المعادلات بالنسبة للمتغير ص

$$١٦ = ٢ص + ٣س$$

$$٣س - ١٦ = ٢ص + ٣س - ٣س$$

$$١٦ + ٣س - = ٢ص$$

$$١ \quad \leftarrow \quad ٨ + ١س - = ص$$

$$٩ = ٥س + ص$$

$$٢ \quad \leftarrow \quad ٩ + ٥س - = ص$$

الخطوة ٢: مثل كلاً من المعادلتين بيانياً لإيجاد الحل:

- افتح الآلة الحاسبة بالضغط على on ثم اختر new documents
- اختر add graphs فتظهر شاشة.
- اكتب المعادلة الأولى $f1(x) = -1.5x + 8$ ثم اضغط المفتاح enter فيظهر التمثيل البياني.
- اضغط المفتاح tab ثم اكتب المعادلة الثانية $f2 = -5x + 9$ اضغط enter ليظهر التمثيل البياني.
- اضغط menu واختر منها points & lines ومنها اختر intersection points وقم بالضغط على المستقيم الأول ثم المستقيم الثاني فتظهر نقطة التقاطع $(٧, ٥٧, ٠, ٢٩)$ التي هي حل النظام.

$$(5) \quad 1,60 = 0,35 \text{ ص} + 0,62 \text{ س}$$

$$-1,38 \text{ س} + \text{ص} = 8,24$$

الخطوة ١:

حل المعادلات بالنسبة للمتغير ص

$$1,60 = 0,35 \text{ ص} + 0,62 \text{ س}$$

$$0,62 \text{ س} - 1,60 = 0,35 \text{ ص} + 0,62 \text{ س} - 1,60$$

$$0,35 \text{ ص} = 0,62 \text{ س} - 1,60$$

$$\text{ص} = 1,8 - 4,6 \text{ س} \quad \leftarrow 1$$

$$-1,38 \text{ س} + \text{ص} = 8,24$$

$$-1,38 \text{ س} + 1,8 - 4,6 \text{ س} = 8,24 + \text{ص} - 4,6 \text{ س}$$

$$\text{ص} = 8,24 + 1,38 \text{ س} - 1,8 + 4,6 \text{ س} \quad \leftarrow 2$$

الخطوة ٢ : مثل كلاً من المعادلتين بيانياً لإيجاد الحل:

- افتح الآلة الحاسبة بالضغط على on ثم اختر new documents
- اختر add graphs فتظهر شاشة.
- اكتب المعادلة الأولى $f1(x)=4.6-1.8x$ ثم اضغط المفتاح enter فيظهر التمثيل البياني.
- اضغط المفتاح tab ثم اكتب المعادلة الثانية $f2=8.24+1.38x$ اضغط enter ليظهر التمثيل البياني.
- اضغط menu واختر منها points & lines ومنها اختر intersection points وقم بالضغط على المستقيم الأول ثم المستقيم الثاني فتظهر نقطة التقاطع $(-1.6, 1)$ التي هي حل النظام.

$$(6) \quad 75 \text{ س} - 100 \text{ ص} = 400$$

$$33 \text{ س} - 10 \text{ ص} = 70$$

الخطوة ١: حل المعادلات بالنسبة للمتغير ص

$$75 \text{ س} - 100 \text{ ص} = 400$$

$$100 \text{ ص} = 75 \text{ س} - 400$$

$$\text{ص} = 0,75 \text{ س} - 4 \quad \leftarrow 1$$

$$33 \text{ س} - 10 \text{ ص} = 70$$

$$10 \text{ ص} = 33 \text{ س} - 70$$

$$\text{ص} = 3,3 \text{ س} - 7 \quad \leftarrow 2$$

الخطوة ٢ : مثل كلاً من المعادلتين بيانياً لإيجاد الحل:

- افتح الآلة الحاسبة بالضغط على **on** ثم اختر **new documents**
- اختر **add graphs** فتظهر شاشة.
- اكتب المعادلة الأولى $f1(x) = 0.75x - 4$ ثم اضغط المفتاح **enter** فيظهر التمثيل البياني.
- اضغط المفتاح **tab** ثم اكتب المعادلة الثانية $f2 = 3.3x - 7$ اضغط **enter** ليظهر التمثيل البياني.
- اضغط **menu** واختر منها **points & lines** ومنها اختر **intersection points** وقم بالضغط على المستقيم الأول ثم المستقيم الثاني فتظهر نقطة التقاطع $(1, 18)$ ، $(3, 12)$ التي هي حل النظام.

استعمل الآلة الحاسبة البيانية لحل كل من المعادلات الآتية، وقرب الحل إذا كان كسراً عشرياً إلى أقرب جزء من مئة:

$$(٧) \quad ٤س - ٢ = ٦$$

الخطوة ١: اكتب نظاماً من معادلتين على أن يساوي كل طرف من طرفي

المعادلة ص

$$ص = ٤س - ٢, \quad ص = ٦$$

الخطوة ٢:

• مثل كلاً من هاتين المعادلتين بيانياً مستعملاً المفاتيح التالية بالترتيب:

add graphs new document on

• ادخل المعادلة الأولى $f1(x) = 4x - 2$ ثم اضغط enter، اضغط tab وادخل

المعادلة الثانية $f2(x) = -6$ ثم اضغط enter ليظهر الرسم البياني.

• حدد نقطة التقاطع مستعملاً المفاتيح التالية:

intersection points points&lines Menu

ثم قم بالضغط على المستقيم الأول ثم المستقيم الثاني فنظهر لك نقطة التقاطع

ويكون الحل -١

$$(٨) \quad \frac{س}{٢} + ١ = ٣$$

الخطوة ١: اكتب نظاماً من معادلتين على أن يساوي كل طرف من

طرفي المعادلة ص

$$\text{ص} = \frac{س}{٢} + ١, \quad \text{ص} = ٣$$

الخطوة ٢:

• مثل كلاً من هاتين المعادلتين بيانياً مستعملاً المفاتيح التالية بالترتيب:

add graphs new document on

• ادخل المعادلة الأولى ثم اضغط enter، اضغط tab وادخل المعادلة الثانية

ثم اضغط enter ليظهر الرسم البياني.

• حدد نقطة التقاطع مستعملاً المفاتيح التالية:

intersection points points&lines Menu

ثم قم بالضغط على المستقيم الأول ثم المستقيم الثاني فنظهر لك نقطة

التقاطع ويكون الحل ٤

$$(9) \quad 2 - 10s = 8s - 1$$

الخطوة ١:

اكتب نظاماً من معادلتين على أن يساوي كل طرف من طرفي

المعادلة ص

$$\text{ص} = 2 - 10s, \quad \text{ص} = 8s - 1$$

الخطوة ٢:

- مثل كلاً من هاتين المعادلتين بيانياً مستعملاً المفاتيح التالية بالترتيب:

on new document add graphs

- ادخل المعادلة الأولى ثم اضغط enter، اضغط tab وادخل المعادلة الثانية ثم

اضغط enter ليظهر الرسم البياني.

- حدد نقطة التقاطع مستعملاً المفاتيح التالية:

Menu points lines intersection points

ثم قم بالضغط على المستقيم الأول ثم المستقيم الثاني فنظهر لك نقطة التقاطع

ويكون الحل ٠,٥

١٠) اكتب: وضح لماذا يمكنك حل معادلة مثل $r = أس + ب$ بحل نظام المعادلتين: $ص = ر$ ، $ص = أس + ب$.

عند تقاطع التمثيلان المتباينان $ص = ر$ ، $ص = أس + ب$ ، تكون قيم
ص متساوية. وعندها تكون $ر = أس + ب$

حل نظام من معادلتين خطيتين بالتعويض

٥-٢

تحقق

$$(أ) \text{ ص} = ٤\text{س} - ٦$$

$$٥\text{س} + ٣\text{ص} = ١$$

الخطوة ١:

إحدى المعادلتين مكتوبة أساساً بالنسبة ل ص

الخطوة ٢:

عوض ٤س - ٦ بدلاً من ص في المعادلة الثانية

$$٥س + ٣(٦ - س) = ١ -$$

$$٥س + ١٢ - ١٨س = ١ -$$

$$١٧س - ١٨ = ١ -$$

$$١٧س = ١٧$$

$$س = ١$$

الخطوة ٣:

عوض ١ بدلاً من س في أي من المعادلتين لإيجاد قيمة ص

$$ص = ٦ - (١)٤ = ٢ -$$

إذاً الحل هو (١، ٢ -)

$$١ \text{ ب) } ٢س + ٥ص = ١ -$$

$$ص = ٣س + ١٠$$

الخطوة ١: إحدى المعادلتين مكتوبة أساساً بالنسبة ل ص

الخطوة ٢: عوض $٣س + ١٠$ بدلاً من ص في المعادلة الثانية

$$٢س + ٥(٣س + ١٠) = ١ -$$

$$٢س + ١٥س + ٥٠ = ١ -$$

$$١٧س = ١ - ٥٠$$

$$٣- = س$$

الخطوة ٣: عوض $٣-$ بدلاً من س في أي من المعادلتين لإيجاد قيمة ص

$$ص = ١٠ + (٣-)٣ = ١$$

إذاً الحل هو $(٣-، ١)$

$$(١٢) \text{ س } ٤ + \text{ ص } ٥ = ١١$$

$$\text{ص} - \text{س}^٣ = ١٣$$

الخطوة ١: حل المعادلة الثانية بالنسبة للمتغير ص لأن معامل ص = ١

$$\text{ص} = ١٣ - \text{س}^٣$$

الخطوة ٢: عوض عن ص ب $١٣ - \text{س}^٣$

$$٤\text{س} + ٥(١٣ - \text{س}^٣) = ١١$$

$$٤\text{س} + ٦٥ - ٥\text{س}^٣ = ١١$$

$$٩\text{س} = ٧٦$$

$$\text{س} = ٤$$

الخطوة ٣: عوض عن س = ٤ في إحدى المعادلتين

$$\text{ص} = ١٣ - (٤)^٣$$

$$\text{ص} = ١ -$$

الحل هو: (٤، ١-)

$$٢ب) س - ٣ص = ٩$$

$$٥س - ٢ص = ٧$$

الخطوة ١ :

حل المعادلة الثانية بالنسبة للمتغير س؛ لأن معامل س = ١

$$س = ٣ص - ٩$$

الخطوة ٢ :

عوض عن س بـ ٣ص - ٩

$$٥(٣ص - ٩) - ٢ص = ٧$$

$$١٥ص - ٤٥ - ٢ص = ٧$$

$$١٣ص = ٥٢$$

$$ص = ٤$$

الخطوة ٣ :

عوض عن ص = ٤ في إحدى المعادلتين

$$س = (٤)٣ - ٩$$

$$س = ٣$$

الحل هو: (٣، ٤)

حل كلاً من النظامين الآتيين مستعملًا التعويض.

$$(٣) \begin{cases} ٨ = ص - ٢س \\ ٣ - ٢س = ص \end{cases}$$

$$٣ - ٢س = ص$$

عوض عن ص ب $٣ - ٢س$

$$٨ = (٣ - ٢س) - ٢س$$

$$٨ = ٣ + ٢س - ٢س$$

$$٨ = ٣$$

إذاً لا يوجد حل للنظام.

$$٣ب) ٤س - ٣ص = ١$$

$$٦ص - ٨س = ٢-$$

حل المعادلة الأولى بالنسبة لـ س

$$س = \frac{3}{4}ص + \frac{1}{4}$$

عوض عن س في المعادلة الثانية بـ $\frac{3}{4}ص + \frac{1}{4}$

$$٦ص - ٨\left(\frac{3}{4}ص + \frac{1}{4}\right) = ٢-$$

$$٦ص - ٦ص - ٢ = ٢-$$

$$٢- = ٢-$$

بما أن الجملة الناتجة تشكل متطابقة إذن يوجد عدد لا نهائي من الحلول.

٤) **رياضة** : مجموع النقاط التي سجلها فريقان في إحدى مباريات كرة اليد ٣١ نقطة. فإذا كان عدد نقاط الفريق الأول يساوي ٥,٢ أمثال عدد نقاط الفريق الثاني، فما عدد نقاط كل فريق؟

نفرض أن عدد نقاط الفريق الأول x ، عدد نقاط الفريق الثاني y

$$x + y = 31 \quad \text{إذن } x = 31 - y$$

$$x = 5,2y$$

عوض عن x في المعادلة الثانية بـ $31 - y$

$$x = 5,2(31 - y)$$

$$x = 5,2 \times 31 - 5,2y$$

$$x = 161,2 - 5,2y$$

$$x = 26$$

$$x = 31 - 26$$

$$x = 5$$

إذن عدد نقاط الفريق الأول = ٢٦

وعدد نقاط الفريق الثاني = ٥



الأمثلة ١ - ٣

حل كلاً من الأنظمة الآتية مستعملاً التعويض:

$$(١) \text{ س} = \text{ص} - ٢$$

$$٤ \text{ س} + \text{ص} = ٢$$

بما أن المعادلة الأولى محلولة بالنسبة لـ س

عوض في المعادلة الثانية عن س = ص - ٢

$$٤(\text{ص} - ٢) + \text{ص} = ٢$$

$$٤\text{ص} - ٨ + \text{ص} = ٢$$

$$٥\text{ص} = ١٠$$

$$\text{ص} = ٢$$

عوض في المعادلة الأولى عن ص = ٢

$$\text{س} = ٢ - ٢ = ٠$$

إذاً الحل هو: (٢, ٠)

$$(٢) \quad ٤ = ٣ص + ٢س$$

$$٩ = ٦ص + ٤س$$

حل المعادلة الأولى بالنسبة لـ ص

$$٢س - ٤ = ٣ص + ٢س - ٤$$

$$٣ص = ٤ - ٢س$$

$$ص = \frac{4}{3} - \frac{2}{3}س$$

عوض عن ص في المعادلة الثانية:

$$٩ = ٦\left(\frac{4}{3} - \frac{2}{3}س\right) + ٤س$$

$$٩ = ٨ - ٤س + ٤س$$

$$٩ = ٨$$

إذاً النظام لا يوجد له حل.

$$(٣) \text{ س} - \text{ص} = ١$$

$$٣\text{س} = ٣ + \text{ص}$$

حل المعادلة الأولى بالنسبة ل س

$$\text{س} = \text{ص} + ١$$

عوض في المعادلة الثانية عن س

$$٣(\text{ص} + ١) = ٣ + \text{ص}$$

$$٣\text{ص} + ٣ = ٣ + \text{ص}$$

بما أن طرفي المعادلة يمثلان متطابقة

إذاً له عدد لا نهائي من الحلول.

مثال ٤

(٤) هندسة: إذا كان مجموع قياسي الزاويتين S ، V يساوي 180° ، وقياس الزاوية S يزيد بمقدار 24° على قياس الزاوية V ، فأجب عما يأتي:

(أ) اكتب نظاماً من معادلتين لتمثيل هذا الموقف.

معادلتي النظام هما:

$$S + V = 180$$

$$S = V + 24$$

ب) أوجد قياس كل زاوية.

بما أن المعادلة الثانية تعبر عن قيمة س

إذا عوض في المعادلة الأولى عن س = ص + ٢٤

$$١٨٠ = ص + ٢٤ + ص$$

$$١٨٠ = ٢٤ + ٢ص$$

$$١٥٦ = ٢ص$$

$$ص = ٧٨^\circ$$

بالتعويض في لمعادلة الثانية

$$س = ٧٨ + ٢٤ = ١٠٢^\circ$$

تدرب وحل المسائل:



الأمثلة ١ - ٣

حل كلاً من الأنظمة الآتية مستعملًا التعويض:

$$(٥) \quad \begin{cases} ٥ + س = ص \\ ٢س + ص = ١٧ \end{cases}$$

$$٢س + ص = ١٧$$

المعادلة الأولى محلولة بالنسبة لـ ص

عوض في المعادلة الثانية عن ص = ٥ + س

$$٢س + ٥ + س = ١٧$$

$$٣س + ٥ = ١٧$$

$$٣س = ١٢$$

$$س = ٤$$

عوض في المعادلة الثانية س = ٤

$$ص = ٥ + (٤) = ٩$$

إذاً الحل هو (٩، ٤)

$$(٦) \text{ ص} = ٣\text{س} - ٣٤$$

$$\text{ص} = ٢\text{س} - ٥$$

عوض عن ص في إحدى المعادلتين

$$٣\text{س} - ٣٤ = ٢\text{س} - ٥$$

$$٣\text{س} - ٢\text{س} = ٣٤ - ٥$$

$$\text{س} = ٢٩$$

عوض عن س في إحدى المعادلتين

$$\text{ص} = ٣(٢٩) - ٣٤$$

$$\text{ص} = ٥٣$$

إذاً الحل: (٢٩ ، ٥٣)

$$(٧) \text{ ص} = ٣\text{س} - ٢$$

$$\text{ص} = ٢\text{س} - ٥$$

عوض عن ص في إحدى المعادلتين

$$٣\text{س} - ٢ = ٢\text{س} - ٥$$

$$٣\text{س} - ٢\text{س} = ٢ - ٥$$

$$\text{س} = ٣ -$$

عوض عن س في إحدى المعادلتين

$$\text{ص} = ٣ - (٣ -)٢ = ١ - ١$$

إذاً الحل: (٣ - ، ١ - ١)

$$(٨) \quad ٣ = ٢س + ص$$

$$٨ = ٤س + ٤ص$$

حل المعادلة الأولى بالنسبة لـ ص

$$ص = ٣ - ٢س$$

عوض في المعادلة الثانية عن ص = ٣ - ٢س

$$٨ = ٤س + (٣ - ٢س)$$

$$٨ = ٢س + ١٢$$

$$٨ = ٢س + ١٢$$

$$٤س = ٤$$

$$س = ١$$

عوض عن س = ١ في المعادلة الثانية

$$٨ = ٤ص + (١)$$

$$٨ = ٤ص + ١$$

$$٤ص = ٧$$

$$ص = ١$$

إذاً الحل هو (١، ١)

$$(9) \quad 3- = 4ص + 3س$$

$$س + 2ص = 1-$$

حل المعادلة الثانية بالنسبة لـ س

$$س = 1 - 2ص$$

عوض عن س $س = 1 - 2ص$ في المعادلة الأولى

$$3- = 4ص + (1 - 2ص)3$$

$$3- = 4ص + 3 - 6ص$$

$$0 = 2ص$$

$$ص = 0$$

عوض عن ص $ص = 0$ في المعادلة الثانية

$$س = 1-$$

إذاً الحل هو $(-1, 0)$

$$(١٠) \quad ١ - ٢س = ص$$

$$٨س - ٤ص = ٤$$

حل المعادلة الأولى بالنسبة لـ ص

$$ص = ١ - ٢س$$

عوض عن ص في المعادلة الثانية

$$٨س - ٤(١ - ٢س) = ٤$$

$$٨س - ٤ + ٨س = ٤$$

$$١٦س = ٨$$

بما أن طرفي المعادلة تمثل متطابقة

إذا لها عدد لا نهائي من الحلول.

$$(11) \text{ س} = \text{ص} - 1$$

$$- \text{س} + \text{ص} = 1 -$$

عوض عن س في المعادلة الثانية

$$- (\text{ص} - 1) + \text{ص} = 1 -$$

$$- \text{ص} + 1 + \text{ص} = 1 -$$

$$1 = 1 +$$

إذاً لا يوجد حل للنظام.

$$(12) \text{ ص} = -4\text{س} + 11$$

$$9 = 3\text{س} + \text{ص}$$

حل المعادلة الثانية بالنسبة لـ ص

$$\text{ص} = -3\text{س} + 9$$

عوض عن ص في المعادلة الأولى

$$-4\text{س} + 11 = -3\text{س} + 9$$

$$-4\text{س} - 11 = -3\text{س} - 9$$

$$\text{س} = 2$$

عوض عن س = 2 في المعادلة الثانية

$$9 = \text{ص} + (2)3$$

$$9 = \text{ص} + 6$$

$$\text{ص} = 3$$

إذاً الحل هو: (2, 3)

$$(١٣) \text{ ص} = -٣\text{س} + ١$$

$$٢\text{س} + \text{ص} = ١$$

حل المعادلة الثانية بالنسبة لـ ص

$$\text{ص} = -٢\text{س} + ١$$

عوض عن ص في المعادلة الأولى

$$-٢\text{س} + ١ = -٣\text{س} + ١$$

$$٣\text{س} - ٢\text{س} = ١ - ١$$

$$\text{س} = ٠$$

عوض عن س في المعادلة الثانية

$$١ = \text{ص} + (٠)^٢$$

$$\text{ص} = ١$$

إذاً الحل هو (٠ ، ١)

$$(14) \quad 3s + v = -5$$

$$6s + 2v = 10$$

حل المعادلة الأولى بالنسبة لـ v

$$v = -3s - 5$$

عوض عن v في المعادلة الثانية

$$6s + 2(-3s - 5) = 10$$

$$6s - 6s - 10 = 10$$

$$-10 = 10$$

إذاً لا يوجد حل للنظام.

$$(١٥) \quad ٥س - ص = ٥$$

$$-س + ٣ص = ١٣$$

حل المعادلة الأولى بالنسبة لـ ص

$$ص = ٥س - ٥$$

عوض عن ص في المعادلة الثانية

$$-س + ٣(٥س - ٥) = ١٣$$

$$-س + ١٥س - ١٥ = ١٣$$

$$١٤س = ٢٨$$

$$س = ٢$$

عوض عن س في المعادلة الأولى

$$٥(٢) - ص = ٥$$

$$١٠ - ص = ٥$$

$$ص = ٥$$

إذاً الحل هو (٢، ٥)

$$(١٦) \quad ٢٠ = ٥س + ٤ص$$

$$٤٠ - = ١٠س - ٨ص$$

حل المعادلة الثانية بالنسبة لـ ص

$$٨ص = ١٠س + ٤٠$$

$$ص = \frac{٥}{٤}س + ٥$$

عوض عن ص في المعادلة الثانية

$$٤٠ - = ١٠س - ٨\left(\frac{٥}{٤}س + ٥\right)$$

$$٤٠ - = ١٠س - ١٠س - ٤٠ -$$

$$٤٠ - = ٤٠ -$$

طرفي المعادلة يمثلان متطابقة

إذاً النظام له عدد لا نهائي من الحلول.

(١٧) **سياحة**، يبين الجدول أدناه العدد التقريبي لزوار منطقتين سياحيتين في المملكة خلال عام ١٤٢٥ هـ، ومعدل التغير بالآلاف خلال السنة الواحدة:

المنطقة	عدد الزوار	معدل التغير (بالآلاف في السنة الواحدة)
أ	٤٠,٣ ألفاً	زيادة ٠,٨
ب	١٧,٠ ألفاً	زيادة ١,٨

(أ) عرّف المتغيرات، واكتب معادلة تمثل عدد زوار كل منطقة.

س هي عدد زوار المنطقة، ص هي عدد السنوات

$$س = ٤٠,٣ + ٠,٨ ص$$

$$س = ١٧ + ١,٨ ص$$

(ب) إذا استمرت الزيادة بالمعدل نفسه، فبعد كم سنة تتوقع أن يصبح عدد الزوار متساوياً في المنطقتين؟

$$٤٠,٣ + ٠,٨ ص = ١٧ + ١,٨ ص$$

$$١٧ - ٤٠,٣ = ٠,٨ ص - ١,٨ ص$$

$$ص = ٢٣,٣ أي بعد ٢٣ سنة و ٣ أشهر تقريباً.$$

(١٨) **رياضة:** يبين الجدول المجاور الزمن المسجل للاعبين في سباقات الماراثون خلال عامي ١٤٢٥هـ، ١٤٣٠هـ.

العام	اللاعب أ	اللاعب ب
١٤٢٥هـ	١:٥١:٣٩	١:٥٤:٤٣
١٤٣٠هـ	١:٤٩:٣١	١:٥٨:٠٣

(أ) إذا سجل الزمن لكل منهما بالساعات والدقائق والثواني، فأعد كتابته إلى أقرب دقيقة.

العام	اللاعب أ	اللاعب ب
١٤٢٥	١١٢	١١٥
١٤٣٠	١١٠	١١٨

ب) إذا اعتبرنا العام ١٤٢٥ هـ صفراً، وافترضنا ثبات معدل التغير بعد عام ١٤٢٥ هـ، فاكتب معادلة تمثل الزمن المسجل (ص) لكلا اللاعبين في أي عام.

$$\text{ص} = -٠,٤\text{س} + ١١٢$$

$$\text{ص} = ٠,٦\text{س} + ١١٥$$

ج) إذا استمر التغير في الاتجاه نفسه، فهل يسجلان الزمن نفسه؟ فسّر إجابتك.

لا؛ لأن التمثيلين لا يتقاطعان.

مسائل مهارات التفكير العليا:

(١٩) **تحديد:** كان عدد المتطوعين في العمل الخيري في إحدى القرى ٦٠ متطوعاً، فإذا كانت نسبة الرجال إلى النساء ٥:٧، فأوجد عدد كل من الرجال والنساء المتطوعين.

$$س + ص = ٦٠$$

$$٧س = ٥ص$$

$$س = ٦٠ - ص$$

$$٧(٦٠ - ص) = ٥ص$$

$$٤٢٠ - ٧ص = ٥ص$$

$$١٢ص = ٤٢٠$$

$$ص = ٣٥$$

$$س = ٦٠ - ٣٥$$

$$س = ٢٥$$

$$\text{عدد النساء} = ٢٥ ، \text{عدد الرجال} = ٣٥$$

(٢٠) **نبر:** قارن بين حل نظام من معادلتين بكل من: طريقة التمثيل البياني، وطريقة التعويض.

حل نظام معادلتين بطريقة التمثيل البياني تستدعي التعويض في المعادلات بنقاط مختلفة للوصول إلى الرسم البياني المناسب ونوجد الحل من الرسم حيث تكون نقطة التقاطع.

أما حل نظام معادلتين بطريقة التعويض نوجد قيمة أحد المتغيرين بالنسبة للمتغير الآخر ثم نعوض به في المعادلة لتكون معادلة من متغير واحد يمكن حلها جبرياً ثم نعوض بالقيمة في إحدى المعادلتين لإيجاد قيمة المتغير الآخر.

(٢١) **مسألة مفتوحة:** أنشئ نظاماً من معادلتين له حل واحد، ووضح كيف يمكن أن يعبر عن مسألة من واقع الحياة، وصف دلالة.

$$\text{المعادلتين: } 2\text{س} - \text{ص} = 3, \quad 5\text{ص} - 3\text{س} = 6$$

يعبر النظام عن معدل انتاج مصنع خلال سنوات منذ بداية عملة.

حيث س هي عدد سنوات عمل المصنع و ص هي معدل الانتاج.

(٢٢)  اكتب: وضح كيف تحدد الأفضل تعويضاً عند استعمال طريقة التعويض لحل نظام من معادلتين.

الأفضل تعويضاً هو المتغير الذي يكون معاملُه يساوي ١

تحل المعادلة بالنسبة له ثم يعوض عنه في المعادلة الأخرى.

تدريب على اختبار

(٢٣) أي الأنظمة الآتية له حل واحد؟

$$(ج) \begin{cases} ص + ٥س = ١ \\ ٤س + ص = ١٠ \end{cases}$$

$$٤س + ص = ١٠$$

$$(أ) \begin{cases} ص - ٣س = ٤ \\ ٦س - ٢ص = ٨ \end{cases}$$

$$٦س - ٢ص = ٨$$

$$(د) \begin{cases} ص + ٣س = ١ \\ ص - ٣س = ١ \end{cases}$$

$$ص - ٣س = ١$$

$$(ب) \begin{cases} ٨ = ٢ص - ٣س \\ ٩ + ٤ص = ٢س \end{cases}$$

$$٩ + ٤ص = ٢س$$

نظام له حل واحد: (ج) $ص + ٥س = ١$ ، $٤س + ص = ١٠$

لأن باقي الأنظمة ميلاهما متساوي أي ليس لهم حلول نهائياً.

٢٤) ما مجموعة حل المعادلة: $2|f| = 16$ ، إذا كان f عددًا صحيحًا؟

(ج) $\{8, -8\}$

(أ) $\{8, 0\}$

(د) $\{8, 0, -8\}$

(ب) $\{0, -8\}$

الإجابة: (ج) $\{8, -8\}$

$$2|f| = 16$$

$$|f| = \frac{16}{2}$$

$$|f| = 8$$

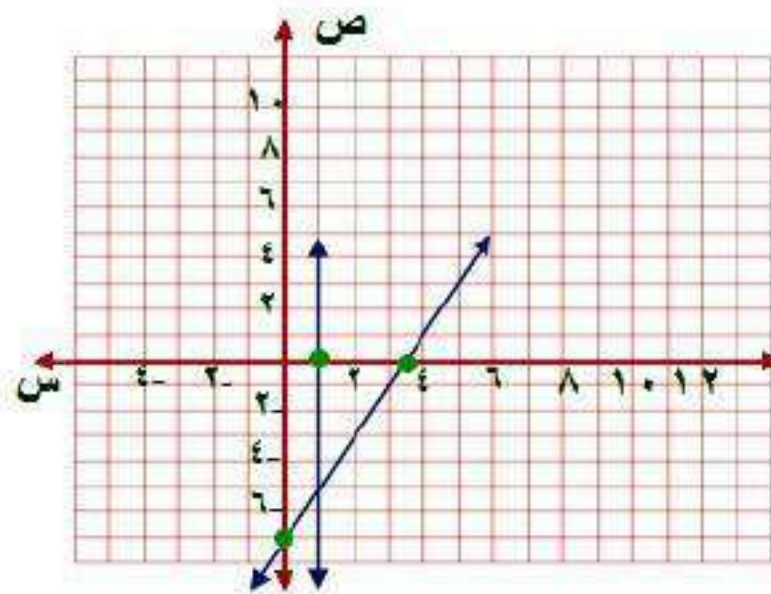
$$f = \pm 8$$

مراجعة تراكمية

مثّل كلّ من أنظمة المعادلات الآتية بيانيّاً، ثم حدّد ما إذا كان له حل واحد أم عدد لا نهائي من الحلول أم ليس له حل، وإن كان له حل واحد فاكتبه: (الدرس ٥-١)

$$(٢٥) \text{ س } = ١$$

$$٢ \text{ س } - \text{ ص } = ٧$$



بما أن $s = 1$ إذن يتم رسم مستقيم عندها يوازي محور الصادات

$$\text{عند } s = 0 \quad \text{ص} = 7$$

إذن النقطة $(0, 7)$

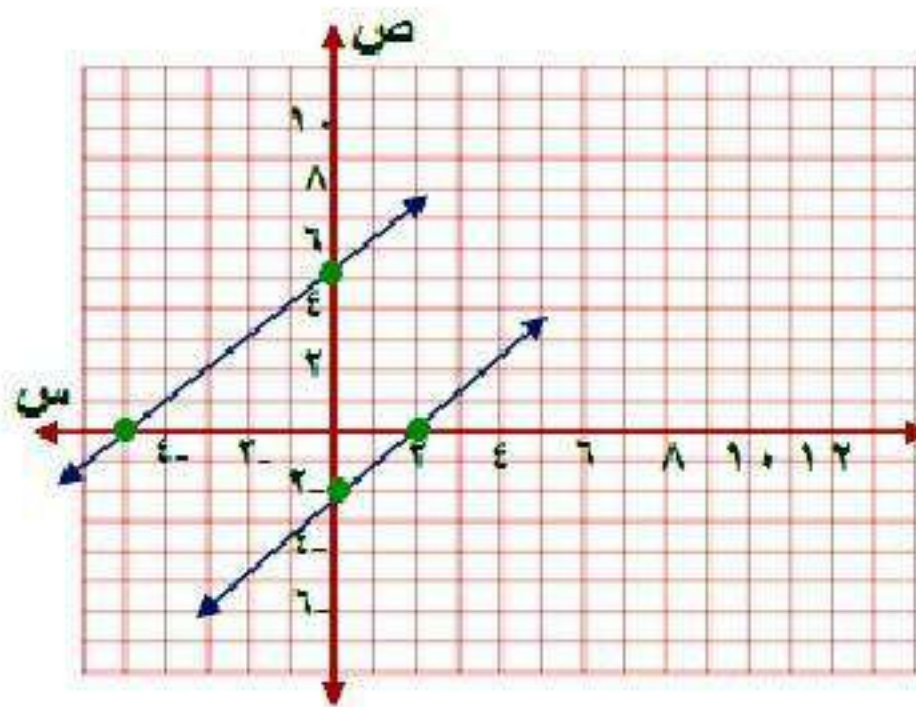
$$\text{عند ص} = 0 \quad \text{س} = 3,5$$

إذن النقطة $(3,5, 0)$

للنظام حل واحد وهو نقطة التقاطع: $(1, 0, 5)$

$$(٢٦) \text{ ص} = \text{س} + ٥$$

$$\text{ص} = \text{س} - ٢$$



$$\text{ص} = \text{س} + ٥$$

$$\text{ص} = ٥$$

$$\text{عند س} = ٠$$

إذن النقطة (٥ ، ٠)

$$\text{س} = ٥$$

$$\text{عند ص} = ٠$$

إذن النقطة (٠ ، ٥ -)

$$ص = س - ٢$$

$$عند س = ٠ \quad ص = -٢$$

إذن النقطة $(٠, -٢)$

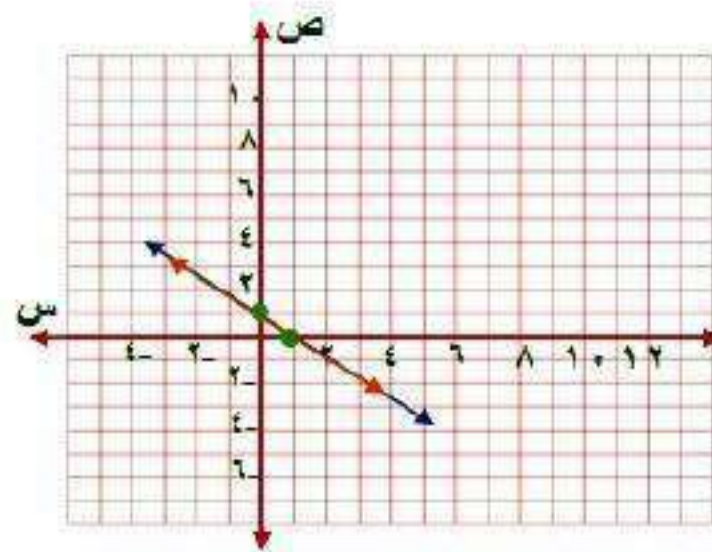
$$عند ص = ٠ \quad س = ٢$$

إذن النقطة $(٢, ٠)$

بما أن المستقيمان متوازيان النظام ليس له حل.

$$(27) \text{ س} + \text{ص} = 1$$

$$3\text{ص} + 3\text{س} = 3$$



$$\text{ص} = 1$$

$$\text{عند س} = 0$$

إذن النقطة (0 ، 1)

$$\text{س} = 1$$

$$\text{عند ص} = 0$$

إذن النقطة (1 ، 0)

بما أن المستقيمان منطبقان فإن للنظام عدد لا نهائي من الحلول.

حلّ كل متباينة فيما يأتي، وتحقق من صحة الحل: (الدرس ٣-٤)

$$(٢٨) \quad ١١ - \leq ١ + ٦$$

$$١١ - \leq ١ + ٦$$

$$١٢ - \leq ٦$$

$$٢ - \leq ٦$$

مجموعة الحل: $\{٦ \leq ٢\}$

$$(٢٩) \quad ٢٤ < ١٨ + ٢$$

$$٢٤ - ١٨ < ١٨ - ١٨ + ٢$$

$$٦ < ٢$$

$$٣ < ٢$$

مجموعة الحل: $\{٢ > ٣\}$

$$(30) \quad 5 + \frac{2}{5}F \leq 11$$

$$25 + 2F \leq 55$$

$$25 - 25 + 2F \leq 55 - 25$$

$$2F \leq 30$$

$$F \leq 15$$

مجموعة الحل: $\{F | F \leq 15\}$

(31) اكتب معادلة المستقيم المار بالنقطتين (1, 1)، (1, 6). (الدرس 3-4)

$$\frac{W_1 - W_2}{S_1 - S_2} = m$$

$$m = \frac{0}{5-1} = \frac{1-1}{6-1} = 0$$

$$ص = m س + ب$$

$$1 = 0$$

المعادلة هي: $ص = 1$

الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة:

بسّط كلاً من العبارات التالية بعد استعمال خاصية التوزيع:

$$(32) \quad 10b + 5(3 + 9b)$$

$$10b + 15 + 45b$$

$$55b + 15$$

$$5(11b + 3)$$

$$(33) \quad 8n - 5(3n^2 + 4)$$

$$8n - 20 - 15n^2$$

$$8n - 15n^2 - 20$$

$$(34) \quad -2(7a + 5b) + 5(2a - 7b)$$

$$-14a - 10b + 10a - 35b$$

$$(-14a - 10b) + (10a - 35b)$$

$$-4a - 25b$$

حل نظام من معادلتين خطيتين
بالحذف باستعمال الجمع أو الطرح

٥-٣

تحقق

$$(١) \quad 3 - = 3 + s 4 -$$

$$5 = 5 - s 4$$

كلا معاملي ٤س، -٤س معكوس للأخر

$$3 - = 3 + s 4 -$$

$$5 = 5 - s 4 \quad (+)$$

$$2 - = 2 -$$

$$ص = ١ -$$

بالتعويض في المعادلة الثانية

$$٤س - ٥ص = ٥$$

$$٤س - ٥(١ -) = ٥$$

$$٤س = ٥ + ٥$$

$$س = ٠$$

إذن الحل هو (٠، ١ -)

$$١٦) \text{ ص}٤ + \text{س}٣ = ٢٢$$

$$\text{س}٣ - \text{ص}٤ = ١٤$$

كلا معاملي ص، -؛ ص معكوس للآخر

$$22 = \text{ص}٤ + \text{س}٣$$

$$14 = \text{س}٣ - \text{ص}٤ \quad (+)$$

$$\text{س}٦ = ٣٦$$

$$\text{س} = ٦$$

بالتعويض في المعادلة الثانية

$$\text{س}٣ - \text{ص}٤ = ١٤$$

$$\text{س}٣ - \text{ص}٤ = ١٤$$

$$١٨ - \text{ص}٤ = ١٤$$

$$\text{ص}٤ = ٤$$

$$\text{ص} = ١$$

الحل هو: (٦، ١)

(٢) أوجد العددين اللذين مجموعهما يساوي -١٠، وسالب ثلاثة أمثال العدد الأول ناقص العدد الثاني يساوي ٢.

بما أن معاملي ص كل منهم معكوس الآخر

$$10- = s + ص$$

$$2 = \frac{3 - s}{+}$$

$$2- = 3- s$$

$$4 = s$$

بالتعويض في المعادلة الأولى

$$10- = ص + s$$

$$10- = ص + 4$$

$$14- = ص$$

الحل: (٤، -١٤)

٣) حل النظام:

$$٨ب + ٣ج = ١١$$

$$٨ب + ٧ج = ٧$$

(ب) (١-، ١، ٧٥)

(أ) (١-، ١، ٥)

(د) (١، ١، ٥)

(ج) (١، ١، ٧٥)

بطرح المعادلتين

$$٨ب + ٣ج = ١١$$

$$٨ب + ٧ج = ٧ \quad (-)$$

$$-٤ج = ٤$$

$$ج = -١$$

بالتعويض في المعادلة الأولى

$$٨ب + ٣ج = ١١$$

$$٨ب + ٣(-١) = ١١$$

$$٨ب - ٣ = ١١$$

$$٨ب = ١٤$$

$$ب = ١,٧٥$$

الحل هو: (ب) (١-، ١، ٧٥)

٤) **حفلات:** أقام مسفر ومحمود حفلاً بمناسبة نجاحهما، فإذا كان عدد الأصدقاء الذين دعاهم مسفر يقل بـ ٥ عن الذين دعاهم محمود، وكان مجموع الأصدقاء المدعوين ٤٧، فكم شخصاً دعا كل منهما؟

افترض أن عدد من دعاهم مسفر س، عدد من دعاهم محمود ص

$$س = ص - ٥ ، س + ص = ٤٧$$

ضع المعادلتين بشكل رأسي

$$س - ص = -٥$$

$$س + ص = ٤٧$$

$$٢س = ٤٢$$

$$س = ٢١$$

بالتعويض في المعادلة الأولى

$$س - ص = -٥$$

$$٢١ - ص = -٥$$

$$ص = ٢٦$$

إذاً عدد من دعاهم مسفر = ٢١، وعدد من دعاهم محمود = ٢٦



المثالان ٣، ١

حل كلاً من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا طريقة الحذف:

$$(١) \quad ٥م - ب = ٧$$

$$٧م - ب = ١١$$

بما أن معاملي ب متماثلين، اطرح المعادلتين

$$٥م - ب = ٧$$

$$(-) \quad ٧م - ب = ١١$$

$$٢م = -٤$$

$$٢ = م$$

بالتعويض في المعادلة الأولى

$$٥(٢) - ب = ٧$$

$$١٠ - ب = ٧$$

$$٣ = ب$$

الحل هو: (٣، ٢)

$$(٢) \quad ٣٨ = ٥ص + ٨س$$

$$-٨س + ٢ص = ٤$$

بما أن معاملي س كلاهما معكوس الآخر، اجمع المعادلتين

$$٣٨ = ٥ص + ٨س$$

$$-٨س + ٢ص = ٤$$

$$٧ص = ٤٢$$

$$ص = ٦$$

بالتعويض في إحدى المعادلتين عن ص

$$٣٨ = ٥(٦) + ٨س$$

$$٣٨ = ٣٠ + ٨س$$

$$٨ = ٨س$$

$$س = ١$$

الحل هو: (١، ٦)

$$(٣) \quad ٧ف + ٣ج = ٦-$$

$$٧ف - ٢ج = ٣١-$$

بما أن معاملي ف متماثلين، اطرح المعادلتين

$$٧ف + ٣ج = ٦-$$

$$٧ف - ٢ج = ٣١-$$

$$٥ج = ٢٥$$

$$ج = ٥$$

عوض في إحدى المعادلتين

$$٧ف + (٥)٣ = ٦-$$

$$٧ف + ١٥ = ٦-$$

$$٧ف = ٢١-$$

$$ف = ٣-$$

الحل هو: $(٣-، ٥)$

مثال ٢

٤) ما العددان اللذان مجموعهما ٢٤، وخمسة أمثال الأول ناقص الثاني يساوي ١٢؟

$$س + ص = ٢٤$$

$$٥س - ص = ١٢$$

بجمع المعادلتين

$$٦س = ٣٦$$

$$س = ٦$$

بالتعويض في المعادلة الأولى

$$٦ + ص = ٢٤$$

$$ص = ١٨$$

مثال ٤

(٥) **طلاب:** يزيد عدد طلاب المرحلة الابتدائية في مدينة ما على عدد طلاب المرحلة المتوسطة بـ ١٨ ألف طالب. فإذا علمت أن عدد الطلاب في المرحلتين ٤٤ ألف طالب، فما عدد الطلاب في كل مرحلة؟

افترض أن عدد طلاب المرحلة الابتدائية ب، عدد طلاب المرحلة المتوسطة م

$$ب - م = ١٨$$

$$ب + م = ٤٤$$

بجمع المعادلتين معاً

$$٢ب = ٦٢$$

$$ب = ٣١$$

بالتعويض في المعادلة الأولى

$$١٨ = م - ٣١$$

$$م = ١٣$$

عدد طلاب المرحلة الابتدائية ٣١ ألف طالباً.

عدد طلاب المرحلة المتوسطة ١٣ ألف طالباً.

تدرب وحل المسائل:



المثالان ٣.١

حل كلا من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا طريقة الحذف:

$$(٦) \quad -ف + و = ٧$$

$$ف + و = ١$$

بما أن معاملي ف كلاهما معكوس للآخر، اجمع المعادلتين معاً

$$-ف + و = ٧$$

$$ف + و = ١$$

$$٢و = ٨$$

$$و = ٤$$

بالتعويض في المعادلة الأولى

$$-ف + ٤ = ٧$$

$$-ف = ٣$$

الحل هو: $(٤, -٣)$

$$(٧) \text{ ص} + \text{ز} = \text{ع}$$

$$\text{ص} - \text{ز} = \text{ا}$$

بما أن معاملي ز كلاهما معكوس للآخر، اجمع المعادلتين معاً

$$\text{ص} + \text{ز} = \text{ع}$$

$$\text{ص} - \text{ز} = \text{ا}$$

$$٢\text{ص} = ١٢$$

$$\text{ص} = ٦$$

عوض في المعادلة الأولى عن ص

$$\text{ع} = \text{ز} + ٦$$

$$\text{ز} = ٢ -$$

الحل هو: (٦ ، ٢ -)

$$(٨) \quad -٤س + ٥ص = ١٧$$

$$-٤س + ٦ص = ٦$$

بما أن معاملي س كلاهما معكوس للآخر، اجمع المعادلتين معاً

$$-٤س + ٥ص = ١٧$$

$$-٤س + ٦ص = ٦$$

$$١١ص = ١١$$

$$ص = ١$$

عوض في المعادلة الأولى

$$-٤س + ٥ = ١٧$$

$$-٤س = ١٢$$

$$س = -٣$$

الحل هو: $(-٣, ١)$

$$(٩) \quad -٤ = ٤ب + أ$$

$$-١٦ = ١٠ب + أ$$

بما أن معاملي أ متماثلان، اطرح المعادلتين

$$-٤ = ٤ب + أ$$

$$-١٦ = ١٠ب + أ$$

$$-١٢ = ٦ب$$

$$ب = -٢$$

عوض في المعادلة الأولى عن ب

$$-٤ = (٢-)٤ + أ$$

$$أ = ٤$$

الحل هو: $(٤, -٢)$

$$(١٠) \quad ٧٨ = ٩س + ٦ص$$

$$٣٠٠ = ٣س - ٦ص$$

بما أن معاملي ص كلاهما معكوس للآخر، اجمع المعادلتين معاً

$$٧٨ = ٩س + ٦ص$$

$$٣٠٠ = ٣س - ٦ص$$

$$٤٨ = ١٢ص$$

$$٤ = س$$

عوض في المعادلة الأولى عن س

$$٧٨ = ٩(٤) + ٦ص$$

$$٧٨ = ٣٦ + ٦ص$$

$$٤٢ = ٦ص$$

$$٧ = ص$$

الحل هو: $(٧, ٤)$

$$(11) \quad 6s - 2v = 1$$

$$10s - 2v = 5$$

بما أن معاملي ص متماثلين، اطرح المعادلتين

$$6s - 2v = 1$$

$$10s - 2v = 5$$

$$-4s = -4$$

$$s = 1$$

عوض عن س في إحدى المعادلتين

$$6(1) - 2v = 1$$

$$-2v = -5$$

$$v = 2,5$$

الحل هو: (1, 2,5)

مثال ٢

(١٢) ما العددين اللذان مجموعهما ٢٢ والفرق بينهما ١٢؟

$$س + ص = ٢٢$$

$$س - ص = ١٢$$

$$٢س = ٣٤$$

$$س = ١٧$$

بالتعويض في إحدى المعادلتين

$$٢٢ = ص + ١٧$$

$$ص = ٥$$

العددين هما ١٧، ٥

١٣) ما العددان اللذان مجموعهما ١١، وثلاثة أمثال أحدهما ناقص الآخر يساوي -٣؟

$$١١ = ص + س$$

$$٣- = ص - س$$

$$٨ = س$$

$$٢ = ص$$

عوض في إحدى المعادلتين

$$١١ = ص + ٢$$

$$٩ = ص$$

العددان هما ٩ ، ٢

مثال ٤

(١٤) شحن سيارات: يمثل الجدول أدناه تكاليف شحن عدد من السيارات الصغيرة والكبيرة من مدينة إلى مدينة أخرى. أوجد أجره شحن كل من السيارة الصغيرة والكبيرة.

عدد السيارات الصغيرة	عدد السيارات الكبيرة	الأجرة الكلية (بالريال)
٢	٥	٣٨٠٠
٢	٣	٢٦٠٠

افترض أن أجره السيارة الصغيرة س

وأجره السيارة الكبيرة ص

$$٣٨٠٠ = ٥ص + ٢س$$

$$٢٦٠٠ = ٣ص + ٢س$$

$$١٢٠٠ = ٢ص$$

$$٦٠٠ = ص$$

عوض في إحدى المعادلتين

$$٣٨٠٠ = ٥(٦٠٠) + ٢س$$

$$٣٨٠٠ = ٣٠٠٠ + ٢س$$

$$٨٠٠ = ٢س$$

$$٤٠٠ = س$$

أجره السيارة الصغيرة = ٤٠٠ ريال.

أجره السيارة الكبيرة = ٦٠٠ ريال.

حل كلاً من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا طريقة الحذف:

$$(١٥) \quad ٨ = ٤(س + ٢ص)$$

$$١٢ = ٤س + ٤ص$$

بسط المعادلة الأولى

$$٨ = ٤س + ٨ص$$

بما أن معاملي س متماثلين، اطرح المعادلتين

$$-٤ص = ٨$$

$$ص = -٢$$

عوض في إحدى المعادلتين عن ص

$$١٢ = ٤س + ٤(-٢)$$

$$١٢ = ٤س - ٨$$

$$٢٠ = ٤س$$

$$س = ٥$$

الحل هو: $(٥, -٢)$

$$(١٦) \quad ٢\frac{٣}{٤} = ص\frac{٢}{٣} + س\frac{١}{٢}$$

$$٦\frac{١}{٤} = ص\frac{٢}{٣} - س\frac{١}{٤}$$

$$٢\frac{٣}{٤} = ص\frac{٢}{٣} + س\frac{١}{٢}$$

$$\underline{٦\frac{١}{٤} = ص\frac{٢}{٣} - س\frac{١}{٤}}$$

$$٩ = س\frac{٣}{٤}$$

$$س = ١٢$$

$$\text{بالتعويض في المعادلة } ٢\frac{٣}{٤} = ص\frac{٢}{٣} + س\frac{١}{٢}$$

$$٢\frac{٣}{٤} = ص\frac{٢}{٣} + ١٢ \times \frac{١}{٢}$$

$$٢\frac{٣}{٤} = ص\frac{٢}{٣} + ٦$$

$$٣\frac{١}{٤} - = ص\frac{٢}{٣}$$

$$ص = ٤\frac{٧}{٨}$$

$$\text{الحل هو: } (٢، ٤\frac{٧}{٨})$$

$$(17) \quad 6 = 4s + 3v$$

$$7 = 3s + 3v$$

$$6 = 4s + 3v$$

$$7 = 3s + 3v$$

بما أن معامل v في كل معادلة متماثل إذن يمكن طرح المعادلتين

$$s = -1$$

عوض عن s في إحدى المعادلات

$$6 = 4(-1) + 3v$$

$$-2 = 3v$$

$$v = -\frac{2}{3}$$

$$s = -1, v = -\frac{2}{3}$$

الحل هو: $(-1, -\frac{2}{3}, 3)$

(١٨) **فن العمارة:** يبلغ مجموع ارتفاعي برجى المملكة والفيصلية معاً ٥٦٧ متراً، ويزيد ارتفاع برج المملكة على برج الفيصلية بـ ٣٣ متراً.

(أ) ما ارتفاع برج المملكة؟

$$\text{س} + \text{ص} = ٥٦٧$$

$$\underline{\text{س} - \text{ص} = ٣٣}$$

اجمع المعادلتين

$$٢\text{س} = ٦٠٠$$

$$\text{س} = ٣٠٠$$

(ب) ما ارتفاع برج الفيصلية؟

عوض في إحدى المعادلات عن س

$$٥٦٧ = \text{ص} + ٣٠٠$$

$$\text{ص} = ٢٦٧$$

ارتفاع برج المملكة = ٣٠٠ متر، ارتفاع برج الفيصلية = ٢٦٧ متر.

(١٩) **سباق الدرجات:** شارك ٨٠ متسابقاً في سباق الدراجات الهوائية ضمن ملتقى روائع جازان الرابع من فئتي الكبار والصغار. وكان عدد المشاركين من فئة الصغار أكثر من عدد المشاركين من فئة الكبار بـ ١٠. (أ) افترض أن س يمثل عدد المشاركين في فئة الصغار، ص يمثل عدد المشاركين في فئة الكبار. ثم اكتب نظاماً من معادلتين يمثل هذا الموقف.

$$س - ص = ١٠$$

$$س + ص = ٨٠$$

(ب) استعمل الحذف لحل هذا النظام.

اجمع المعادلتين

$$س - ص = ١٠$$

$$\underline{س + ص = ٨٠}$$

$$٢س = ٩٠$$

$$س = ٤٥$$

عوض في إحدى المعادلات عن س

$$١٠ = ص - ٤٥$$

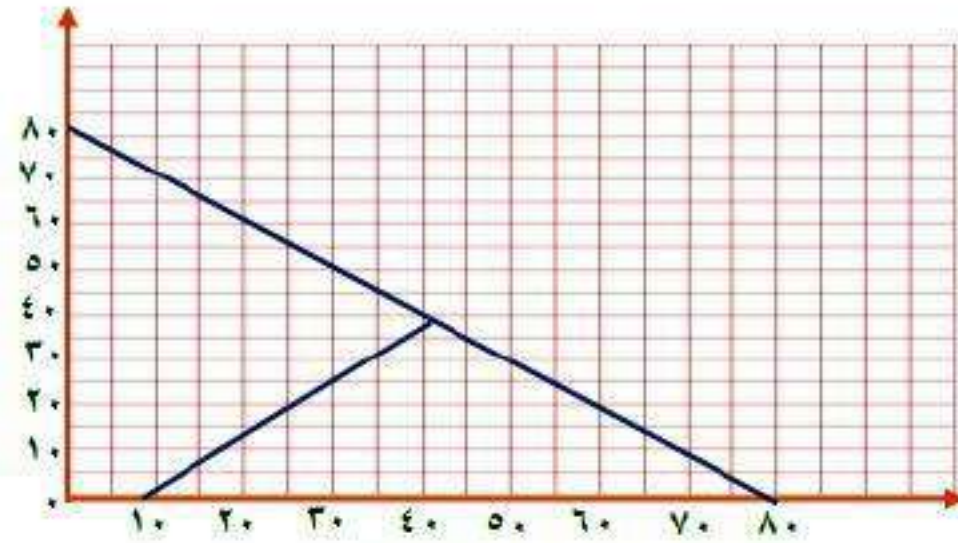
$$ص = ٣٥$$

جـ) فسّر الحل في سياق هذا الموقف.

عدد المشاركين في فئة الصغار = ٥٥ مشارك.

عدد المشاركين في فئة الكبار = ٣٥ مشارك.

د) مثل هذا النظام بيانياً للتأكد من صحة الحل.



$$\text{س} - \text{ص} = ١٠$$

$$\text{عند س} = ٠ \quad \text{ص} = -١٠$$

إذن النقطة $(٠, -١٠)$

$$\text{عند ص} = ٠ \quad \text{س} = ١٠$$

إذن النقطة $(١٠, ٠)$

$$\text{س} + \text{ص} = ٨٠$$

$$\text{عند س} = ٠ \quad \text{ص} = ٨٠$$

إذن النقطة $(٠, ٨٠)$

$$\text{عند ص} = ٠ \quad \text{س} = ٨٠$$

إذن النقطة $(٨٠, ٠)$

نقطة التقاطع $(٣٥, ٤٥)$

(٢٠) **تمثيلات متعددة:** لديك ٩ قطع نقد، ٩ مشابك ورق، استعمل ٩ منها على الأكثر لإنشاء عدد معين من النقاط، وافترض أن كل مشبك قيمته نقطة واحدة وكل قطعة نقد قيمتها ٣ نقاط، وأن ن تمثل قطعة نقد، م تمثل مشبك ورق. فمثلاً:

$$٢ن + ٣م = ٩ \text{ نقاط}$$


(أ) حسياً، كيف يمكنك أن تحصل على ١٥ نقطة مستخدماً كلا النوعين. قارن النمط الذي حصلت عليه بما حصل عليه زملاؤك.

للحصول على ١٥ نقطة : $٤ن + ٣م = ١٥$

هناك أكثر من نموذج صحيح ويحقق النظام ولكن يختلف في عدد القطع

مثلاً: ٤ قطع نقد ، ٣ مشابك.

ب) تحليلياً، مستعملاً ٩ قطع، اكتب نظاماً من معادلتين وحله لإيجاد عدد مشابك الورق وقطع النقد اللازمة للحصول على ١٥ نقطة.

$$١٥ = ٣س + ص$$

$$٩ = ص + س$$

$$٦ = ٢س$$

$$٣ = س$$

$$١٥ = ٣(٣) + ص$$

$$١٥ = ٩ + ص$$

$$٦ = ص$$

عدد القطع النقدية ٣ قطع ب ٩ نقاط.

عدد المشابك ٦ مشابك ب ٦ نقاط.

ج) جدولياً، أنشئ جدولاً يبين عدد مشابك الورق المستعملة والعدد الكلي للنقاط إذا كان عدد قطع النقد ٠، ١، ٢، ٣، ٤، ٥.

عدد قطع النقد	عدد مشابك الورق	العدد الكلي للنقاط
٠	٩	٩
١	٨	١١
٢	٧	١٣
٣	٦	١٥
٤	٥	١٧
٥	٤	١٩

د) لفظياً، هل تتطابق النتيجة في الجدول مع نتيجة (الإجابة عن الفرع ب)؟ فسر إجابتك.

نعم؛ بما أن قطعة النقد تعادل ٣ نقاط، فإن ٣ قطع منها تعادل ٩ نقاط،
يضاف إليها ٦ نقاط من ٦ مشابك ورق فنحصل على ١٥ نقطة.

مسائل مهارات التفكير العليا:

(٢١) **مسألة مفتوحة:** أنشئ نظاماً من معادلتين يمكن حله بحذف أحد متغيريه باستعمال الجمع، ثم اكتب قاعدة عامة لإنشاء مثل هذه الأنظمة.

$$\text{المعادلتين: } 4س + ص = 12, \quad 2س - ص = 8$$

يجب لعمل نظام يمكن حله بالحذف بالجمع أن يكون هناك متغير معاملته في إحدى المعادلتين يساوي معكوس معاملته في المعادلة الأخرى.

(٢٢) **نبر:** إذا كانت النقطة $(-3, 2)$ تمثل حل نظام معادلتين، وكانت إحدى معادلتيه هي $س + ٤ص = ٥$ ، فأوجد المعادلة الثانية لهذا النظام، وفسّر كيف توصلت إليها.

$$\text{المعادلة الثانية } ص - س = ٥$$

توصلت لها بوضع س بمعكوس معاملها في المعادلة المعطاه ثم التعويض عن ص ب ٢ في المعادلة للحصول على ناتج المعادلة الثانية.

(٢٣) **نحدد:** إذا كان ناتج ضرب عدد في ٧ يساوي ١٨٢، ومجموع رقميه يساوي ٨، فحدد المتغيرات، واكتب نظامًا من معادلتين يمكنك استعماله لإيجاد هذا العدد، ثم حل النظام وأوجد العدد.

ليكن أ يمثل رقم الآحاد في العدد، ب يمثل رقم العشرات في العدد فيكون

$$أ + ب = ٨$$

$$٧(أ + ١٠ب) = ١٨٢$$

العدد هو ٢٦

(٢٤) **اكتب:** بين متى يكون من المفيد استعمال الحذف لحل نظام من معادلتين.

عندما يكون في المعادلتين معامل متغير في إحدى المعادلات معكوس
معامل نفس المتغير في المعادلة الأخرى يفضل الحل بالحذف لجعل
المعادلة بها متغير واحد.

تدريب على اختبار

٢٥) إذا استمر النمط الآتي، فما العدد الثامن؟

$$2, 3, \frac{9}{2}, \frac{27}{4}, \frac{81}{8}, \dots$$

$$\frac{2281}{64} \text{ (ج)}$$

$$\frac{2445}{64} \text{ (د)}$$

$$\frac{2187}{64} \text{ (أ)}$$

$$\frac{2245}{64} \text{ (ب)}$$

$$\frac{2187}{64} \text{ (أ) الإجابة}$$

(٢٦) ما حل نظام المعادلتين الآتيتين؟

$$س + ٤ص = ١$$

$$٢س - ٣ص = -٩$$

(ج) ليس له حل

(أ) (١، ٠)

(د) يوجد عدد لانتهائي من الحلول

(ب) (-٣، ١)

الإجابة (ب) (-٣، ١)

$$س + ٤ص = ١$$

$$٢س - ٣ص = -٩$$

ضرب المعادلة الأولى في -٢ ثم اجمع المعادلتين معاً.

$$-٢س + ٨ص = -٢$$

$$٢س - ٣ص = -٩$$

$$١١ص = -١١$$

$$ص = -١$$

$$س + ٤ = ١$$

$$س = -٣$$

مراجعة تراكمية

حل كلاً من أنظمة المعادلات الآتية مستعملاً التعويض، وبين ما إذا كان للنظام حل واحد، أم عدد لا نهائي من الحلول، أم ليس له حل: (الدرس ٢٠٥)

$$(٢٧) \text{ ص } ٦ = \text{س}$$

$$٤٠ = \text{س}^٢ + ٣\text{ص}$$

عوض عن ص في المعادلة الثانية

$$٤٠ = \text{س}^٢ + ٣(٦)$$

$$٤٠ = \text{س}^٢ + ١٨$$

$$٢٠ = \text{س}^٢$$

$$\text{س} = ٢$$

عوض عن س في المعادلة الأولى

$$\text{ص} = (٢)^٦ = ١٢$$

لها حل واحد هو (٢، ١٢)

$$(28) \text{ س} = \text{ص}^3$$

$$\text{ص}^2 + \text{ص}^3 = 45$$

عوض عن س في المعادلة الثانية

$$45 = \text{ص}^3 + (\text{ص}^3)^2$$

$$45 = \text{ص}^3 + \text{ص}^6$$

$$45 = \text{ص}^9$$

$$\text{ص} = 5$$

عوض عن ص في المعادلة الأولى

$$\text{س} = (5)^3 = 125$$

لها حل واحد هو (5، 125)

$$(٢٩) \text{ س} = ٥\text{ص} + ٦$$

$$\text{س} = ٥\text{ص} - ٢$$

عوض عن س في المعادلة الثانية

$$٥\text{ص} + ٦ = ٥\text{ص} - ٢$$

$$٦ = -٢$$

ليس لها حل.

(٣٠) **توفير** يرغب كل من وائل ورياض في شراء دراجة، وقد وفر وائل حتى الآن ٣٥ ريالاً ويخطط لتوفير ١٠ ريالات كل أسبوع. أما رياض فلديه الآن ٢٦ ريالاً ويخطط لتوفير ١٣ ريالاً في الأسبوع. (الدرس ١٠-٥)

(أ) بعد كم أسبوعاً يصبح مجموع ما وفره كل منهما متساوياً؟

افترض أن عدد الأسابيع s

$$10s + 35 = 13s + 26$$

$$10s - 13s = 26 - 35$$

$$-3s = -9$$

$$s = 3$$

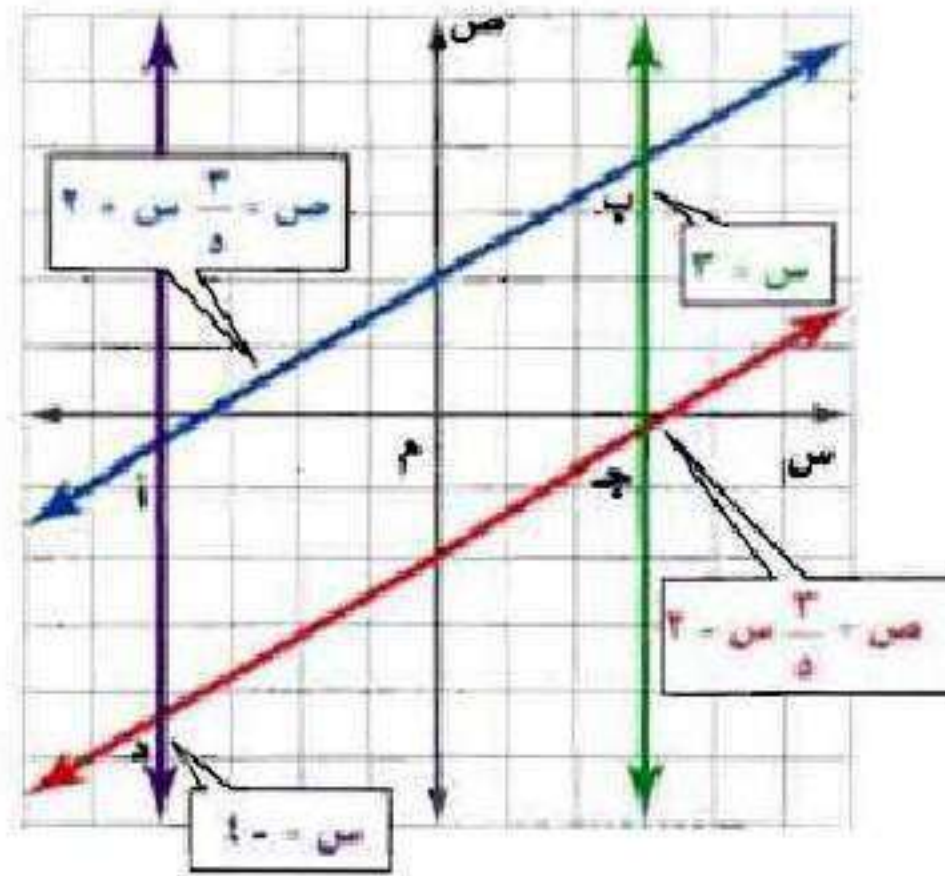
إذا بعد ٣ أسابيع يصبح مجموع ما وفره كل منهما متساوي.

(ب) ما مقدار ما يوفره كل منهما حتى ذلك الوقت؟

$$\text{ما يوفره كل منهما} = 10(3) + 35$$

$$= 30 + 35 = 65 \text{ ريال.}$$

(٣١) هندسة: بيّن إذا كان الشكل أ ب ج د متوازي أضلاع أم لا؟ وفسّر إجابتك. (الدرس ١٠.٣)



نعم؛ الشكل أ ب ج د متوازي أضلاع؛ بما أن كل زوج من الأضلاع المتقابلة لهما الميل نفسه أو ميلهما غير معرف، فإنهما متوازيان.

حل كل معادلة فيما يأتي، وتحقق من صحة الحل: (الدرس ١-٢)

$$٤٨ - = ٦ \text{ جـ}$$

$$\text{جـ} = ٨ \quad \text{اقسم طرفي المعادلة على ٦}$$

$$٨ = \frac{٢}{٣} \text{ أ} \quad (٣٣)$$

$$٢٤ = ١٢ \text{ أ} \quad \text{اضرب طرفي المعادلة في ٣}$$

$$١٢ = \text{أ} \quad \text{اقسم طرفي المعادلة على ٢}$$

الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة :

بسّط كلاً من العبارات التالية:

$$(٣٤) \quad ٦ل - ٣ + ٧ب + ١$$

$$٦ل + ٧ب - ٢$$

$$(٣٥) \quad ٧س^٢ - ٩س + ٤س^٢$$

$$١١س^٢ - ٩س$$

$$(٣٦) \quad ١٠(٢ + ر) + ٣ر$$

$$٢٠ + ١٠ر + ٣ر$$

$$٢٠ + ١٣ر$$

$$(٣٧) \quad ٥ص - ٧(ص + ٥)$$

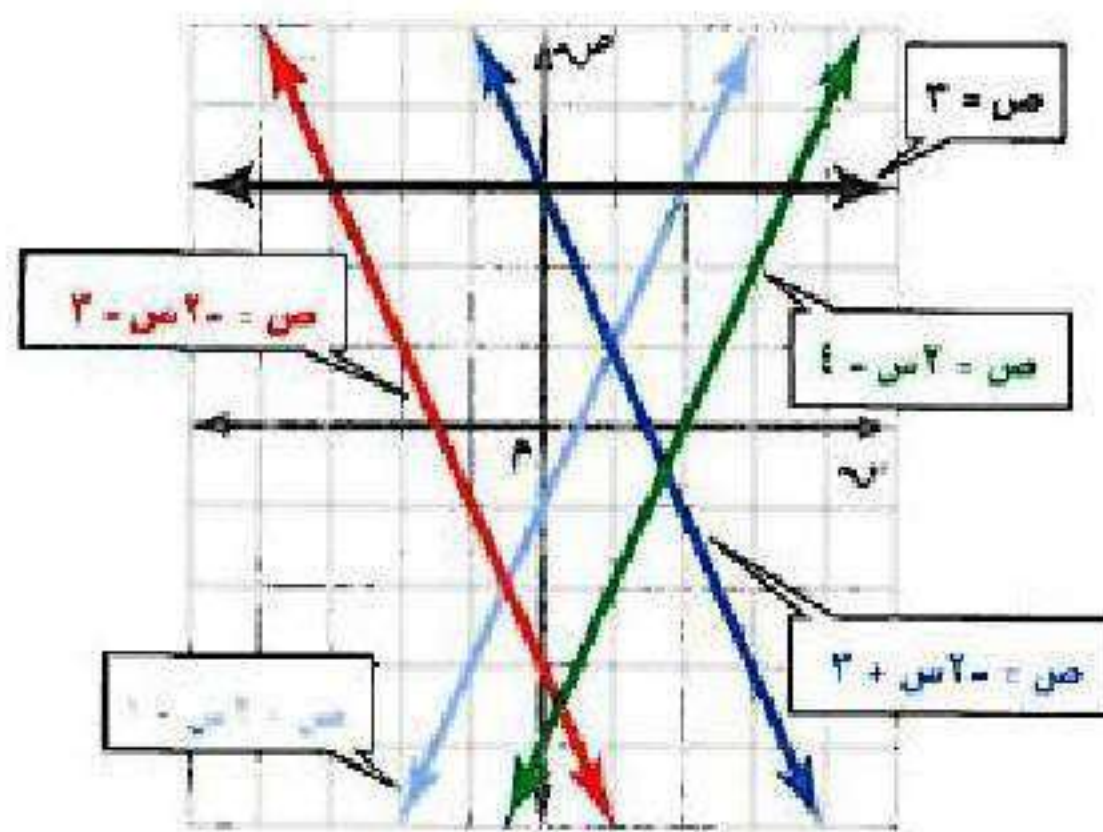
$$٥ص - ٧ص - ٣٥$$

$$-٢ص - ٣٥$$

اختبار منتصف الفصل

5

مستعملًا التمثيل البياني أدناه، حدد خصائص كل نظام فيما يأتي من حيث كونه متسقًا أم غير متسق، ومستقلًا أم غير مستقل: (الدرس ٥-١)



$$(١) \text{ ص} = ٢\text{س} - ١$$

$$\text{ص} = -٢\text{س} + ٣$$

بما أن الخطين الممثلين للمعادلتين متقاطعين في نقطة إذاً النظام متسق ومستقل.

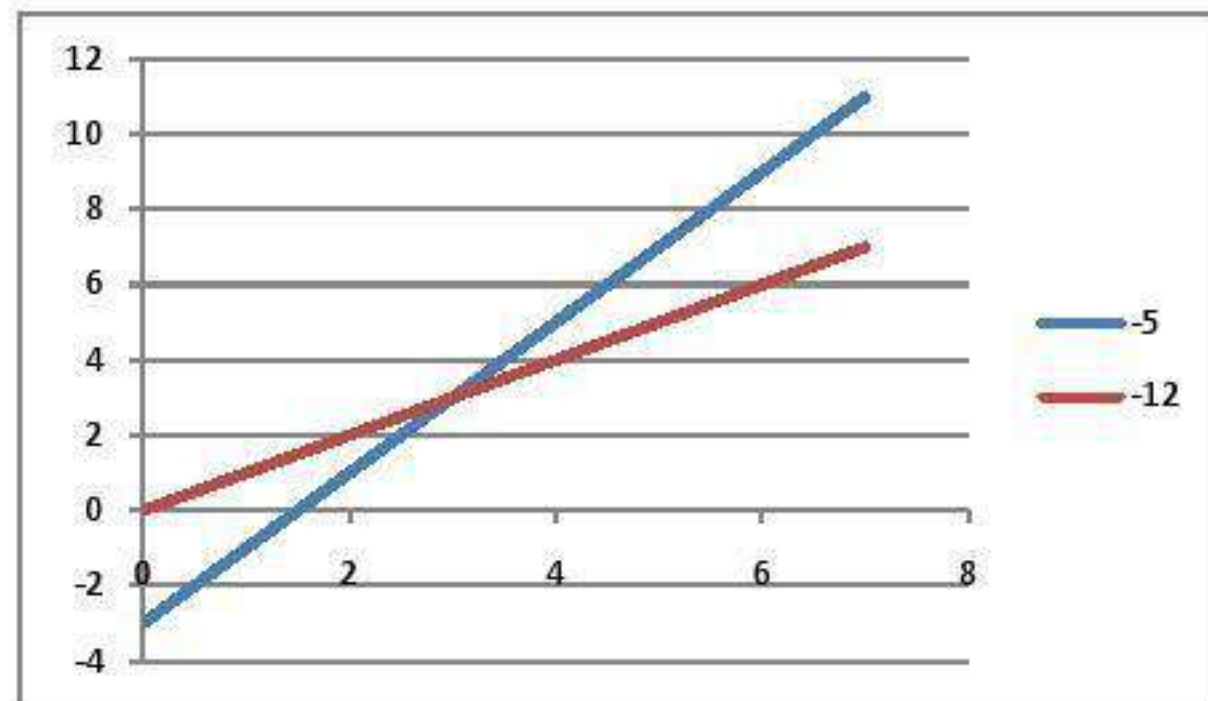
$$(٢) \text{ ص} = -٢\text{س} + ٣$$

$$\text{ص} = -٢\text{س} - ٣$$

بما أن الخطين الممثلين للمعادلتين متوازيين إذاً النظام غير متسق.

مثّل كل نظام فيما يأتي بيانيًا، وأوجد عدد حلوله. وإن كان واحدًا
فاكتبه: (الدرس ٥-١)

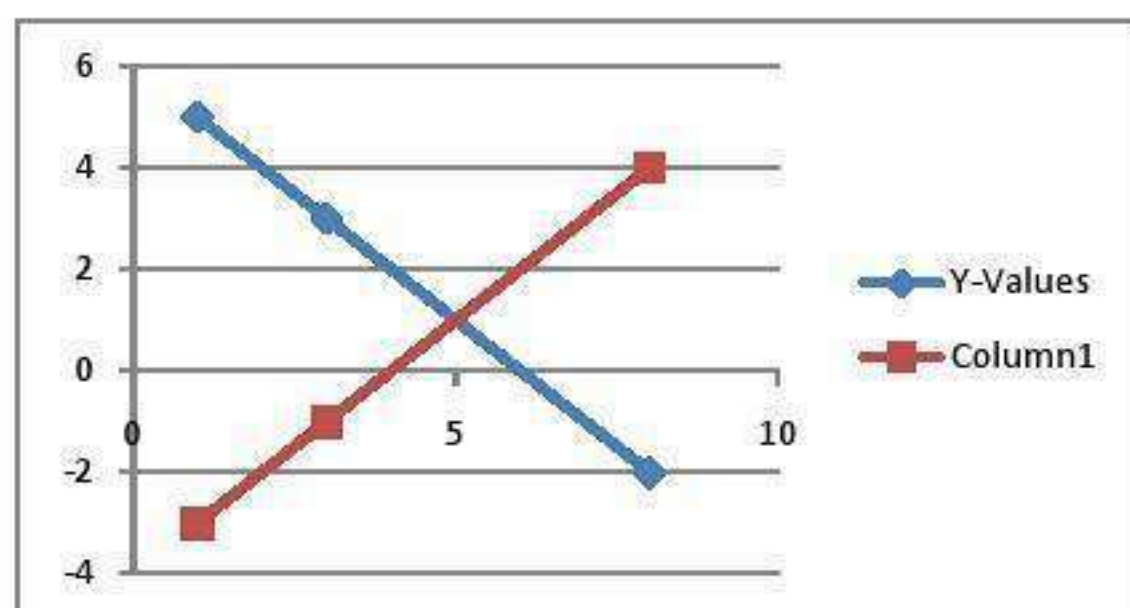
$$\begin{aligned} ٣ \text{ ص} &= ٢ \text{ س} - ٣ \\ \text{ص} &= \text{س} + ٤ \end{aligned}$$



لها حل واحد هو (٧، ١١)

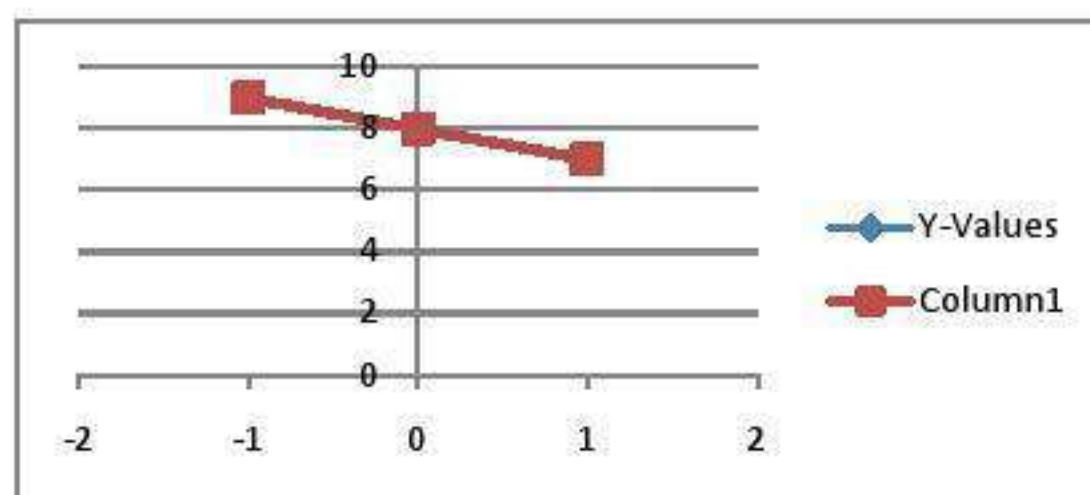
متسق ومستقل

$$\begin{aligned} 6 &= \text{ص} + \text{س} \\ \text{س} &= \text{ص} - 6 \end{aligned}$$



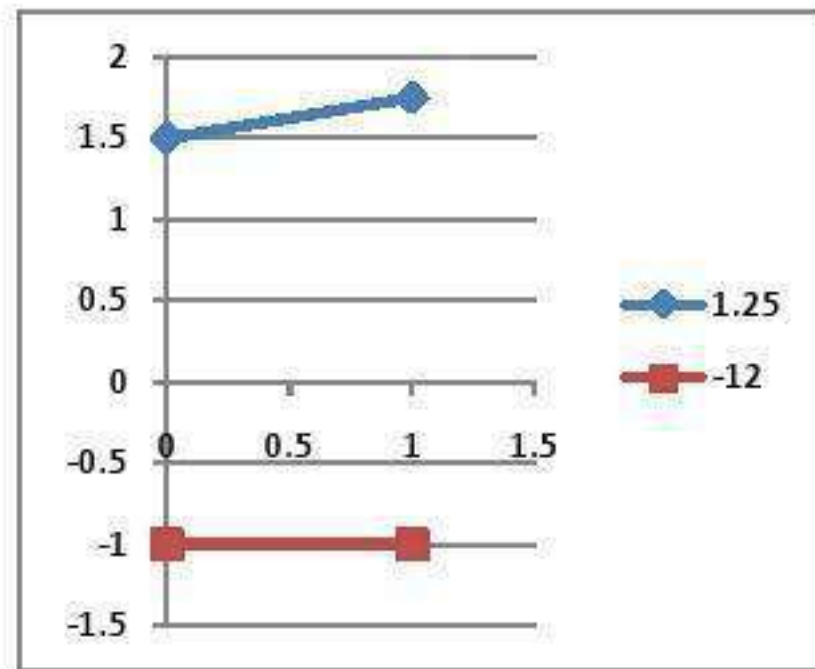
لها حل واحد وهو (٥ ، ١)

$$\begin{aligned} (5) \quad s + ص &= 8 \\ s^3 + ص^3 &= 24 \end{aligned}$$



لها عدد لانتهائي من الحلول
متسق وغير مستقل

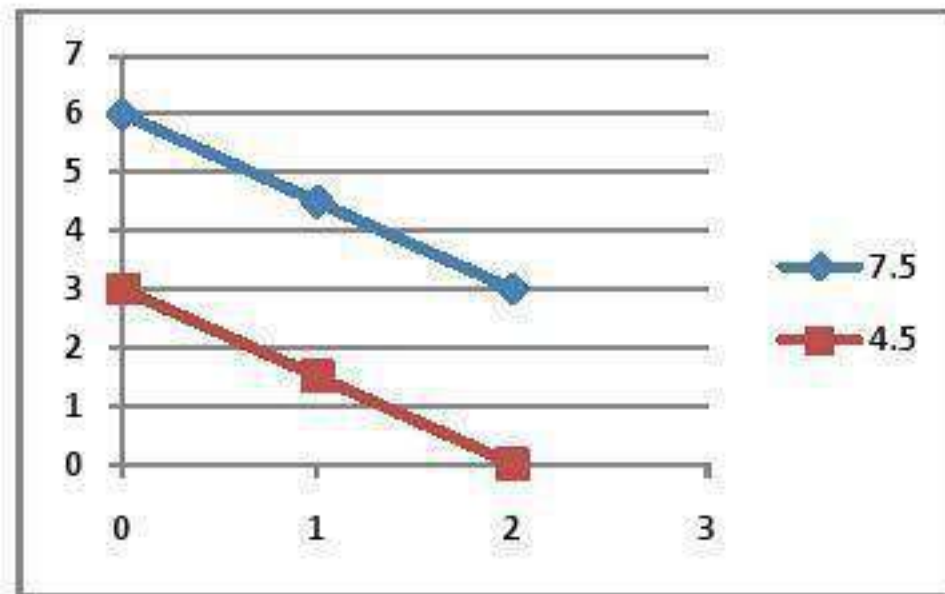
٦) س - ٤ ص = -٦
ص = -١



لا يوجد حل
غير متسق

$$(۷) \text{ ۳س} + \text{۲ص} = ۱۲$$

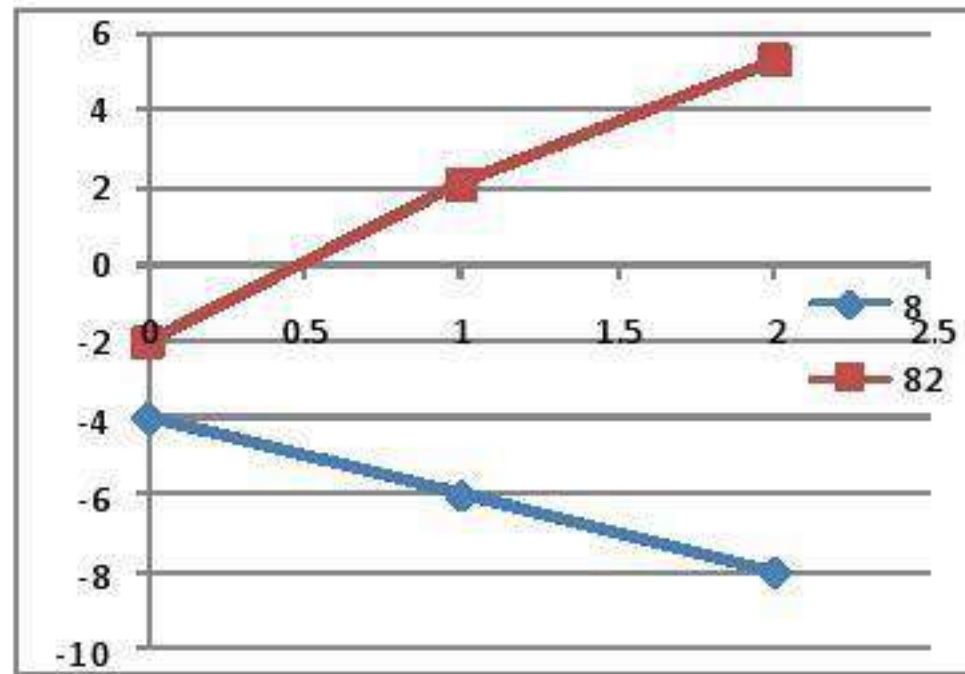
$$\text{۳س} + \text{۲ص} = ۶$$



لا يوجد حل

غير متسق

$$\begin{aligned} (٨) \quad ٢س + ص &= -٤ \\ ٥س + ٣ص &= -٦ \end{aligned}$$



لها حل واحد وهو $(٨, -٦)$

متسق ومستقل

حُلَّ كلاً من الأنظمة الآتية مستعملًا التعويض: (الدرس ٥-٢)

$$(٩) \text{ ص} = \text{س} + ٤$$

$$١٦ = \text{ص} + ٢\text{س}$$

بالتعويض عن ص في المعادلة الثانية

$$\text{إذن } ١٦ = (\text{س} + ٤) + ٢\text{س}$$

$$١٦ = ٤ + \text{س} + ٢\text{س}$$

$$١٢ = ٣\text{س}$$

$$\text{س} = ٤$$

بالتعويض عن س

$$\text{إذن } \text{ص} = ٤ + ٤ = ٨$$

$$\text{ص} = ٨$$

حل النظام هو (٤ ، ٨)

$$(١٠) \text{ ص} = ٢\text{س} - ٣$$

$$\text{س} + \text{ص} = ٩$$

بالتعويض عن ص في المعادلة الثانية

$$\text{إذن س} + (٢\text{س} - ٣) = ٩$$

$$\text{س} - ٢\text{س} - ٣ = ٩$$

$$\text{س} = ١٢$$

$$\text{س} = ١٢$$

$$\text{بالتعويض س} = ١٢$$

$$\text{إذن ص} = ٢ - (٣ + ١٢) = ١٨$$

$$\text{ص} = ١٨$$

حل النظام هو (١٨ ، ١٢)

$$(11) \text{ س} + \text{ص} = 6$$

$$\text{س} - \text{ص} = 8$$

من المعادلة الثانية $\text{س} = \text{ص} + 8$

بالتعويض في المعادلة الأولى

$$\text{إذن } 6 = \text{ص} + (\text{ص} + 8)$$

$$\text{ص} + 8 + \text{ص} = 6$$

$$2\text{ص} = 2 -$$

$$\text{ص} = 1 -$$

بالتعويض عن ص

$$\text{إذن } \text{س} = 8 + 1 - = 7$$

$$\text{س} = 7$$

حل النظام هو $(7, 1 -)$

$$(١٢) \text{ ص} = -٤ \text{ س}$$

$$٦ \text{ س} - \text{ص} = ٣٠$$

بالتعويض عن ص في المعادلة الثانية

$$٦ \text{ س} - (-٤ \text{ س}) = ٣٠$$

$$٦ \text{ س} + ٤ \text{ س} = ٣٠$$

$$١٠ \text{ س} = ٣٠$$

$$\text{س} = ٣$$

بالتعويض عن س في المعادلة الأولى

$$\text{ص} = -٤ \times ٣$$

$$\text{ص} = -١٢$$

حل النظام هو (٣ ، -١٢)

(١٣) **حديقة الحيوان:** الجدول التالي يبيّن، تكلفة دخول عائلتين لحديقة الحيوان في إحدى المدن. (الدرسان ٥-٢، ٥-٣)

العائلة	المجموعة	التكلفة الإجمالية
أ	٤ كبار وطفلان	١٨٤ ريالاً
ب	٤ كبار و٣ أطفال	٢٠٠ ريال

(أ) عرف المتغيرات التي تمثل ثمن التذكرة للكبار و ثمن التذكرة للأطفال.

افرض s هي ثمن تذكرة الكبار

، v ثمن تذكرة الأطفال

(ب) اكتب نظاماً من معادلتين لإيجاد ثمن كلّ من تذكرتي الكبار والأطفال.

$$4s + 2v = 184$$

$$4s + 3v = 200$$

(ج) حل النظام، ووضح ماذا يعني الحل.

ب طرح المعادلتين $ص = ١٦$

بالتعويض في المعادلة الأولى $١٨٤ = ٣٢ + س٤$

$$س = ٧٦$$

يعني أن ثمن تذكرة الكبار ٧٦ ريال

و ثمن تذكرة الأطفال ١٦ ريال

(د) ما تكلفة دخول مجموعة مكونة من ٣ كبار و ٥ أطفال لحديقة الحيوان؟

$$\text{تكلفة دخول الكبار} = ٧٦ \times ٣ = ٢٢٨ \text{ ريال}$$

$$\text{تكلفة دخول الأطفال} = ١٦ \times ٥ = ٨٠ \text{ ريال}$$

$$\text{تكلفة الدخول} = ٢٢٨ + ٨٠ = ٣٠٨ \text{ ريال}$$

١٤) **اختيار من متعدد:** تريد أسماء شراء ١٢ قطعة من الشوكولاتة والمصاص؛ إذا كان مع أسماء ١٦ ريالاً، وكان ثمن قطعة الشوكولاتة ريالين، وثمان قطعة المصاص ريالاً، فكم قطعة من كل نوع ستشتري؟ (الدرسان ٥-٢، ٥-٣)

أ) ٦ قطع شوكولاتة، ٦ قطع مصاص.

ب) ٤ قطع شوكولاتة، ٨ قطع مصاص.

ج) ٧ قطع شوكولاتة، ٥ قطع مصاص.

د) ٣ قطع شوكولاتة، ٩ قطع مصاص؟

الإجابة: ب) ٤ قطع شوكولاتة، ٨ قطع مصاص

حل كلاً من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا طريقة الحذف: (الدرس ٥-٣)

$$\begin{aligned} 15) \quad & \text{س} + \text{ص} = 9 \\ & \text{س} - \text{ص} = -3 \end{aligned}$$

بجمع المعادلتين

$$2\text{س} = 6$$

$$\text{س} = 3$$

بالتعويض عن س في المعادلة الأولى

$$9 = \text{ص} + 3$$

$$\text{ص} = 6$$

حل النظام هو (٣ ، ٦)

$$(١٦) \text{ س} + ٣\text{ص} = ١١$$

$$\text{س} + ٧\text{ص} = ١٩$$

ب طرح المعادلة الاولى من المعادلة الثانية

$$\text{ص} = ٨$$

$$\text{ص} = ٢$$

بالتعويض عن ص في المعادلة الاولى

$$\text{س} + ٦ = ١١$$

$$\text{س} = ٥$$

حل النظام هو (٥ ، ٢)

$$(17) \begin{cases} 9س - 24ص = -6 \\ 3س + 4ص = 10 \end{cases}$$

$$3س + 4ص = 10$$

بقسمة المعادلة الأولى على 3

$$3س - 8ص = -2 \quad \leftarrow 3$$

بطرح المعادلة 3 من المعادلة 2

$$12ص = 12$$

$$ص = 1$$

بالتعويض عن ص في المعادلة 2

$$3س + 4 \times 1 = 10$$

$$3س = 6$$

$$س = 2$$

حل النظام هو (2 ، 1)

$$(18) \quad 5s - 2v = 11$$

$$5s - 7v = 1$$

بجمع المعادلتين

$$-5v = -10$$

$$v = 2$$

بالتعويض عن v في المعادلة الثانية

$$5s - 2 \times 2 = 1$$

$$5s = 5$$

$$s = 1$$

حل النظام هو $(1, 2)$

حل نظام من معادلتين خطيتين
بالحذف باستعمال الضرب

٤-٥

تحقق

$$(أ) \quad 6س - 2ص = 10$$

$$3س - 7ص = -19$$

اضرب المعادلة الثانية في -٢

$$-6س + 14ص = 38$$

$$\underline{6س - 2ص = 10}$$

$$12ص = 48$$

$$ص = ٤$$

عوض عن ص في إحدى المعادلات

$$٦س - (٤)^٢ = ١٠$$

$$٦س - ٨ = ١٠$$

$$٦س = ١٨$$

$$س = ٣$$

الحل هو: (٣، ٤)

$$١٣ = ٩ر + ك$$

$$٤- = ٣ر + ٢ك$$

اضرب المعادلة الثانية في -٣

$$١٢ = ٦ك - ٩ر$$

$$\underline{١٣ = ٩ر + ك}$$

$$٢٥ = ٥ك -$$

$$ك = ٥-$$

عوض عن ك في إحدى المعادلات

$$١٣ = (٥-) + ٩ر$$

$$١٨ = ٩ر$$

$$٢ = ر$$

الحل هو: (٢، ٥-)

$$(١٢) \text{ ٥س} - \text{٣ص} = ٦$$

$$\text{٢س} + \text{٥ص} = -١٠$$

اضرب المعادلة الأولى في ٢ والثانية في ٥

$$١٠س - ٦ص = ١٢$$

$$١٠س + ٢٥ص = -٥٠$$

اطرح المعادلتين

$$-٣١ص = ٦٢$$

$$\text{ص} = -٢$$

عوض عن ص في إحدى المعادلات

$$\text{٥س} - (-٢)٣ = ٦$$

$$\text{٥س} = ٠$$

$$\text{س} = ٠$$

الحل هو: (٠، -٢)

$$٢ = ٢ب + أ٦$$

$$٨ = ٣ب + أ٤$$

اضرب المعادلة الأولى في ٣ والثانية في ٢

$$٦ = ٦ب + أ١٨$$

$$١٨ = ٦ب + أ١٨$$

اطرح المعادلتين

$$١٠ = أ١٠$$

$$١ = أ$$

عوض عن أ في إحدى المعادلات

$$٢ = ٢ب + (١ -)٦$$

$$٨ = ٢ب$$

$$٤ = ب$$

الحل هو: (١ - ، ٤)

(٣) **زورق**: يقطع زورق ٤ أميال في الساعة في اتجاه التيار، ويستغرق في رحلة العودة ١,٥ ساعة، أوجد معدل سرعة القارب في المياه الساكنة.

افترض أن s معدل سرعة الزورق، v سرعة التيار

$$s + v = 4 \quad \leftarrow \quad 1,5s + 1,5v = 6$$

$$(s - v) = 1,5 \quad \leftarrow \quad 1,5s - 1,5v = 4$$

$$3s = 10$$

$$s = 3,3$$

معدل سرعة الزورق = $3,3$ ميل / ساعة.



المثالان ٢٠١

حل كلاً من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا الحذف:

$$(١) \quad ٢س - ص = ٤$$

$$٧س + ٣ص = ٢٧$$

اضرب المعادلة الأولى في ٣

$$٦س - ٣ص = ١٢$$

$$٧س + ٣ص = ٢٧ \quad \text{اجمع المعادلتين}$$

$$١٣س = ٣٩$$

$$س = ٣$$

عوض عن س في إحدى المعادلات

$$٢(٣) - ص = ٤$$

$$ص = ٢$$

الحل هو: (٣، ٢)

$$(2) \quad 2س + 7ص = 1$$

$$س + 5ص = 2$$

اضرب المعادلة الثانية في 2

$$2س + 10ص = 4$$

اطرح المعادلتين

$$2س + 7ص = 1$$

$$3ص = 3$$

$$ص = 1$$

عوض عن ص في إحدى المعادلات

$$2س + 7(1) = 1$$

$$2س = -6$$

$$س = -3$$

الحل هو: $(-3, 1)$

$$(3) \quad 4س + 2ص = -14$$

$$5س + 3ص = -17$$

اضرب المعادلة الأولى في 3 والثانية في 2

$$12س + 6ص = -42$$

$$10س + 6ص = -34 \quad \text{اطرح المعادلتين}$$

$$2س = 8$$

$$س = 4$$

عوض عن س في إحدى المعادلات

$$4(-4) + 2ص = -14$$

$$2ص = 2$$

$$ص = 1$$

الحل هو: $(-4, 1)$

مثال ٣

٤) **صيد:** يقطع قارب صيد مسافة ١٠ أميال في ٣٠ دقيقة في اتجاه مجرى النهر، إلا أنه يقطع المسافة نفسها في رحلة العودة في ٤٠ دقيقة، أوجد معدل سرعته في المياه الساكنة بوحدة ميل / ساعة.

افترض أن سرعة القارب s ، ومعدل سرعة النهر v

$$10 = 30(s + v) \quad \leftarrow \quad 10 = 30 + 30v$$

$$10 = 40(s - v) \quad \leftarrow \quad 10 = 40s - 40v$$

اضرب المعادلة الأولى في ٤ والثانية في ٣

$$40 = 120s + 120v$$

$$30 = 120s - 120v$$

$$70 = 240s$$

$$s = 0.291$$

معدل سرعة القارب $0.291 \times 60 = 17.5$ ميلاً / ساعة.

تدرب وحل المسائل:



المثالان ١ ، ٢

حل كلاً من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا طريقة الحذف:

$$(٥) \quad \begin{cases} ٢ = س + ص \\ ١٥ = ٣س - ٤ص \end{cases}$$

$$١٥ = ٣س - ٤ص$$

$$٢ = س + ص$$

←

$$٣ \times$$

$$١٥ = ٣س - ٤ص$$

←

$$٢١ = ٧ص$$

$$٣ = ص$$

$$١٥ = ٣س - ٤ص$$

عوض عن ص في إحدى المعادلات

$$٢ = ٣ + ص$$

$$١ = ص$$

الحل هو: (٣ ، ١-)

$$(٦) \text{ س} - \text{ص} = ٨ -$$

$$٧ \text{ س} + ٥ \text{ ص} = ١٦$$

$$\text{س} - \text{ص} = ٨ - \quad \leftarrow \quad ٥ \times \quad ٥ \text{ س} - ٥ \text{ ص} = ٤٠ -$$

$$٧ \text{ س} + ٥ \text{ ص} = ١٦$$

$$\underline{٧ \text{ س} + ٥ \text{ ص} = ١٦}$$

$$٢٤ - = ١٢ \text{ س}$$

$$\text{س} = ٢ -$$

عوض عن س في إحدى المعادلات

$$٢ - - \text{ص} = ٨ -$$

$$\text{ص} = ٦$$

الحل هو: (٦ ، ٢ -)

$$(٧) \quad ٣٩- = ص + ٦س$$

$$١٥- = ٣س + ٢ص$$

$$٧٨- = ١٢س + ٢ص \quad \leftarrow \quad ٢ \times$$

$$٣٩- = ص + ٦س$$

$$\underline{١٥- = ٣س + ٢ص}$$

$$١٥- = ٣س + ٢ص$$

$$٦٣- = ٩س$$

$$٧- = س$$

عوض عن س في إحدى المعادلات

$$٣٩- = ص + (٧-)$$

$$٣ = ص$$

الحل هو: $(٣, ٧-)$

$$(٨) \quad ١١ = ٢س + ٥ص$$

$$١ = ٤س + ٣ص$$

$$٢٢ = ٤س + ١٠ص \quad \leftarrow \quad ٢ \times \quad ١١ = ٢س + ٥ص$$

$$\underline{١ = ٤س + ٣ص} \quad \quad ١ = ٤س + ٣ص$$

$$٢١ = ٧ص$$

$$٣ = ص$$

عوض عن ص في إحدى المعادلات

$$١١ = ٢س + (٣)٥$$

$$٢س = ٤$$

$$س = ٢$$

الحل هو: $(٣, ٢ -)$

$$(9) \quad 29 = 3س + 4ص$$

$$43 = 6س + 5ص$$

$$174 = 18س + 24ص \quad \leftarrow 6 \times 29 = 3س + 4ص$$

$$\underline{129 = 18س + 15ص} \quad \leftarrow 3 \times 43 = 6س + 5ص$$

$$45 = 9ص$$

$$5 = ص$$

عوض عن ص في إحدى المعادلات

$$29 = 3س + (5)4$$

$$9 = 3س$$

$$3 = س$$

الحل هو: (3, 5)

$$(١٠) \quad ٨٠- = ٧ص + ٤س$$

$$٥٨- = ٥ص + ٣س$$

$$٢٤٠- = ٢١ص + ١٢س \quad \leftarrow \quad ٣ \times \quad ٨٠- = ٧ص + ٤س$$

$$\underline{٢٣٢- = ٢٠ص + ١٢س} \quad \leftarrow \quad ٤ \times \quad ٥٨- = ٥ص + ٣س$$

$$٨- = ص$$

عوض عن ص في إحدى المعادلات

$$٨٠- = (٨-)٧ + ٤س$$

$$٢٤- = ٤س$$

$$٦- = س$$

الحل هو: (٦-، ٨-)

$$(11) \quad 12s - 3v = -3$$

$$6s + v = 1$$

$$12s - 3v = -3$$

$$12s - 3v = -3$$

$$18s + 3v = 3 \quad \leftarrow \quad 3 \times \quad 6s + v = 1$$

$$0 = 30$$

$$0 = s$$

عوض عن س في إحدى المعادلات

$$v = 1$$

الحل هو: $(0, 1)$

$$(12) \quad 0 = -4s + 2v$$

$$8 = 10s + 3v$$

$$0 = -4s + 2v \quad \leftarrow \quad 10 \times \quad 0 = -4s + 2v$$

$$\underline{32 = 12s + 2v} \quad \leftarrow \quad 4 \times \quad 8 = 10s + 3v$$

$$32 = 32v$$

$$v = 1$$

عوض عن ص في إحدى المعادلات

$$0 = -4s + (1)^2$$

$$-4s = -2$$

$$s = 0.5$$

الحل: $(1, 0.5, 0)$

المثال ٣

(١٣) **نظرية الأعداد:** ما العددين اللذان سبعة أمثال أحدهما زائد ثلاثة أمثال الآخر يساوي سالب واحد، ومجموعهما يساوي سالب ثلاثة؟

افترض العددين س، ص

$$٧س + ٣ص = -١$$

$$٧س + ٣ص = -١$$

$$\underline{٣س + ٣ص = -٩}$$

$$٣س + ٣ص = -٩ \quad \leftarrow \quad ٣ \times$$

$$٤س = -٨$$

$$س = -٢$$

عوض عن س في إحدى المعادلات

$$٣ص = -٢ - ٧(-٢)$$

$$٣ص = ١٤ - ١٤$$

الحل هو: **(٢، -٥)**

١٤) **كرة قدم:** سجل أحد لاعبي كرة القدم (١٢) هدفاً في الدوري الممتاز. فإذا علمت أن ضعف عدد الأهداف التي سجلها في مرحلة الذهاب تزيد على ثلاثة أمثال أهدافه في مرحلة الإياب بـ ٤ ، فما عدد أهدافه في كل من مرحلتَي الذهاب والإياب؟

عدد أهداف الذهاب س وعدد أهداف الإياب ص

$$س + ص = ١٢ \quad \leftarrow \quad ٣س + ٣ص = ٣٦$$

$$٢س - ٣ص = ٤ \quad \leftarrow \quad ٢س - ٣ص = ٤$$

$$٥س = ٤٠$$

$$س = ٨$$

عوض عن س في إحدى المعادلات

$$٨ + ص = ١٢$$

$$ص = ٤$$

عدد أهداف الذهاب = ٨ أهداف.

عدد أهداف الإياب = ٤ أهداف.

حل كلاً من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا طريقة الحذف:

$$(١٥) \quad -٠,٤س + ٠,٢٥ص = -٢,١٧٥$$

$$٢س + ص = ٧,٥$$

$$-١,٦س + ص = -٨,٧ \quad \text{بالقسمة على } ٠,٢٥$$

$$٢س + ص = ٧,٥$$

$$-٣,٦س = -١٦,٢$$

$$س = ٤,٥$$

عوض عن س في إحدى المعادلات

$$٢(٤,٥) + ص = ٧,٥$$

$$ص = -١,٥$$

الحل هو: $(٤,٥, -١,٥)$

$$(١٦) \quad \frac{1}{4}س + ٤ص = ٢\frac{3}{4}$$

$$٣س + \frac{1}{2}ص = ٩\frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{4}س + ٤ص = ٢\frac{3}{4} \quad \times ٤ \quad \leftarrow \quad س + ١٦ص = ١١$$

$$٣س + \frac{1}{2}ص = ٩\frac{1}{4} \quad \times ٤ \quad \leftarrow \quad ١٢س + ٢ص = ٣٧$$

اضرب المعادلة الثانية في ٨

$$س + ١٦ص = ١١$$

$$\text{طرح المعادلتين} \quad \underline{٩٦س + ١٦ص = ٢٩٦}$$

$$\underline{٩٥س = ٢٨٥}$$

$$س = ٣$$

عوض عن س في إحدى المعادلات

$$٣س + \frac{1}{2}ص = ٩\frac{1}{4}$$

$$٣ \times ٣ + \frac{1}{2}ص = ٩\frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{2}ص = \frac{1}{4}$$

$$ص = \frac{1}{2}$$

الحل هو: $(٣, \frac{1}{2})$

(١٧) **هندسة:** إذا علمت أن النمثيل البياني للمعادلتين $٦ = ٢ص + س$ ، $٩ = ٢ص + س$ يشتمل على ضلعين من أضلاع مثلث، وأن نقطة تقاطع المستقيمين هي رأس المثلث، فأجب عن الأسئلة الآتية:
 أ) ما إحداثيات رأس المثلث؟

رأس المثلث هي نقطة التقاطع أي حل المعادلتين

$$\begin{array}{rcl} ٦ = ٢ص + س & \leftarrow & ٦ = ٢ص + س \\ ٩ = ٢ص + س & \leftarrow \times ٢ & ١٨ = ٤ص + ٢س \\ \hline ١٢ = ٤ص + ٢س & & ١٨ = ٤ص + ٢س \\ -١٢ = -٢س & & \\ \hline ٤ = س & & \end{array}$$

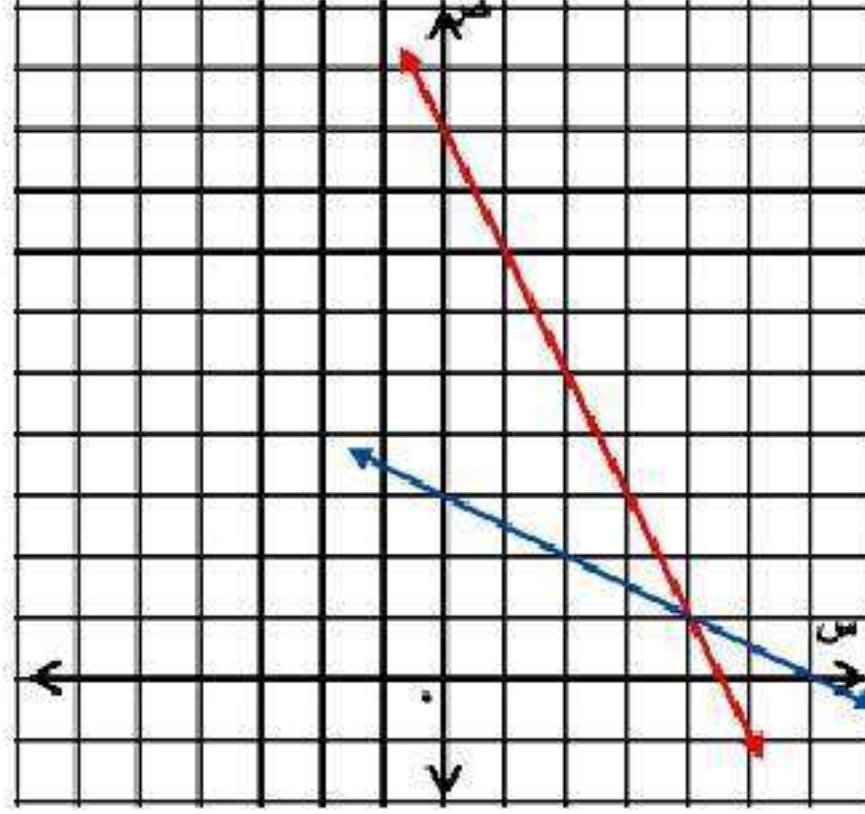
عوض عن س في إحدى المعادلات

$$٩ = ٢ص + (٤)$$

$$١ = ص$$

رأس المثلث = (٤، ١)

ب) ارسم هذين المستقيمين، وعين رأس المثلث.



$$س + ٢ص = ٦$$

$$\text{عند } ص = ٠ \quad ٣ = ص$$

إذن النقطة (٣ ، ٠)

$$\text{عند } ص = ٠ \quad ٦ = س$$

إذن النقطة (٠ ، ٦)

$$٩ = س + ٢ص$$

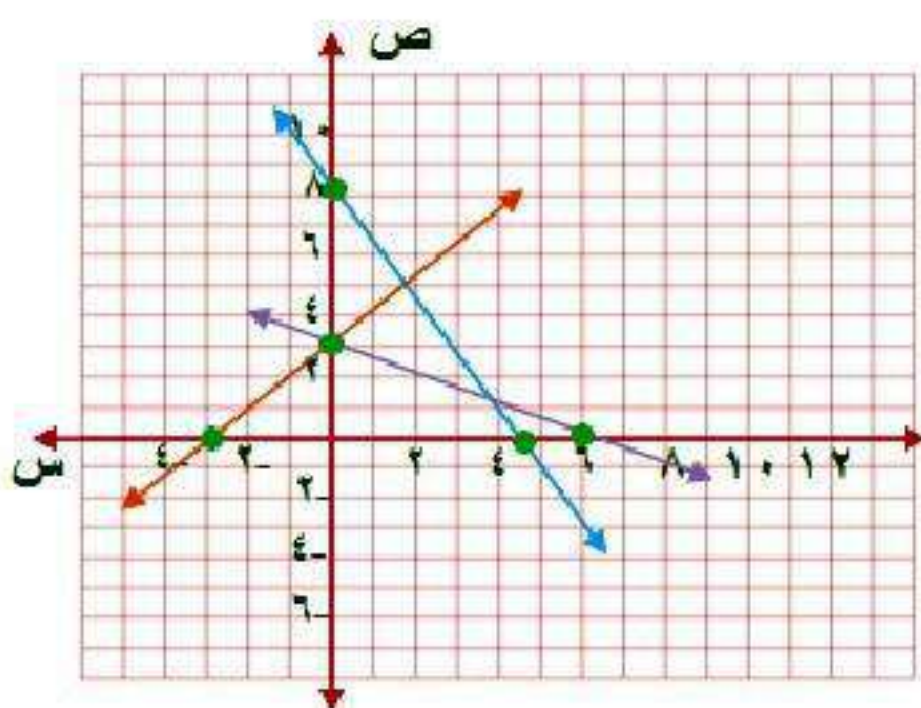
$$\text{عند } ص = ٠ \quad ٩ = ص$$

إذن النقطة (٩ ، ٠)

$$\text{عند } ص = ٠ \quad ٤,٥ = س$$

إذن النقطة (٠ ، ٤,٥)

ج) إذا كان التمثيل البياني للمعادلة $s - v = -3$ يشمل الضلع الثالث للمثلث، فارسم هذا المستقيم على الشكل نفسه.



$$s - v = -3$$

$$v = 3$$

$$\text{عند } s = 0$$

إذن النقطة $(0, 3)$

$$s = -3$$

$$\text{عند } v = 0$$

إذن النقطة $(-3, 0)$

(د) أوجد إحداثيات الرأسين الآخرين للمثلث.

الرأسين الآخرين للمثلث $(0, 3)$ ، $(2, 5)$.

(١٨) **اختبارات:** اكتشف معلم أنه عكس درجة أحد طلابه في أثناء رصدها مما أخر ترتيبه بين الأوائل، فأخبر الطالب وبيّن له أن مجموع رقمي درجته يساوي ١٤، والفارق بين درجته الحالية والصحيحة ٣٦ درجة. وطلب إليه أن يعرف درجته الصحيحة وسوف يكافئه. فما الدرجة الصحيحة؟

درجته الصحيحة = ٩٥ درجة.

مسائل مهارات التفكير العليا:

(١٩) **نبرس:** وضح كيف يمكنك تعرف نظام المعادلتين الخطيتين الذي له عدد لا نهائي من الحلول.

عندما تكون إحدى المعادلتين مضاعفة للأخرى.

(٢٠) **اكتشف الخطأ:** حل كل من سعيد وحسين نظامًا من معادلتين، فأيهما إجابته صحيحة؟ فسر إجابتك.

حلولي	للسعيد
$11 = 7 + 2r$	$11 = 7 + 2r$
$7 - = 9 - r$	$7 - = 9 - r$
$18 = r$	$11 = 7 + 2r$
$11 = 7 + 2r$	$14 - = 18 - r$
$11 = 7 + (18)2$	$25 = 25$
$11 = 7 + 36$	$1 = r$
$25 - = 7$	$11 = 7 + 2r$
$\frac{25}{7} - = \frac{7}{7}$	$11 = (1)7 + 2r$
$3,6 - = r$	$11 = 7 + 2r$
الحل (٣,٦-، ١٨).	$4 = 2r$
	$\frac{4}{2} = \frac{2r}{2}$
	$2 = r$
	الحل (١، ٢).

سعيد، لأنه حذف المتغير r بضرب المعادلة الثانية $\times 2$ ثم طرح. أما حسين فلم يطرح المعادلتين بصورة صحيحة.

(٢١) **مسألة مفتوحة:** اكتب نظامًا من معادلتين يمكن حله بضرب إحدى معادلتيه في -٣، ثم جمع المعادلتين معًا.

$$٢س - ص = ٨ \quad \times \quad ٣- \quad \leftarrow \quad ٦س - ٣ص = ٢٤$$

$$س - ٣ص = ٩ \quad \leftarrow \quad \underline{س - ٣ص = ٩}$$

$$١٥ - ٥س =$$

$$٣ = س$$

عوض عن س في إحدى المعادلات

$$٩ = ٣ - ٣ص$$

$$٦ = ٣ - ٣ص$$

$$٢ = ص$$

الحل هو: (٣، -٢)

(٢٢) **تحديد:** إذا كان حل النظام: $4س + 5ص = 2$ ، $6س - 2ص = ب$ هو (٣، أ)، فأوجد قيمة كل من: أ، ب موضحاً خطوات الحل التي استعملتها.

التعويض عن س و ص بالنقطة (٣، أ)

$$4س + 5ص = 2$$

$$2 = 12 + 5أ$$

$$10 = 12 - 2أ$$

$$أ = -2$$

بالتعويض عن

$$6س - 2ص = ب$$

$$18 - 2 \times (-2) = ب$$

$$22 = ب$$

$$ب = 22$$

(٢٣)  اكتب: وضح كيف تُحدد المتغير الذي ينبغي حذفه باستعمال الضرب.

حدد المتغير الذي يكون إشارته مختلفة ويمكن أن يتساوى معاملة في
المعادلتين بضرب أحد المعادلتين في عدد معين بحيث يمكن حذفه بجمع
المعادلتين.

تدريب على اختبار

٢٤) ما الزوج المرتب الذي يمثل حل النظام الآتي :

$$2s - 3v = 9$$

$$-s + 3v = 6$$

(جـ) $(-3, 1)$

(أ) $(3, 3)$

(د) $(1, -3)$

(ب) $(-3, 3)$

الإجابة: (جـ) $(-3, 1)$

$$2s - 3v = 9$$

$$\underline{-s + 3v = 6}$$

$$3s = 3$$

$$s = 1$$

$$3v = 3$$

$$v = 1$$

٢٥) احتمال: يبين الجدول أدناه نتائج رمي مكعب أرقام. فما
الاحتمال التجريبي لظهور العدد ٣؟

النتائج	١	٢	٣	٤	٥	٦
التكرار	٤	٨	٢	٠	٥	١

- (أ) $\frac{2}{3}$ (ب) $\frac{1}{3}$ (ج) $\frac{2}{5}$ (د) $\frac{1}{5}$

الإجابة (ب) $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$

مراجعة تراكمية

حل كلاً من أنظمة المعادلات الآتية مستعملًا طريقة الحذف: (الدروس ٥-٣)

$$\begin{cases} ٦ق + ٧هـ = ٧- \\ ٦ق + ٣هـ = ٩- \end{cases}$$

$$٦ق + ٧هـ = ٧-$$

اطرح المعادلتين

$$\underline{٦ق + ٣هـ = ٩-}$$

$$٢هـ = ٢-$$

$$١هـ = ١-$$

عوض عن هـ في إحدى المعادلات

$$٦ق + (١-)٣ = ٩-$$

$$٦ق = ٦-$$

$$١ق = ١-$$

الحل هو: (١-، ١-)

$$(27) \quad 5s + 3k = 9$$

$$3s + 3k = 3$$

$$5s + 3k = 9$$

$$\underline{3s + 3k = 3}$$

$$2s = 6$$

$$s = 3$$

عوض عن س في إحدى المعادلات

$$3s + 3k = 3$$

$$3k = 6$$

$$k = 2$$

الحل هو: $(3, 2)$

$$(٢٨) \quad ٦ = ٢س - ٤ز$$

$$٣- = ٤ز - س$$

$$٦ = ٢س - ٤ز$$

$$٣- = ٤ز - س$$

$$٩ = س$$

عوض عن س في إحدى المعادلات

$$٦ = ٢(٩) - ٤ز$$

$$١٢- = ٤ز -$$

$$٣ = ز$$

الحل هو: (٣، ٩)

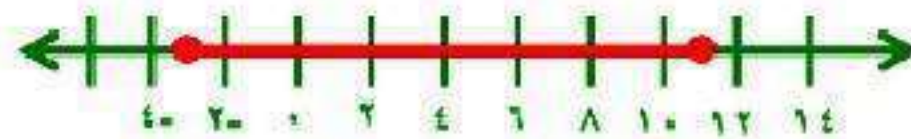
حل كل متباينة فيما يأتي، ومثل مجموعة حلها بيانيًا: (الدرس ٤-٥)

$$(٢٩) \quad ٨ \geq |٥ - م|$$

$$٨ \geq ٥ - م \quad \text{أو} \quad ٨ \leq ٥ - م$$

$$١٣ \geq م \quad \text{أو} \quad ٣ \leq م$$

مجموعة الحل: $\{م \mid ٣ \leq م \leq ١٣\}$

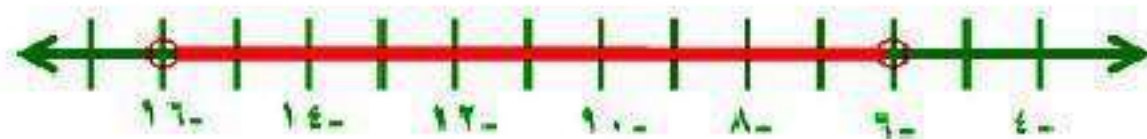


$$(٣٠) \quad ٥ > |١١ + ك|$$

$$٥ > ١١ + ك \quad \text{أو} \quad ٥ > -١١ + ك$$

$$١٦ > ك \quad \text{أو} \quad ٦ > ك$$

مجموعة الحل: $\{ك \mid ٦ < ك < ١٦\}$



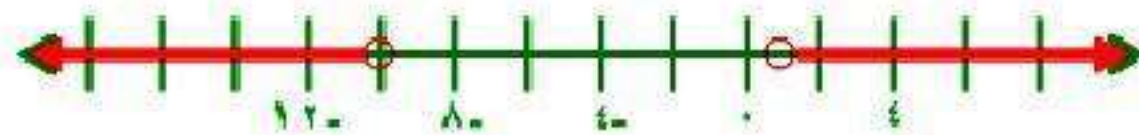
$$(31) \quad 11 < |9 + 2u|$$

$$11 < 9 + 2u \quad \text{و} \quad 11 > 9 + 2u$$

$$2 < 2u \quad \text{و} \quad 20 > 2u$$

$$1 < u \quad \text{و} \quad 10 > u$$

مجموعة الحل: $\{u < 1 \text{ أو } u > 10\}$



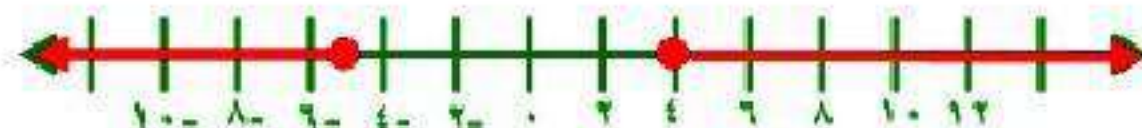
$$(32) \quad 9 \leq |1 + r^2|$$

$$9 \leq 1 + r^2 \quad \text{و} \quad 9 \geq 1 + r^2$$

$$8 \leq r^2 \quad \text{و} \quad 10 \geq r^2$$

$$r \leq 2 \quad \text{و} \quad r \geq 5$$

مجموعة الحل: $\{r \leq 2 \text{ أو } r \geq 5\}$



٣٣) إذا علمت أن د(س) = $3س - ١$ ، فما قيمة د(٤-)? (الدرس ٢-٢)

$$د(س) = 3س - ١$$

$$د(٤-) = (٤-)3 - ١$$

$$= ١٢ - ١ = ١٣$$

الاستعداد للدرس اللاحق

مهارة سابقة :

اكتب الصيغة التي تعبر عن الجملة في كل مما يأتي :

(٣٤) مساحة المثلث (م) تساوي نصف حاصل ضرب طول القاعدة (ل) في الارتفاع (ع).

$$م = \frac{1}{2} ل ع$$

(٣٥) محيط الدائرة (مح) يساوي حاصل ضرب ٢ في (ط) في نصف القطر (نق).

$$مح = ٢ ط نق$$

(٣٦) حجم المنشور القائم (ح) يساوي حاصل ضرب الطول (ل) في العرض (ع) في الارتفاع (أ).

$$ح = ل ع أ$$

تطبيقات على النظام المكون من معادلتين خطيتين

٥-٥

تحقق

$$(i) \quad 5س + 7ص = 2$$

$$-2س + 7ص = 9$$

افهم

لتحديد أفضل طريقة لحل نظام من معادلتين انظر إلى
معامل كل حد.

خطط

بما أن معاملي ص في المعادلتين متساويين، إذاً يمكن
استعمال الحذف بالطرح.

حل

$$٥س + ٧ص = ٢$$

$$\underline{٢-س + ٧ص = ٩}$$

$$٧-س = ٧$$

$$١-س = ١$$

عوض عن س في المعادلة الأولى بـ ١-

$$٢ = ٧ص + (١-)$$

$$٧ = ٧ص$$

$$١ = ص$$

الحل هو: (١-، ١)

$$(١ب) \quad ٣س - ٤ص = -١٠$$

$$٥س + ٨ص = -٢$$

افهم

لتحديد أفضل طريقة لحل نظام من معادلتين انظر إلى معامل كل حد.

خطط

بما أن معامل المتغيرين س، ص في المعادلتين ليس متساويين أو متعاكسين إذا لا يمكنك استعمال الجمع أو الطرح لحذف أحد المتغيرين لذا استعمل الحذف بالضرب.

حل

اضرب المعادلة الأولى في ٢

$$٦س - ٨ص = -٢٠$$

$$٥س + ٨ص = -٢$$

$$١١س = -٢٢$$

$$س = -٢$$

عوض عن س = -٢ في المعادلة الأولى

$$٥(-٢) + ٨ص = -٢٠$$

$$٨ص = ٨$$

$$ص = ١$$

الحل هو: $(-٢, ١)$

$$١ \text{ جـ) } \text{س} - \text{ص} = ٩$$

$$٧ \text{س} + \text{ص} = ٧$$

افهم

لتحديد أفضل طريقة لحل نظام من معادلتين انظر إلى معاملى كل حد.

خطط

بما أحد معاملى ص فى إحدى المعادلتين معكوساً جمعياً لمعاملها فى المعادلة الأخرى إذا استعمل الحذف بالجمع.

حل

$$\text{س} - \text{ص} = ٩$$

$$٧ \text{س} + \text{ص} = ٧$$

$$٨ \text{س} = ١٦$$

$$\text{س} = ٢$$

عوض عن س فى المعادلة الثانية

$$٧ = \text{ص} + (٢)٧$$

$$\text{ص} = ٧ - ١٤$$

الحل هو: $(٢, ٧ - ١٤)$

$$(د) \quad 5س - ص = 17$$

$$5 = 3س + 2ص$$

افهم

لتحديد أفضل طريقة لحل نظام من معادلتين انظر إلى معامل كل حد.

خطط

بما أن معامل المتغيرين س، ص في المعادلتين ليس متساويين أو متعاكسين إذاً لا يمكنك استعمال الجمع أو الطرح لحذف أحد المتغيرين، بما أن معامل ص في المعادلة الأولى $= 1$ إذاً يمكن استعمال التعويض.

حل

حل المعادلة الأولى بالنسبة لـ ص

$$ص = 5س - 17$$

عوض عن ص في المعادلة الثانية

$$5 = 3س + 2(5س - 17)$$

$$5 = 3س + 10س - 34$$

$$39 = 13س$$

$$س = 3$$

عوض عن س في المعادلة الأولى

$$ص = 5(3) - 17 = 2$$

الحل هو: $(3, 2)$

(٢) **تطوع:** تطوع سعيد لعمل خيري مدة ٥٠ ساعة، ويخطط ليتطوع ٣ ساعات في كل أسبوع من الأسابيع القادمة، أما أسامة فهو متطوع جديد يخطط ليتطوع ٥ ساعات في كل أسبوع؛ اكتب نظامًا من المعادلات وحله لإيجاد بعد كم أسبوعًا يصبح عدد الساعات التي تطوع بها كل من سعيد وأسامة متساويًا.

افترض أن عدد الساعات ص وعدد الأسابيع س

$$ص = ٣س + ٥٠$$

$$ص = ٥س$$

عوض عن ص في المعادلة الأولى

$$٥س = ٣س + ٥٠$$

$$٢س = ٥٠$$

$$س = ٢٥$$

عوض عن س في المعادلة الثانية

$$ص = ٥س$$

$$ص = ٥ \times ٢٥ = ١٢٥$$

بعد ٢٥ أسبوع تتساوى عدد ساعات التطوع لكلاهما.



مثال ١

حدد أفضل طريقة لحل كل نظام فيما يأتي ، ثم حله :

$$(١) \quad \begin{cases} ٢س + ٣ص = ١١ \\ ٨س - ٥ص = ٩ \end{cases}$$

$$\begin{aligned} ٢س + ٣ص &= ١١ \\ ٨س - ٥ص &= ٩ \end{aligned}$$

بما أن معاملات المتغيرات ليست متساوية ولا معكوسة ولا معاملها واحد أذاً
استعمل الحذف بالضرب

اضرب المعادلة الأولى في ٤

$$\begin{aligned} ٢س + ٣ص &= ١١ \\ ٨س - ٥ص &= ٩ \end{aligned}$$

$$\underline{\underline{٨س - ٥ص = ٩}}$$

$$\begin{aligned} ٢س + ٣ص &= ١١ \\ ٨س - ٥ص &= ٩ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ٢س + ٣ص &= ١١ \\ ٨س - ٥ص &= ٩ \end{aligned}$$

عوض عن ص في المعادلة الثانية

$$-8س - 5(-5) = 9$$

$$-8س + 25 = 9$$

$$س = 2$$

الحل هو: $(-5, 2)$

$$(٢) \quad ٣س + ٤ص = ١١$$

$$٢س + ص = ١ -$$

بما أن معامل ص في المعادلة الثانية واحد استعمل التعويض

حل المعادلة الثانية بالنسبة لـ ص

$$ص = ١ - ٢س$$

عوض عن ص في المعادلة الأولى

$$٣س + ٤(١ - ٢س) = ١١$$

$$٣س - ٨س - ٤ = ١١$$

$$-٥س = ١٥$$

$$س = -٣$$

عوض عن س بـ -٣ في المعادلة الثانية

$$ص = ١ - ٢(-٣)$$

$$ص = ٥$$

الحل هو: **(-٣، ٥)**

$$(3) \quad 3s - 4v = -5$$

$$-3s + 2v = 3$$

بما أن معاملي س في المعادلتين كلاهما معكوس للآخر اجمع المعادلتين

$$-2v = 2$$

$$v = -1$$

عوض عن ص في إحدى المعادلات

$$3s - 4(-1) = -5$$

$$3s = -1$$

$$s = -\frac{1}{3}, v = -1$$

الحل هو: $(-\frac{1}{3}, -1, 0)$

$$(4) \quad 3s + 7v = 4$$

$$5s - 7v = -12$$

بما أن معامل المتغير v في إحدى المعادلتين معكوس للمعادلة الأخرى

إذاً اجمع المعادلتين

$$8s = 8$$

$$s = 1$$

عوض عن s في المعادلة الأولى

$$3(-1) + 7v = 4$$

$$7v = 7$$

$$v = 1$$

الحل هو: $(-1, 1)$

مثال ٢

(٥) تسوق: اشترى عبدالله ٤ كراسيات و ٣ حقائب بمبلغ ١٨١ ريالاً، واشترى عبدالرحمن كراسية وحقيبتين بمبلغ ٩٤ ريالاً.

(أ) اكتب نظاماً من معادلتين يمكنك استعماله لتمثيل هذا الموقف.

افترض الكراسيات s والحقائب v

$$٤s + ٣v = ١٨١$$

$$s + ٢v = ٩٤$$

(ب) حدد أفضل طريقة لحل هذا النظام.

بما أن معاملات المتغيرات ليس معكوسة ولا مساوية إذاً لا يصلح استخدام الجمع أو الطرح ولكن معامل s في المعادلة الثانية واحد إذاً استعمل التعويض.

جـ) حل النظام.

حل المعادلة الثانية بالنسبة لـ س

$$س = -٢ص + ٩٤$$

عوض عن س في المعادلة الأولى

$$١٨١ = ٤(-٢ص + ٩٤) + ٣ص$$

$$-٨ص + ٣٧٦ + ٣ص = ١٨١$$

$$-٥ص = -١٩٥$$

$$ص = ٣٩$$

عوض عن ص في المعادلة

$$س = -٢(٣٩) + ٩٤$$

$$س = -٧٨ + ٩٤$$

$$س = ١٦$$

الحل هو: (١٦ ، ٣٩)

إنّ ثمن الكراسة ١٦ ريالاً ، ثمن الحقيبة ٣٩ ريالاً.

تدرب وحل المسائل:



مثال ١

حدد أفضل طريقة لحل كل نظام فيما يأتي، ثم حله:

$$(٦) \quad \begin{cases} ٣س - ٤ص = ٥ \\ ٣س - ٦ص = ٥ \end{cases}$$

$$\begin{aligned} ٣س - ٤ص &= ٥ \\ ٣س - ٦ص &= ٥ \end{aligned}$$

بما أن معامل س في المعادلتين كلاهما معكوس الآخر إذاً اجمع المعادلتين

$$\begin{aligned} ٣س - ٤ص &= ٥ \\ ٣س - ٦ص &= ٥ \end{aligned}$$

$$\underline{\begin{aligned} ٣س - ٤ص &= ٥ \\ ٣س - ٦ص &= ٥ \end{aligned}}$$

$$\begin{aligned} ٣س - ٤ص &= ٥ \\ ٣س - ٦ص &= ٥ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ٣س - ٤ص &= ٥ \\ ٣س - ٦ص &= ٥ \end{aligned}$$

عوض عن ص في المعادلة الأولى

$$\begin{aligned} ٣س - ٤ص &= ٥ \\ ٣س - ٦ص &= ٥ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ٣س - ٤ص &= ٥ \\ ٣س - ٦ص &= ٥ \end{aligned}$$

الحل هو: $(١, -\frac{1}{3})$

$$(٧) \quad ٥س + ٨ص = ١$$

$$٢-س + ٨ص = ٦-$$

بما أن معامل ص في المعادلتين متساوي

إذاً اطرح المعادلتين

$$٥س + ٨ص = ١$$

$$\underline{٢-س + ٨ص = ٦-}$$

$$٧س = ٧$$

$$س = ١$$

عوض عن س في إحدى المعادلات

$$٥(١) + ٨ص = ١$$

$$٨ص = ٤-$$

$$ص = \frac{4}{8}- = \frac{1}{2}-$$

الحل هو: $(١, \frac{1}{2}-)$

$$(٨) \text{ ص} + \text{س}٤ = ٣$$

$$\text{ص} = -\text{س}٤ - ١$$

بما أن المعادلة الثانية محلولة بالنسبة لـ ص

عوض عن ص في المعادلة الأولى

$$-\text{س}٤ - ١ + \text{س}٤ = ٣$$

$$- ١ = ٣$$

ليس لها حل.

مثال ٢

(٩) **سكان**، بلغ مجموع عدد سكان محافظتي خميس مشيط وبيشة (في العام ١٤٣١هـ) نحو ٧٢٠ ألفاً، فإذا علمت أن عدد سكان خميس مشيط يقل بمقدار ٨٠ ألفاً عن ثلاثة أمثال عدد سكان بيشة، فاكتب نظاماً من معادلتين وحله لإيجاد عدد سكان كل محافظة منهما.

افترض أن محافظة خميس مشيط س، محافظة بيشة ص

$$٧٢٠ = ص + س \quad \leftarrow \quad ٧٢٠ = ص + س$$

$$٨٠ = س - ٣ص \quad \leftarrow \quad ٨٠ = س - ٣ص$$

$$٨٠٠ = ٤ص$$

$$٢٠٠ = ص$$

عوض عن ص في إحدى المعادلات

$$٧٢٠ = ٢٠٠ + س$$

$$٥٢٠ = س$$

عدد سكان محافظة خميس مشيط = ٥٢٠ ألف.

عدد سكان محافظة بيشة = ٢٠٠ ألف.

(١٠) **آثار:** تبلغ مجموع مساحتي قصر ابن شعلان في القرىات وقصر صاهود في الأحساء نحو ١٣٠٠٠ متر مربع، وتزيد مساحة قصر صاهود على مثلي مساحة قصر ابن شعلان بنحو ٤٠٠٠ متر مربع، أوجد مساحة كل قصر منهما.

افترض مساحة قصر ابن شعلان س ، مساحة قصر صاهود ص

$$س + ص = ١٣٠٠٠$$

$$\text{اطرح المعادلتين} \quad \underline{٢س + ص = ٤٠٠٠}$$

$$٣س = ٩٠٠٠$$

$$س = ٣٠٠٠$$

عوض عن س في إحدى المعادلات

$$١٣٠٠٠ = ص + ٣٠٠٠$$

$$ص = ١٠٠٠٠$$

مساحة قصر ابن شعلان = ٣٠٠٠ متر مربع.

مساحة قصر صاهود = ١٠٠٠٠ متر مربع.

(١١) تعرف نقطة التعادل بأنها النقطة التي يتساوى فيها الدخل مع المصاريف، فإذا دفعت دار النشر ١٣٢٠٠ ريال لإعداد كتاب و ٢٥ ريالاً تكاليف طباعة النسخة الواحدة، فما عدد النسخ التي يتعين بيعها لتخطي نقطة التعادل، علماً أنها تبيع النسخة الواحدة بمبلغ ٤٠ ريالاً؟ فسر إجابتك.

$$\text{ص} = ١٣٢٠٠ + ٢٥\text{س}$$

$$\text{ص} = ٤٠\text{س}$$

$$٤٠\text{س} = ١٣٢٠٠ + ٢٥\text{س}$$

$$١٥\text{س} = ١٣٢٠٠$$

$$\text{س} = ٨٨٠$$

$$٨٨٠ \times ٤٠ = ٣٥٢٠٠ \text{ ريالاً.}$$

عدد النسخ اللازم بيعها لتخطي نقطة التعادل = ٨٨٠ نسخة.

(١٢) **تدوير:** يقوم محمد وصالح بتجميع الورق والبلاستيك المستعمل وبيعه من أجل تدويره كما في الجدول المقابل، وحصل محمد على ٣٣ ريالاً، وصالح على ٥٠ ريالاً مقابل ذلك.

الكتلة المعاد تدويرها (كجم)		المادة
صالح	محمد	
٩	٩	البلاستيك
١١٥	٣٠	الورق

أ) عين المتغيرات، واكتب نظامًا من معادلتين خطيتين لهذا الموقف.

افترض البلاستيك س والورق ص

$$٩س + ٣٠ص = ٣٣$$

$$٩س + ١١٥ص = ٥٠$$

ب) ما سعر الكيلو جرام الواحد من البلاستيك؟

اشرح المعادلتين

$$- ٨٥ ص = - ١٧$$

$$ص = ٠,٢$$

عوض عن ص في إحدى المعادلات

$$٩س + ٣٠(٠,٢) = ٣٣$$

$$٩س = ٢٧$$

$$س = ٣$$

سعر كيلو البلاستيك = ٣ ريالاً.

(١٣) **مكتبات**، تقدم إحدى المكتبات عرضاً؛ فبيع الكتاب ذا الغلاف المقوى والمجلد بـ ٤٠ ريالاً والكتاب غير المجلد بـ ٣٠ ريالاً، فإذا دفع عبد الحكيم ٢٩٠ ريالاً ثُمناً لـ ٨ كتب، فما عدد الكتب المجلدة التي اشتراها؟

افترض ان عدد الكتب المجلده س والغير مجلدة ص

$$٤٠س + ٣٠ص = ٢٩٠$$

$$٨ = ص + س$$

حل المعادلة بالنسبة لـ ص

$$ص = ٨ - س$$

عوض عن ص في المعادلة الأولى

$$٤٠س + ٣٠(٨ - س) = ٢٩٠$$

$$٤٠س - ٣٠س + ٢٤٠ = ٢٩٠$$

$$١٠س = ٥٠$$

$$٥ = س$$

عدد الكتب المجلدة = ٥ كتب.

(١٤) **قيادة سيارات:** قاد أشرف سيارته مسافة ٩٠ كيلو متراً وكان معدل سرعة السيارة (ر) كلم في الساعة، وفي رحلة العودة زادت حركة السيارات، فأصبحت سرعة السيارة $(\frac{3}{4}ر)$ كلم في الساعة، فإذا استغرقت الرحلة كاملة ساعة و ٤٥ دقيقة، فأوجد معدل سرعة السيارة في كل من رحلتي الذهاب والإياب؟

المعادلة ١

$$٩٠ = ر \times ن١$$

$$٩٠ = ر \times \frac{3}{4} ن٢$$

$$٩٠ \times \frac{4}{3} = ر \times ن٢$$

المعادلة ٢

$$١٢٠ = ر \times ن٢$$

المعادلة ١ + ٢

$$٢١٠ = ر(ن١ + ن٢)$$

$$٢١٠ = ر \times ١,٧٥$$

الذهاب

$$ر = ١٢٠ \text{ كلم/ساعة}$$

العودة

$$ر = ١٢٠ \times \frac{3}{4} = ٩٠ \text{ كلم/ساعة}$$

مسائل مهارات التفكير العليا:

(١٥) **مسألة مفتوحة:** كَوْنُ نظامًا من معادلتين يمثل موقفًا في الحياة، وصف الطريقة التي تستعملها لحل هذا النظام، ثم حله وفسره معناه.

اشترك ٢٠٠ طالب من الصف الثالث في النشاط الصيفي وكان مثلي طلاب النشاط الفني يزيد عن ثلاثة أمثالي مشترك في النشاط الرياضي بـ ١٥ طالب فكم عدد المشتركين في كل نشاط؟

$$س + ص = ٢٠٠$$

$$١٥ = ٣ص - س$$

اضرب المعادلة الأولى في ٣

$$٦٠٠ = ٣ص + س$$

$$١٥ = ٣ص - س$$

$$٦١٥ = ٥س$$

$$١٢٣ = س$$

عوض عن س في المعادلة الأولى

$$٢٠٠ = ص + ١٢٣$$

$$٧٧ = ص$$

عدد طلاب النشاط الفني = ١٢٣ طالب.

عدد طلاب النشاط الرياضي = ٧٧ طالب.

(١٦) **نبر:** في نظام من معادلتين إذا كان s يمثل الزمن المستغرق في قيادة دراجة هوائية، v تمثل المسافة المقطوعة، وحل النظام هو $(-١، ٧)$ ، فاستعمل هذه المسألة لمناقشة أهمية تحليل الحل وتفسيره في سياق المسألة.

عليك أن تتحقق دائما من الإجابة للتأكد من أنها منطقية في سياق المسألة الأصلية وإلا فإنها تكون غير صحيحة.

فالحل $(-١، ٧)$ غير صحيح؛ لأن الوقت لا يمكن أن يكون سالبا. لذا يجب إعادة الحل.

(١٧) **تحديد:** حل نظام المعادلتين الآتي باستعمال ثلاث طرائق مختلفة، ووضح خطوات الحل:

$$٤س + ص = ١٣$$

$$٦س - ص = ٧$$

الطريقة الأولى:

بما ان معامل ص في كلا المعادلتين متعاكسين إذن يمكن جمع المعادلتين

$$٤س + ص = ١٣$$

$$٦س - ص = ٧$$

$$١٠س = ٢٠$$

$$س = ٢$$

$$٦ \times ٢ - ص = ٧$$

$$ص = ٥$$

إذن الحل (٢ ، ٥)

الطريقة الثانية:

بما أن معامل ص في المعادلة الأولى ويمكن استخدام التعويض

$$ص = -٤س + ١٣$$

عوض في المعادلة الثانية

$$٦س - (-٤س + ١٣) = ٧$$

$$٦س + ٤س - ١٣ = ٧$$

$$١٠س = ٢٠$$

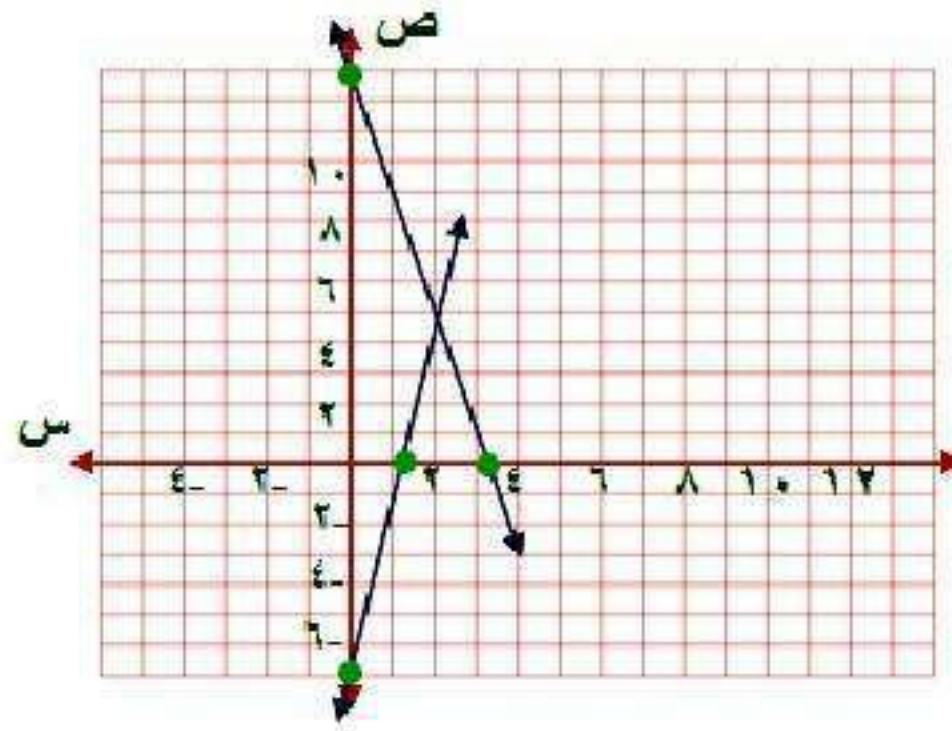
$$س = ٢$$

عوض عن س في المعادلة الأولى

$$ص = -٤(٢) + ١٣$$

$$ص = ٥$$

الحل هو: (٢، ٥)



الطريقة الثالثة بيانياً:

$$٤س + ص = ١٣$$

$$\text{عند } س = ٠ \quad ص = ١٣$$

إذن النقطة (١٣ ، ٠)

$$\text{عند } ص = ٠ \quad س = ٣,٢٥$$

إذن النقطة (٠ ، ٣,٢٥)

$$٦س - ص = ٧$$

$$\text{عند } س = ٠ \quad ص = -٧$$

إذن النقطة (٧- ، ٠)

$$\text{عند } ص = ٠ \quad س = ١,٢$$

إذن النقطة (٠ ، ١,٢)

نقطة التقاطع (٥ ، ٢)

١٨) اكتب سؤالاً: يدعي أحد الطلاب بأن الحذف هو أفضل طريقة لحل أنظمة المعادلات، اكتب سؤالاً تبين فيه خطأ هذا الادعاء.

هل يمكن أن تكون هناك طريقة أخرى أفضل إذا كانت إحدى المعادلتين على

الصورة

$$ص = م س + ب؟$$

١٩) أي أنظمة المعادلات الآتية يختلف عن الأنظمة الثلاثة الأخرى؟

$$\begin{aligned} س - ص &= ٣ \\ س + \frac{١}{٢} ص &= ١ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -س + ص &= ١ \\ ٥س = ٢ص \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ص &= س - \frac{٤}{٢} \\ ص &= \frac{٢}{س} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ص &= س + ١ \\ ص &= ٣س \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ص &= س - \frac{٤}{٢} \\ ص &= \frac{٢}{س} \end{aligned}$$

النظام المختلف هو النظام الثاني؛ لأنه الوحيد الذي لا يمثل نظاماً من معادلتين خطيتين.

(٢٠)  اكتب: وضح متى يكون التمثيل البياني أفضل طريقة لحل نظام من معادلتين، ومتى تكون الطريقة الجبرية أفضل؟

يكون التمثيل البياني أمثل طريقة للحل في حالة طلب تقدير للحل أي غير دقيق لأنه في الغالب إجابته غير دقيقة.

أما في حالة الطريقة الجبرية يكون في حالة طلب الإجابة دقيقة فيكون الحل بإحدى طرق الحذف الجمع أو الطرح أو الضرب على حسب معادلات النظام.

تدريب على اختبار

(٢١) إذا كان $٥س + ٣ص = ١٢$ ، $٤س - ٥ص = ١٧$. فما قيمة $ص$ ؟

(د) (١، ٣)

(ج) (٣، ١)

(ب) ٣

(أ) ١

الإجابة (أ) - ١

$$٥س + ٣ص = ١٢ \quad \text{بالمضرب في } ٤$$

$$٤س - ٥ص = ١٧ \quad \text{بالمضرب في } ٥$$

$$٢٠س + ١٢ص = ٤٨$$

$$٢٠س - ٢٥ص = ٨٥$$

طرح المعادلتين

$$٣٧ص = -٣٧$$

$$ص = -١$$

٢٢) أي أنظمة المعادلات الآتية يمثل الشكل المجاور حلًّا له؟

أ) $\begin{cases} 11 + 3s = v \\ 9 - 5s = 3 \end{cases}$

$3v = 5s - 9$

ب) $\begin{cases} 11 + 3s = v \\ 5 - 4s = 2 \end{cases}$

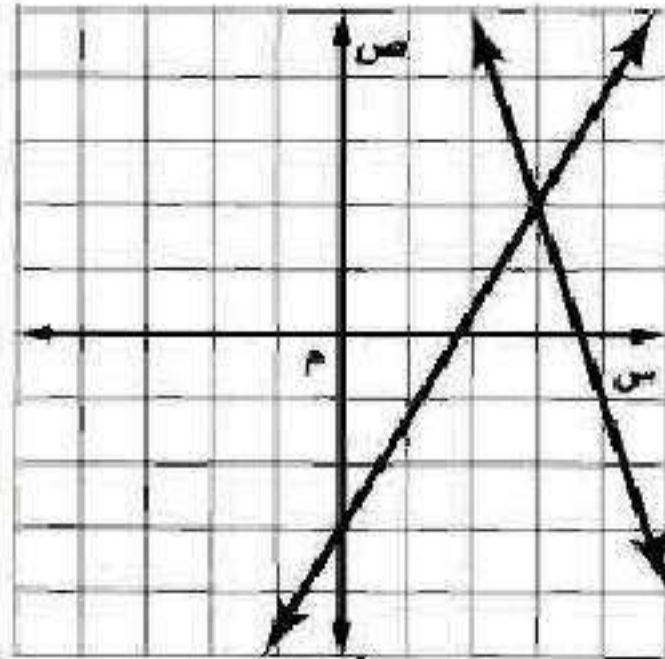
$2v = 4s - 5$

ج) $\begin{cases} 15 - 5s = v \\ 7 + s = 2v \end{cases}$

$2v = 7 + s$

د) $\begin{cases} 15 - 5s = v \\ 18 + 2s = 3v \end{cases}$

$3v = 18 + 2s$



الإجابة أ) $\begin{cases} 11 + 3s = v \\ 9 - 5s = 3 \end{cases}$

$3v = 5s - 9$

$11 + 3s = v$

$3v = 5s - 9$

$9 - 5s = (11 + 3s) \cdot 3$

$9 - 5s = 33 + 9s$

$42 = 14s$

$s = 3$

$11 + 9 = v$

$v = 2$

مراجعة تراكمية

حل كل نظام فيما يأتي مستعملًا طريقة الحذف: (الدرس ٥-٤)

$$(٢٣) \quad \text{س} + \text{ص} = ٣$$

$$٣\text{س} - ٤\text{ص} = ١٢$$

حل المعادلة الأولى بالنسبة لـ س

$$\text{س} = ٣ - \text{ص}$$

عوض عن س في المعادلة الثانية

$$٣(٣ - \text{ص}) - ٤\text{ص} = ١٢$$

$$٩ - ٣\text{ص} - ٤\text{ص} = ١٢$$

$$-٧\text{ص} = ٣$$

$$\text{ص} = ٣$$

عوض عن ص في المعادلة الأولى

$$\text{س} = ٣ + ٣ = ٠$$

الحل هو: (٣, ٠)

$$(٢٤) \quad -٤س + ٢ص = ٠$$

$$٢س - ٣ص = ١٦$$

بما أن معاملات المتغيرات غير متساوية ولا معكوسة، استعمل الضرب لحل النظام

$$-٤س + ٢ص = ٠ \quad \leftarrow \quad -٤س + ٢ص = ٠$$

$$٢س - ٣ص = ١٦ \quad \leftarrow \quad ٤س - ٦ص = ٣٢$$

$$-٤س + ٢ص = ٠$$

$$٨ص = ٨$$

عوض عن ص في إحدى المعادلات

$$٢س - (٨) = ١٦$$

$$٢س = ٢٤$$

$$س = ١٢$$

الحل هو: $(١٢, ٨)$

$$(٢٥) \quad ٤س + ٢ص = ١٠$$

$$٥س - ٣ص = ٧$$

بما أن معاملات المتغيرات غير متساوية ولا معكوسة، استعمل الضرب لحل النظام

$$٤س + ٢ص = ١٠ \quad \times ٣ \quad ١٢س + ٦ص = ٣٠$$

$$٥س - ٣ص = ٧ \quad \times ٢ \quad ١٠س - ٦ص = ١٤$$

$$٢٢س = ٤٤$$

$$س = ٢$$

عوض عن س في إحدى المعادلات

$$٤(٢) + ٢ص = ١٠$$

$$٢ص = ٢$$

$$ص = ١$$

الحل هو: (٢، ١)

(٢٦) حل المتباينة: $|س - ٢| \geq ٣$. (الدرس ٤ - ٥)

$$س - ٢ \geq ٣ \quad س - ٢ \leq -٣$$

$$س \geq ٥ \quad س \leq -١$$

مجموعة الحل: $\{س | -١ \leq س \leq ٥\}$

حل كل معادلة فيما يأتي: (الدرس ١ - ٣)

(٢٧) $٥ = ٤ت - ٧$

$$٥ = ٤ت - ٧$$

$$٧ + ٧ = ٤ت + ٧$$

$$١٢ = ٤ت$$

$$٣ = ت$$

$$(28) \quad 19 = 10 + 3s$$

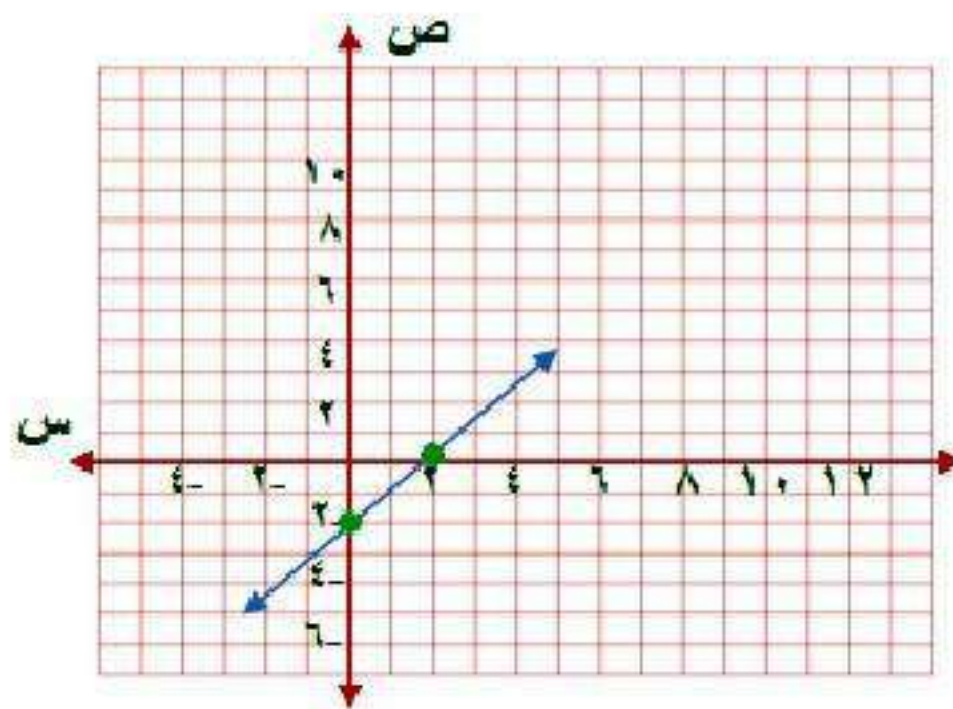
$$19 = 10 + 3s$$

$$19 - 10 = 10 - 10 + 3s$$

$$9 = 3s$$

$$3 = s$$

(29) حل المعادلة: $6 = 4 + 2s$ بيانيًا. (الدرس ٢-١)



$$٦ = ٤ + س٢$$

$$٦ - ٦ = ٦ - ٤ + س٢$$

$$٠ = ٢ - س٢$$

$$٢ - س٢ = د(س)$$

$$عند س = ٠ \quad د(س) = ٢ -$$

$$عند د(س) = ٠ \quad س = ٢$$

النقطة (٠ ، ٢)

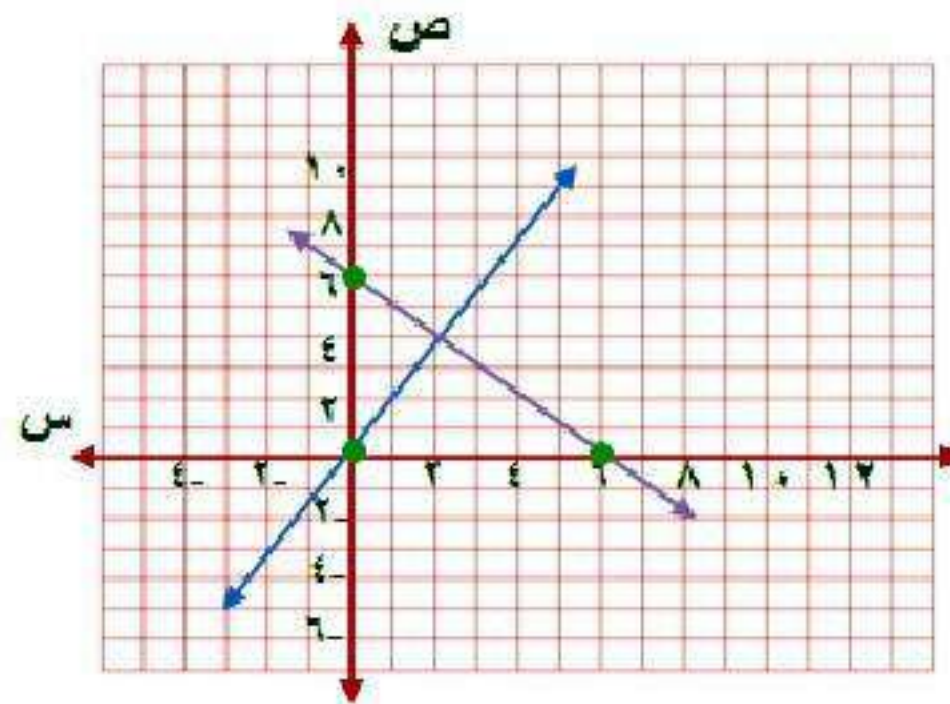
النقطة (٢ ، ٠)

اختبار الفصل

مثّل كلّاً من أنظمة المعادلات الآتية بيانياً، وحدّد عدد حلوله، وإن كان له حل واحد فاكتبه:

$$(1) \text{ ص} = 2\text{س}$$

$$\text{ص} = 6 - \text{س}$$



$$\text{ص} = 2\text{س}$$

$$\text{ص} = 0$$

$$\text{عند س} = 0$$

إذن النقطة (0, 0)

$$\text{س} = 0$$

$$\text{عند ص} = 0$$

إذن النقطة (0, 0)

$$\text{ص} = 6 - \text{س}$$

$$\text{عند } s = 0 \quad v = 6$$

إذن النقطة $(0, 6)$

$$\text{عند } v = 0 \quad s = 6$$

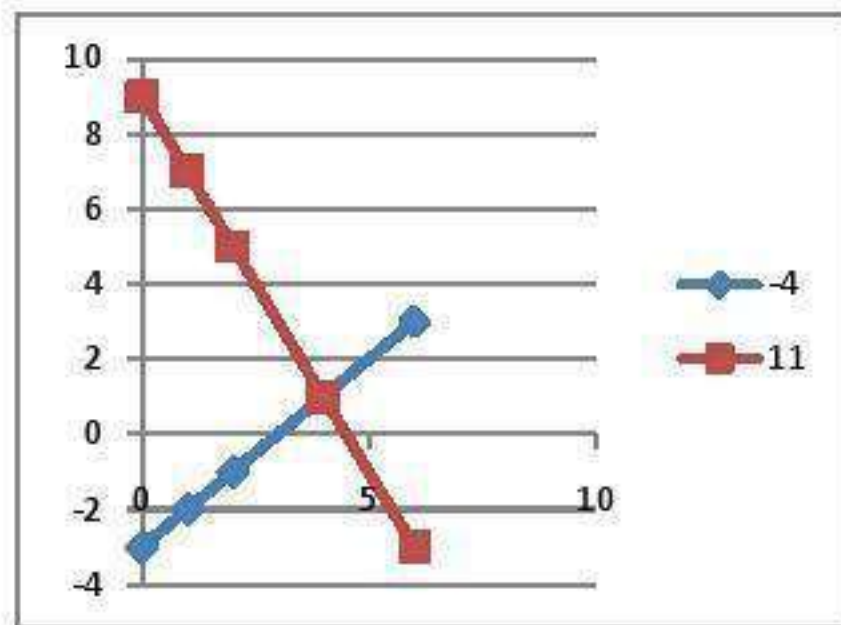
إذن النقطة $(6, 0)$

بما أن المستقيمين متقاطعين في نقطة

إذاً الحل هو: $(2, 4)$

$$(2) \text{ ص} = \text{س} - 3$$

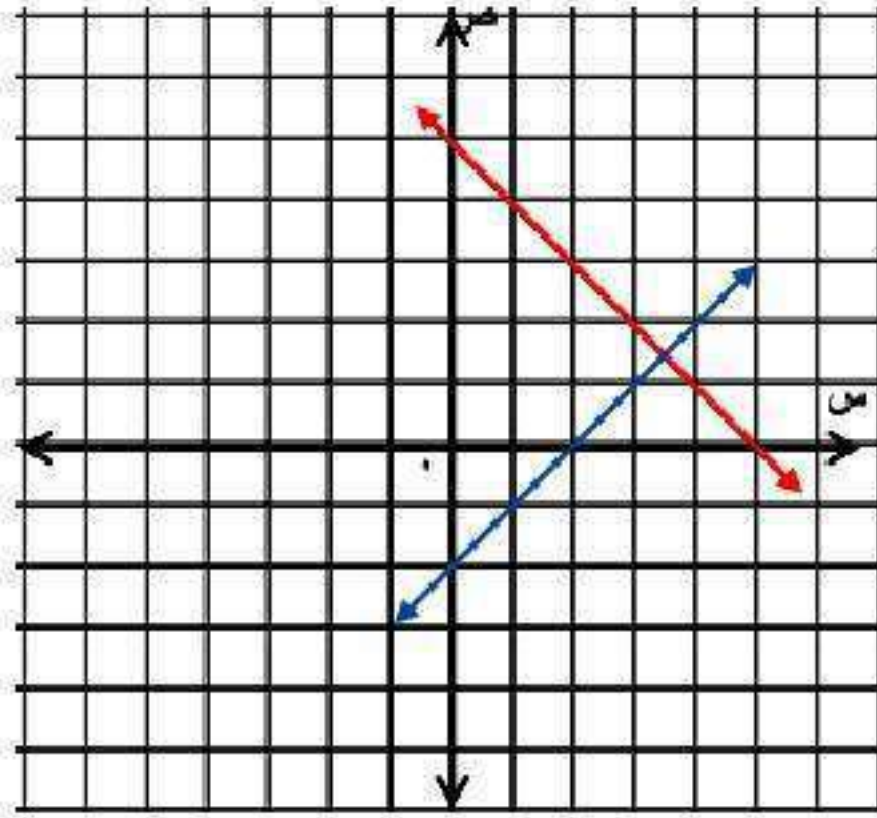
$$\text{ص} = 2\text{س} + 9$$



لها حل واحد وهو (6 ، 3)

$$(٣) \text{ س} - \text{ص} = ٤$$

$$\text{س} + \text{ص} = ١٠$$



$$\text{عند س} = ٠ \quad \text{ص} = -٤$$

إنّ النقطة $(٠, -٤)$

$$\text{عند ص} = ٠ \quad \text{س} = ٤$$

إنّ النقطة $(٤, ٠)$

$$\text{س} + \text{ص} = ١٠$$

$$\text{عند س} = ٠ \quad \text{ص} = ١٠$$

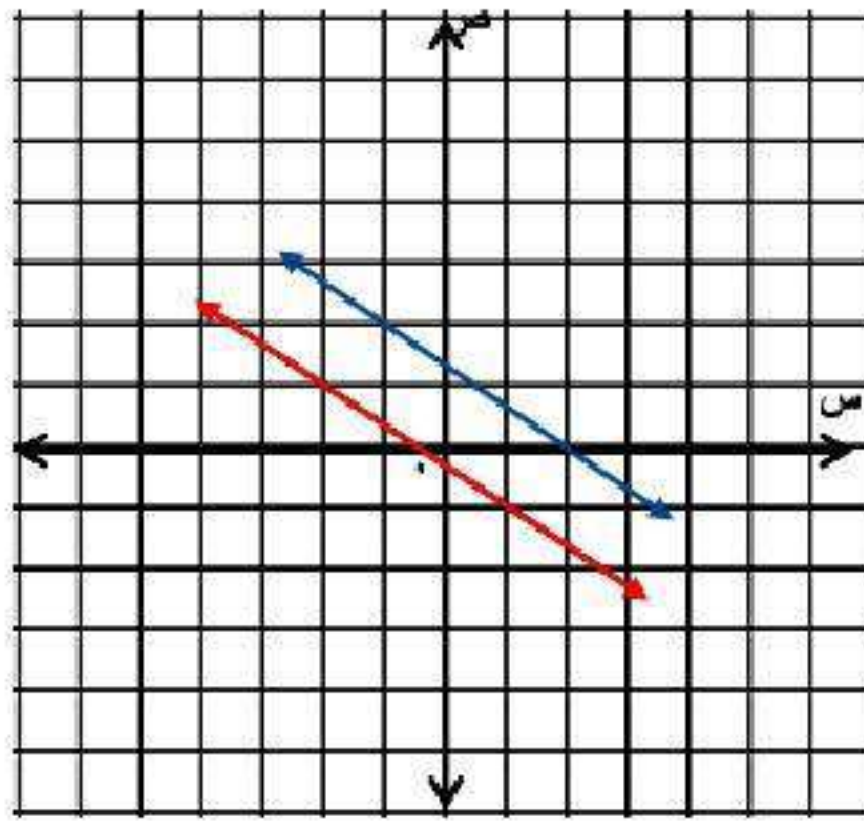
إنّ النقطة $(٠, ١٠)$

$$\text{عند ص} = ٠ \quad \text{س} = ١٠$$

إنّ النقطة $(١٠, ٠)$

$$٤) \text{ س}^٢ + \text{ص}^٣ = ٤$$

$$\text{س}^٢ + \text{ص}^٣ = -١$$



$$\text{س}^٢ + \text{ص}^٣ = ٤$$

$$\text{ص} = \frac{4}{3}$$

$$\text{عند س} = ٠$$

$$\text{إن النقطة } (٠, \frac{4}{3})$$

$$\text{س} = ٢$$

$$\text{عند ص} = ٠$$

$$\text{إن النقطة } (٢, ٠)$$

$$٢س + ٣ص = ١-$$

$$\text{عند } س = ٠ \quad ص = \frac{1}{3}-$$

إنّ النقطة $(٠, \frac{1}{3}-)$

$$\text{عند } ص = ٠ \quad س = \frac{1}{2}-$$

إنّ النقطة $(\frac{1}{2}-, ٠)$

لا يوجد حل.

حُلَّ كلاً من النظامين الآتين بالتعويض:

$$(5) \text{ ص} = \text{س} + 8$$

$$10- = \text{ص} + 2\text{س}$$

عوض عن ص في المعادلة الثانية

$$10- = 8 + \text{س} + 2\text{س}$$

$$10- = 8 + 3\text{س}$$

$$18- = 3\text{س}$$

$$6- = \text{س}$$

عوض في المعادلة الأولى

$$\text{ص} = 8 + 6-$$

$$\text{ص} = 2$$

الحل هو: $(2, 6-)$

$$٦) س = -٤ص - ٣$$

$$٣س - ٢ص = ٥$$

بالتعويض عن س في المعادلة ٢

$$٣(-٤ص - ٣) - ٢ص = ٥$$

$$-١٢ص - ٩ - ٢ص = ٥$$

$$-١٤ص = ١٤$$

$$ص = -١$$

بالتعويض عن ص في المعادلة الأولى

$$٣س - ١(-١) = ٥$$

$$٣س = ٤$$

حل النظام هو (١، -١)

حُلَّ كلاً من أنظمة المعادلات الآتية بالحذف:

$$(٧) \begin{cases} س + ص = ١٣ \\ س - ص = ٥ \end{cases}$$

$$س - ص = ٥$$

$$س + ص = ١٣$$

$$\begin{array}{r} \text{اجمع} \\ \hline س - ص = ٥ \end{array}$$

$$س = ١٨$$

$$س = ٩$$

عوض عن س في إحدى المعادلات

$$٩ + ص = ١٣$$

$$ص = ٤$$

الحل هو: (٩، ٤)

$$(٨) \text{ س}^٣ + ٧\text{ص} = ٢$$

$$\text{س}^٣ - ٤\text{ص} = ١٣$$

$$\text{س}^٣ + ٧\text{ص} = ٢$$

$$\text{س}^٣ - ٤\text{ص} = ١٣ \quad \text{اطرح}$$

$$١١\text{ص} = ١١-$$

$$\text{ص} = ١-$$

عوض عن ص في إحدى المعادلات

$$\text{س}^٣ - ٤(١-) = ١٣$$

$$\text{س}^٣ = ٤ + ١٣$$

$$\text{س}^٣ = ٩$$

$$\text{س} = ٣$$

الحل هو: (٣، ١-)

$$٩) س + ص = ٨$$

$$س - ٣ص = -٤$$

بطرح المعادلتين

$$٤ص = ١٢$$

$$ص = ٣$$

بالتعويض عن ص في المعادلة الأولى

$$س + ٣ = ٨$$

$$س = ٥$$

حل النظام هو (٣ ، ٥)

١٠ (اختيار من متعدد: ما الزوج المرتب الذي يمثل حلًا للنظام الآتي؟

$$6s - 4v = 6$$

$$-6s + 3v = 0$$

(ج) (١، ٠)

(أ) (٥، ٦)

(د) (٤، -٨)

(ب) (-٣، -٦)

$$6s - 4v = 6$$

$$-6s + 3v = 0$$

$$-v = 6$$

$$v = -6$$

$$6s + 24 = 6$$

$$6s = -18$$

$$s = -3$$

الإجابة (ب) (-٣، -٦)

(١١) **نسوق:** اشترى فيصل ٨ كتب ومجلات لأبنائه بقيمة ١٧٥ ريالاً. فإذا كان ثمن الكتاب ٢٥ ريالاً، و ثمن المجلة ٢٠ ريالاً، فما عدد كل من الكتب والمجلات التي اشتراها؟

افترض أن عدد الكتب س وعدد المجلات ص

$$٨ = ص + س$$

$$١٧٥ = ٢٠ص + ٢٥س$$

حل المعادلة الأولى بالنسبة لـ س

$$٨ = ص + س$$

عوض عن س في المعادلة الثانية

$$١٧٥ = ٢٠ص + (٨ - ص)٢٥$$

$$١٧٥ = ٢٠ص + ٢٠٠ - ٢٥ص$$

$$٢٥ = ٥ص$$

$$٥ = ص$$

عوض عن ص في المعادلة الأولى

$$٨ = ٥ + س$$

$$٣ = س$$

عدد الكتب = ٣، عدد المجلات = ٥

(١٢) **حدائق** لدى عبد الكريم ٤٢ مترًا من السياج لإحاطة حديقته، فإذا كانت مزرعته مستطيلة الشكل وطولها يساوي مثلي عرضها ناقص ٣ أمتار. عرّف المتغيرات، واكتب نظامًا من معادلتين لإيجاد طول الحديقة وعرضها، ثم حل النظام باستعمال التعويض.

الطول (ل)



العرض (ض)

افترض أن الطول س والعرض ص

$$س = ٢ص - ٣$$

$$٤٢ = ٢ص + ٢س$$

عوض عن س في المعادلة الثانية

$$٢(٣ - ص) + ص^٢ = ٤٢$$

$$٦ - ص + ص^٢ = ٤٢$$

$$٦ص = ٤٨$$

$$ص = ٨$$

عوض عن ص في المعادلة الأولى

$$٣ - (٨)^٢ = س$$

$$س = ١٣$$

طول الحديقة = ١٣ متر وعرضها = ٨ متر.

(١٣) **مجالات:** اشترك أحمد في المجلتين الرياضية والعلمية، فإذا تلقى هذا العام ٢٤ نسخة من كلتا المجلتين، وكان عدد نسخ المجلة العلمية أقل من مثلي عدد نسخ المجلة الرياضية بمقدار ٦، فعرف المتغيرات، واكتب نظامًا من معادلتين لإيجاد عدد المجالات من كل نوع.

افترض المجلة الرياضية س والمجلة العلمية ص

$$س + ص = ٢٤$$

$$٢س - ص = ٦ \quad \text{اجمع}$$

$$٣س = ٣٠$$

$$س = ١٠$$

عوض عن س في المعادلة الأولى

$$١٠ + ص = ٢٤$$

$$ص = ١٤$$

عدد نسخ المجلة الرياضية = ١٠ نسخ.

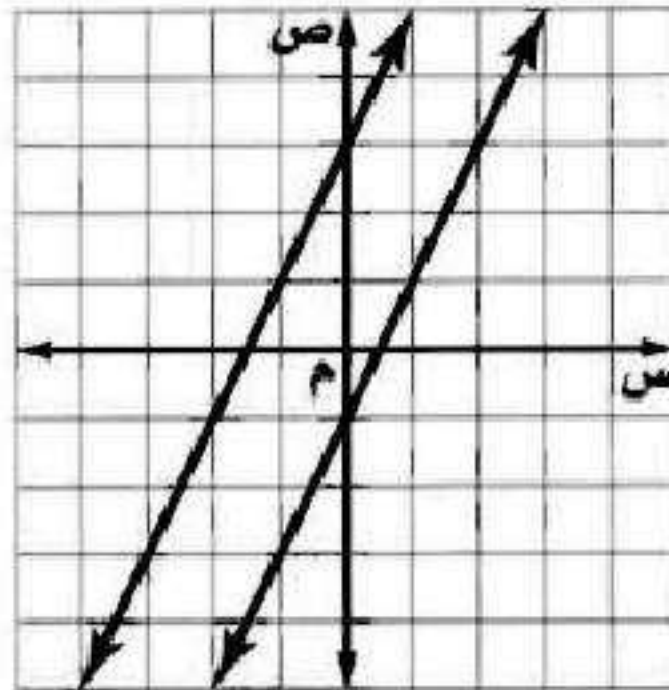
عدد نسخ المجلة العلمية = ١٤ نسخة.

اختبار تراكمي

الجزء ١ الاختيار من متعدد

اقرأ كل سؤال فيما يأتي، ثم اختر رمز الإجابة الصحيحة:

١) أي المصطلحات الآتية يصف نظام المعادلتين الممثل بيانياً؟



(ج) متسق وغير مستقل

(أ) متسق

(د) غير متسق

(ب) متسق ومستقل

بما أن المستقيمان متوازيان **الإجابة د** غير متسق.

٢) استعمل التعويض لحل النظام الآتي:

$$\text{ص} = ٤\text{س} - ٧$$

$$١ - \text{س}^٣ = ٢\text{ص} - ١$$

جـ) (٥، ٢ -)

أ) (٥، ٣)

د) (٢، ٦ -)

ب) (١، ٤ -)

الإجابة: أ) (٥، ٣)

$$\text{ص} = ٤\text{س} - ٧$$

$$١ - \text{س}^٣ = ٢\text{ص} - ١$$

$$١ - \text{س}^٣ = ٢(٤\text{س} - ٧) - ١$$

$$١ - \text{س}^٣ = ٨\text{س} - ١٤ + ١$$

$$١ - \text{س}^٣ = ٨\text{س} - ١٣$$

$$١٣ - \text{س}^٣ = ٨\text{س} - ١$$

$$\text{س} = ٣$$

$$\text{ص} = ٤(٣) - ٧$$

$$\text{ص} = ٥$$

٣) ما الزوج المرتب الذي يمثل حلًّا للنظام الآتي؟

$$٣س - ٨ص = ٥٠$$

$$٣س - ٥ص = ٣٨$$

(ج) $\left(-\frac{٢}{٧}, \frac{٤}{٩}\right)$

(أ) $\left(\frac{٣}{٢}, \frac{٥}{٨}\right)$

(د) $(٤, -٩)$

(ب) $(-٦, ٤)$

الإجابة: (ب) $(-٦, ٤)$

$$٣س - ٨ص = ٥٠$$

$$٣س - ٥ص = ٣٨$$

بالطرح

$$٣س - ٣ص = ١٢$$

$$ص = ٤$$

$$٣س - ٢٠ = ٣٨$$

$$٣س = ١٨$$

$$س = ٦$$

٤) ما حل المتباينة: $٢س \leq ٦$ ؟

ج) $س \geq ٣$

أ) $س \leq ٣$

د) $س \geq ٣$

ب) $س \leq ٣$

الإجابة أ) $س \leq ٣$

٥) استعمل الحذف لحل النظام الآتي:

$$3س + 2ص = 2-$$

$$2س - 2ص = 18-$$

ج) (٥، ٤-)

أ) (٣، ١)

د) (٣-، ٢-)

ب) (٤-، ٧)

الإجابة ج) (٥، ٤-)

$$3س + 2ص = 2-$$

$$2س - 2ص = 18-$$

$$5س = 20-$$

$$س = 4-$$

$$2س = 12-$$

$$2ص = 10$$

$$ص = 5$$

٦) ما حل المتباينة $2 > 5 + 7 > 5$ ؟

أ) $0 > 2 > 5$ ب) $0 > 5 > 2$

ج) $0 > 5 > 4$ د) $0 > 5 > 1$

ب) $0 > 5 > 2$

د) $0 > 5 > 1$

الإجابة د) $0 > 5 > 1$

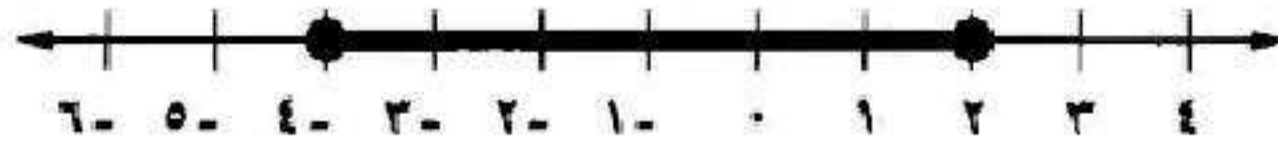
$$2 > 5 + 7 > 5$$

$$5 - 7 > 5 - 5 + 2 > 5 - 5$$

$$2 > 0 \text{ بالقسمة على } 2$$

$$0 > 5 > 1$$

(٧) ما متباينة القيمة المطلقة للتمثيل البياني التالي:



(ج) $3 \leq |س + ١|$

(أ) $3 > |س + ١|$

(د) $3 < |س + ١|$

(ب) $3 \geq |س + ١|$

الإجابة: (ب) $3 \geq |س + ١|$

٨) مع أحمد وشقيقه ١٥ ريالاً يريدان أن يشتريا بها دفترين وعدداً من أقلام الرصاص، فإذا كان ثمن الدفتر ٦ ريالات وثمان قلم الرصاص ٠,٧٥ ريال. فما أكبر عدد ممكن من أقلام الرصاص يمكنهما شراؤه؟

ج) ٥

ا) ٣

د) ٦

ب) ٤

الإجابة ب) ٤

نفرض أن أحمد س وشقيقة ص

$$٦س + ٠,٧٥ص = ١٥$$

$$١٥ = ٠,٧٥ص + ٦ \times ٢$$

$$١٥ = ٠,٧٥ص + ١٢$$

$$١٥ - ١٢ = ٠,٧٥ص$$

$$٣ = ٠,٧٥ \div ٣ = ص$$

الجزء ٢ الإجابة القصيرة

أجب عن الأسئلة الآتية:

٩) خرج سعيد بسيارته في رحلة، وبعد أن توقف عند إحدى الإشارات وجد أن عليه أن يقطع ١٢ كيلو مترًا ليصبح ما قطعه مساويًا على الأقل لنصف المسافة الكلية البالغة ١٠٨ كيلومترات. فكم كيلو مترًا على الأقل يكون قد قطع عند توقفه عند الإشارة؟

المسافة الكلية = ١٠٨ كيلومتر، إذا نصفها = ٥٤ كيلومتر.

$$س + ١٢ \leq ٥٤$$

$$س \leq ٤٢$$

قطع عند وصوله للإشارة ٤٢ كيلومتر على الأقل.

١٠) يقدم متجرٌ خصمًا قيمته ١٥ ريالًا على جميع السلع، فإذا أراد
سالم شراء سلعة يتراوح ثمنها ما بين ٤٥ ريالًا إلى ٨٩ ريالًا،
فكم يتوقع أن يدفع ثمنًا لها؟

الثن بعد الخصم س ، قبل الخصم س + ١٥

$$٨٩ > س + ١٥ > ٤٥$$

$$١٥ - ٨٩ > ١٥ - س > ١٥ - ٤٥$$

$$٧٤ > س > ٣٠$$

يدفع ما بين ٣٠ و ٧٤ ريال.

(١١) عددان مجموعهما ٤١ والفرق بينهما ٩ .
فما العددان .

$$س + ص = ٤١$$

اجمع المعادلتين

$$\underline{س - ص = ٩}$$

$$٢س = ٥٠$$

$$س = ٢٥$$

عوض عن س في المعادلة الأولى

$$٤١ = ص + ٢٥$$

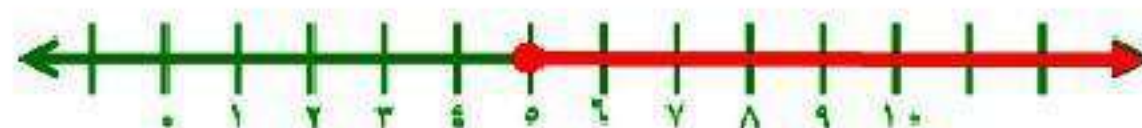
$$ص = ١٦$$

العددان هما ٢٥ ، ١٦

(١٢) حل المتباينة $س^٢ \leq ١٠$ ، ثم مثل الحل بيانيًا .

$$س^٢ \leq ١٠$$

$$س \leq ٥$$



(١٣) حل المتباينة $|٣س - ١| \geq ٨$ ، ثم مثل الحل بيانيًا.

$$٣س - ١ \leq -٨$$

$$٣س - ١ \geq ٨$$

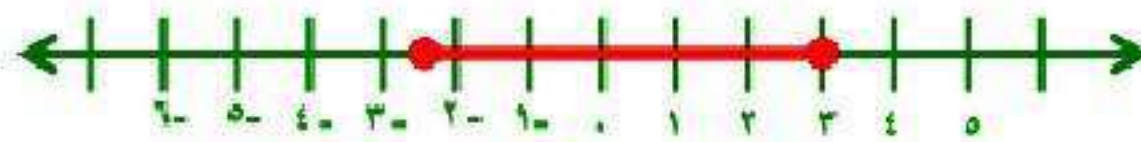
$$٣س \leq -٧$$

$$٣س \geq ٩$$

$$س \leq -٢,٣$$

$$س \geq ٣$$

$$س \geq ٣ \text{ و } س \leq -٢,٣$$



(١٤) حل المتباينة $١ < ٢ك - ٥ \leq ١٣$ ، ثم مثل الحل بيانيًا.

$$١ < ٢ك - ٥ \leq ١٣$$

$$١٣ \geq ٢ك - ٥$$

$$١ < ٢ك - ٥$$

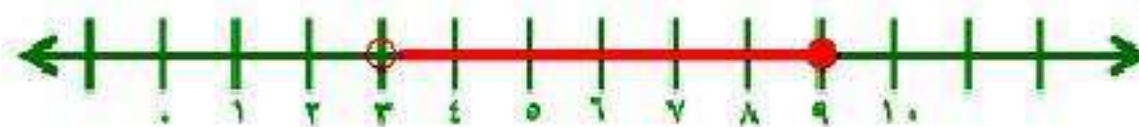
$$١٨ \geq ٢ك$$

$$٦ < ٢ك$$

$$٩ \geq ك$$

$$٣ < ك$$

$$٣ < ك \leq ٩$$



الجزء ٣ الإجابة المطولة

أجب عن السؤال الآتي موضِّحًا خطوات الحل:

١٥) **وجبات:** يبين الجدول أدناه ثمن وجبتي إفطار في أحد المطاعم.

الوجبة	الثمن (بالريال)
٣ شطائر ، علبة عصير	١٣
٤ شطائر ، علبة عصير	١٤

أ) اكتب نظامًا من معادلتين لتمثيل هذا الموقف.

افترض الشطائر س، العصير ص

$$٣س + ٢ص = ١٣$$

$$٤س + ص = ١٤$$

(ب) حل النظام الذي كتبته، وفسره في سياق المسألة.

حل المعادلة الثانية بالنسبة لـ ص

$$ص = -٤س + ١٤$$

عوض عن ص في المعادلة الأولى

$$٣س + ٢(-٤س + ١٤) = ١٣ \quad \text{بسط}$$

$$٣س - ٨س + ٢٨ = ١٣$$

$$-٥س + ٢٨ = ١٣$$

$$-٥س + ٢٨ - ٢٨ = ١٣ - ٢٨ \quad \text{اطرح ٢٨ من الطرفين}$$

$$-٥س = -١٥ \quad \text{اقسم الطرفين على -٥}$$

$$س = ٣$$

عوض عن س في المعادلة الثانية

$$ص = -٤(٣) + ١٤$$

$$ص = -١٢ + ١٤ = ٢$$

إذاً ثمن الشطيرة الواحدة = ٣ ريال.

و ثمن العصير الواحد = ٢ ريال.

جـ) ما المبلغ الذي يدفعه شخص اشترى شطيرتين وعلبة عصير؟

المبلغ = (عدد الشطائر × ثمن الشطيرة) + (عدد العصير × ثمن الواحد)

$$(2 \times 1) + (3 \times 2) =$$

$$2 + 6 =$$

$$= 8 \text{ ريال.}$$